

ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

Τηλεπικοινωνιακός θόρυβος: αιτίες και επιλύσεις

Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

Τμήμα: Ηλεκτρολόγων μηχανικών και μηχανικών υπολογιστών

Χαραλαμπόπουλος Θεόδωρος

ΑΜ: 2069

Πίνακας περιεχομένων

Πίνακας Εικόνων	5
1. Εισαγωγή	7
2. Θόρυβος φάσης.....	9
2.1. Πηγές θορύβου	9
2.2. Μοντέλα θορύβου φάσης.....	10
3. Μοντέλα συστημάτων επικοινωνίας παρουσία θορύβου φάσης	13
3.1. Μοντέλο συστήματος SISO με θόρυβο φάσης	13
3.2. Μοντέλο συστήματος SISO με θόρυβο φάσης και εξασθένιση καναλιού.....	16
3.3. Συστήματα MIMO	21
3.4. Συστήματα MIMO πολλαπλών χρηστών και μαζικής MIMO	26
4. Εργαλεία για την ανάλυση και το σχεδιασμό επικοινωνιακών συστημάτων με θόρυβο φάσης.....	31
4.1. Μέθοδοι εξαγωγής συμπερασμάτων κατά Bayes και οι εφαρμογές τους σε συστήματα SISO με θόρυβο φάσης	31
4.1.1. Ανιχνευτής συμβόλων MAP.....	31
4.1.2. Γραφήματα παραγόντων και αλγόριθμος αθροιστικού προϊόντος.....	32
4.1.3. Μεταβλητό πλαίσιο Μπέιζ.....	35
4.2. Χωρητικότητα καναλιών θορύβου φάσης.....	37

4.3.	Θεωρία τυχαίων πινάκων και ασυμπτωτικά αποτελέσματα.....	37
5.	Σχεδιασμός συστήματος παρουσία θορύβου φάσης.....	42
5.1.	Προσεγγίσεις σχεδιασμού για συστήματα SISO με θόρυβο φάσης.....	42
5.2.	Παρακολούθηση θορύβου φάσης	42
5.3.	Αλγόριθμοι κοινής εκτίμησης φάσης – ανίχνευσης δεδομένων	46
5.4.	Σχεδιασμός αστερισμού	49
5.5.	Κωδικοποίηση.....	50
6.	Μαζική MIMO με διαταραχές θορύβου φάσης.....	52
6.1.	Το κανάλι MU-MIMO Uplink.....	52
6.2.	Μαζική MIMO	53
6.3.	Μαζική MIMO με θόρυβο φάσης.....	56
6.4.	Εκπαίδευση Uplink.....	57
6.5.	Μετάδοση δεδομένων	58
6.6.	Εναλλακτικό όριο χωρητικότητας για μαζική MIMO με θόρυβο φάσης.....	61
7.	Υλοποιητικό Μέρος.....	65
7.1.	Ray Tracing	65
7.2.	Additive White Gaussian Noise/Θόρυβος (AWGN).....	67
7.3.	Διαδικασία.....	68
7.4.	Σύγκριση – Αποτελέσματα.....	76
8.	Συμπεράσματα.....	77

Βιβλιογραφικές Αναφορές78

Πίνακας Εικόνων

Εικόνα 1: Σήμα εξόδου ενός ταλαντωτή: (α) σήμα στο πεδίο του χρόνου, (β) εξάπλωση ισχύος στο πεδίο της συχνότητας (Πηγή: Babaeian et al., 2018).	10
Εικόνα 2: PSD ενός πραγματικού ταλαντωτή από μετρήσεις (Πηγή: Khanzadi et al., 2012).	12
Εικόνα 3: Αστερισμός 16-QAM σε SNR ανά bit 30 dB, όταν (α) δεν υπάρχει θόρυβος φάσης και όταν (β) το σήμα επηρεάζεται από τη διαδικασία θορύβου φάσης Wiener με διακύμανση καινοτομίας $\sigma^2_{\Delta} = 1 \times 10^{-4} \text{rad}^2$ (Πηγή: Babaeian et al., 2018).	16
Εικόνα 4: Περιοχές όπου ο θόρυβος φάσης και η εξασθένιση του καναλιού είναι κυρίαρχα όσον αφορά τις επιπτώσεις τους στο λαμβανόμενο σήμα, συναρτήσει της σχετικής ταχύτητας v . Ας σημειωθεί ότι η μετάβαση από τη μία περιοχή στην άλλη εξαρτάται από την ποιότητα του ταλαντωτή (Πηγή: Lehmann, 2016).	17
Εικόνα 5: Μεταβολές καναλιού έναντι μεταβολών φάσης για $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-3} \text{rad}^2$ ή $\sigma_{\Delta} = 2^{\circ}$ και $f_D T_s = 10^{-2}$: (α) συσχέτιση, (β) μεταβολή φάσης (Πηγή: Lehmann, 2016).	18
Εικόνα 6: Μεταβολές καναλιού έναντι μεταβολών φάσης για $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-3} \text{rad}^2$ ή $\sigma_{\Delta} = 2^{\circ}$ και $f_D T_s = 10^{-4}$: (α) συσχέτιση, (β) μεταβολή φάσης (Πηγή: Busari et al., 2017).	19
Εικόνα 7: Δομή πλαισίου (Πηγή: Busari et al., 2017).	19
Εικόνα 8: (α) Η διάταξη κοινού ταλαντωτή και (β) η διάταξη καταμεμημένου ταλαντωτή σε σύστημα MIMO από σημείο σε σημείο (Πηγή: Krishnan et al., 2015).	23
Εικόνα 9: Η διάταξη γενικού ταλαντωτή (general oscillator - GO), όπου ο BS διαθέτει ταλαντωτές ελεύθερης λειτουργίας M_{osc} και οι κεραίες $M/M_{\text{osc}} \in \mathbb{Z}^+$ BS συνδέονται σε κάθε ταλαντωτή (Πηγή: Yang et al., 2019).	29
Εικόνα 10: Γράφημα παραγόντων και τα μηνύματα αλγόριθμου αθροιστικού προϊόντος με βάση την (31).	33

Εικόνα 11: Pdf του σφάλματος φάσης που προκύπτει από την αντιστάθμιση του λαμβανόμενου σήματος με ένα EKF για $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-2}\text{rad}^2$ (Πηγή: Leshem & Yemini, 2017).	45
Εικόνα 12: Σύγκριση της απόδοσης SEP μεταξύ των διαφόρων ανιχνευτών και της βέλτιστης MAP για 16-QAM, $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-2}\text{rad}^2$ (Πηγή: Zhang et al., 2021).	49
Εικόνα 13: Ray Tracing σε ένα δωμάτιο	66
Εικόνα 14: Τα διαφορετικά είδη	67
Εικόνα 15: Γωνία / Θέση κεραίας καθώς και συχνότητα	68
Εικόνα 16: Όνομα μοντέλου	68
Εικόνα 17: Συχνότητα – Wave Length	68
Εικόνα 18: SBR Ray Tracing	69
Εικόνα 19: Noise	69
Εικόνα 20: Διαδικασία	69
Εικόνα 21: ULA	70
Εικόνα 22: 3D environment	70
Εικόνα 23: PDP / AoD / AoA	71
Εικόνα 24: BER – EbNo	71
Εικόνα 25: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός)	72
Εικόνα 26: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για offset = 2	73
Εικόνα 27: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για offset = 4	73
Εικόνα 28: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για offset = 100	74
Εικόνα 29: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για ισχύ θορύβου (*2)	74
Εικόνα 30: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για ισχύ θορύβου (*4)	75
Εικόνα 31: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για ισχύ θορύβου (*100)	75

1. Εισαγωγή

Η εργασία αυτή θα έχει ως θέμα τον τηλεπικοινωνιακό θόρυβο που προκύπτει με εστίαση στις αιτίες και τους τρόπους αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος. Ο κλάδος της τηλεφωνίας έχει αυξήσει τη χωρητικότητα του δικτύου, προκειμένου να αντιμετωπίσει την αύξηση της κίνησης.

Κατά συνέπεια, υπάρχει τεράστια πίεση στην υποδομή δικτύου, όπου αναζητούνται πιο οικονομικά αποδοτικές, ευέλικτες και υψηλής ταχύτητας λύσεις συνδεσιμότητας. Από αυτή την άποψη, τα συστήματα μαζικής πολλαπλής εισόδου και πολλαπλής εξόδου και τα συστήματα επικοινωνίας χιλιοστομετρικών κυμάτων είναι νέες τεχνολογίες φυσικού επιπέδου, οι οποίες υπόσχονται να διευκολύνουν την αύξηση της χωρητικότητας του δικτύου.

Ωστόσο, αυτές οι τεχνολογίες είναι εξαιρετικά επιρρεπείς σε βλάβες υλικού, όπως ο θόρυβος φάσης που προκαλείται από θορυβώδεις ταλαντωτές. Επιπλέον, τα ασύρματα δίκτυα backhaul αποτελούν μια αποτελεσματική λύση για τη μεταφορά δεδομένων με τη χρήση αστερισμών σήματος υψηλής τάξης, οι οποίοι είναι επίσης ευαίσθητοι σε βλάβες από θόρυβο φάσης.

Η ανάλυση των επιδόσεων των ασύρματων συστημάτων επικοινωνίας που επηρεάζονται από το θόρυβο φάσης των ταλαντωτών και ο σχεδιασμός συστημάτων που λειτουργούν αποτελεσματικά σε συνθήκες ισχυρού θορύβου φάσης αποτελούν κρίσιμα προβλήματα στη θεωρία των επικοινωνιών. Η κρισιμότητα αυτών των προβλημάτων επιτείνεται με το αυξανόμενο ενδιαφέρον για τις νέες τεχνολογίες φυσικού στρώματος και την ανάπτυξη ασύρματων δικτύων οπισθοπορείας.

Τα παραπάνω ζητήματα αποτελούν το κύριο κίνητρο για την παρούσα εργασία, όπου θα αναλύσουμε την επίδραση του θορύβου φάσης στην απόδοση του συστήματος και τους αλγορίθμους για τον μετριάσμό του θορύβου φάσης και των επιπτώσεών του.

Στο δεύτερο κεφάλαιο θα αναλυθεί ο θόρυβος φάσης, όπου θα αναφέρονται οι πηγές θορύβου και τα μοντέλα θορύβου φάσης.

Στο τρίτο κεφάλαιο θα παρουσιαστούν τα μοντέλα συστημάτων επικοινωνίας παρουσίας θορύβου φάσης. Από αυτά θα αναλυθούν τα μοντέλα συστήματος SISO με θόρυβο φάσης καθώς και το μοντέλο συστήματος SISO με θόρυβο φάσης και εξασθένιση καναλιού. Θα παρουσιαστούν, τέλος, συστήματα MIMO και συστήματα MIMO πολλαπλών χρηστών και μαζικής MIMO.

Το τέταρτο κεφάλαιο θα αναφέρεται στα εργαλεία για την ανάλυση και το σχεδιασμό επικοινωνιακών συστημάτων με θόρυβο φάσης. Επιπλέον, θα παρουσιαστούν οι μέθοδοι εξαγωγής συμπερασμάτων κατά Bayes και οι εφαρμογές τους σε συστήματα SISO με θόρυβο φάσης, ο ανιχνευτής συμβόλων MAP καθώς και τα γραφήματα παραγόντων και αλγόριθμος αθροιστικού προϊόντος και το μεταβλητό πλαίσιο Μπέιζ. Τέλος, θα γίνει αναφορά στη χωρητικότητα καναλιών θορύβου φάσης και στη θεωρία τυχαίων πινάκων και ασυμπτωτικά αποτελέσματα.

Το πέμπτο κεφάλαιο θα έχει ως θέμα το σχεδιασμό του συστήματος παρουσία θορύβου φάσης. Θα παρουσιάζονται οι προσεγγίσεις σχεδιασμού για συστήματα SISO με θόρυβο φάσης και ο τρόπος παρακολούθησης του θορύβου φάσης. Τέλος, θα αναλυθούν οι αλγόριθμοι κοινής εκτίμησης φάσης-ανίχνευσης δεδομένων, ο σχεδιασμός αστερισμού και η Κωδικοποίηση.

Στο έκτο κεφάλαιο θα αναλυθεί η Μαζική MIMO με διαταραχές θορύβου φάσης και το κανάλι MU-MIMO Uplink. Θα αναλυθεί, επίσης, η Μαζική MIMO και η Μαζική MIMO με θόρυβο φάσης. Τέλος, θα παρουσιάζεται η εκπαίδευση Uplink, η μετάδοση δεδομένων και το εναλλακτικό όριο χωρητικότητας για μαζική MIMO με θόρυβο φάσης.

Τέλος, το έβδομο κεφάλαιο θα αποτελεί το υλοποιητικό μέρος της εργασίας.

2. Θόρυβος φάσης

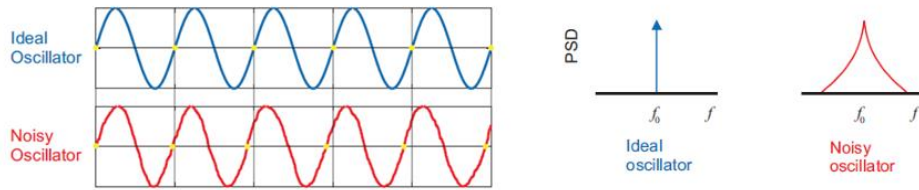
2.1. Πηγές θορύβου

Η φάση του σήματος του ταλαντωτή επηρεάζεται από διάφορες πηγές θορύβου. Σε γενικές γραμμές, οι πηγές αυτές μπορούν να κατηγοριοποιηθούν ως βραχυπρόθεσμες αστάθειες, ντετερμινιστικές αστάθειες και μακροπρόθεσμες αστάθειες. Οι βραχυπρόθεσμες αστάθειες, οι οποίες συνήθως διαρκούν μερικά δευτερόλεπτα, προκαλούνται κυρίως από τις ακόλουθες πηγές θορύβου (Klimovitch, 2000· Chorti & Brookes, 2006):

- **Θερμικός θόρυβος:** Αναφέρεται στον χωρίς μνήμη λευκό θόρυβο που προκαλείται από την τυχαία κίνηση των θερμικά διεγερμένων ηλεκτρονίων και η ισχύς του είναι ίση με kTB , όπου k είναι η σταθερά Boltzman, T είναι η απόλυτη θερμοκρασία σε Kelvin και B είναι το εύρος ζώνης θορύβου 3-dB.
- **Έγχρωμος θόρυβος:** Πρόκειται για τον φασματικό θόρυβο που κυριαρχείται από συνιστώσες χαμηλής συχνότητας οι οποίες αναμειγνύονται με συχνότητες κοντά στην κεντρική συχνότητα του ταλαντωτή. Οι στιγμιαίες διακυμάνσεις που προκύπτουν από αυτόν τον θόρυβο εξαρτώνται από το παρελθόν του και επομένως έχει μνήμη. Αυτή η πηγή θορύβου κυριαρχείται κυρίως από τον θόρυβο $1/f$ ή θόρυβο τρεμοπαίγματος.

Οι κύριες ντετερμινιστικές πηγές θορύβου του ταλαντωτή είναι οι ακόλουθες (Babaeian et al., 2018):

- **Τροφοδοσία τροφοδοσίας και άλλες πηγές παρεμβολής:** Η σύζευξη μπορεί να συμβεί μεταξύ του σήματος του ταλαντωτή και των άλλων σημάτων που υπάρχουν σε ένα κύκλωμα ταλαντωτή. Αυτό μπορεί να οδηγήσει σε διαμόρφωση πλάτους/φάσης του σήματος εξόδου από τον ταλαντωτή.



Εικόνα 1: Σήμα εξόδου ενός ταλαντωτή: (α) σήμα στο πεδίο του χρόνου, (β) εξάπλωση ισχύος στο πεδίο της συχνότητας (Πηγή: Babaeian et al., 2018).

- **Παρενέργειες σήματος:** Γενικά, ένας ταλαντωτής σχεδιάζεται έτσι ώστε να έχει μόνο ένα μονοπάτι ανάδρασης για τη διόρθωση της φάσης και να παράγει το επιθυμητό σήμα εξόδου. Ωστόσο, μπορεί να υπάρχουν διάφορα μονοπάτια ανάδρασης, τα οποία με τη σειρά τους μπορεί να οδηγήσουν σε ψευδή σήματα εξόδου.

Μακροχρόνιες αστάθειες εμφανίζονται στους ταλαντωτές λόγω γήρανσης του υλικού του αντηχείου που τον απαρτίζει. Συνήθως, πρόκειται για αργές διακυμάνσεις που συμβαίνουν σε διάστημα ωρών, ημερών, μηνών ή ακόμη και ετών, και επομένως είναι λιγότερο κρίσιμες (Babaeian et al., 2018).

2.2. Μοντέλα θορύβου φάσης

Λαμβάνοντας υπόψιν έναν θορυβώδη ταλαντωτή που λειτουργεί στον f_{osc} και επηρεάζεται από πηγές λευκού θορύβου και έγχρωμου θορύβου. Έστω $\tilde{\theta}(t)$ που αντιπροσωπεύει το άθροισμα όλων αυτών των διαδικασιών θορύβου. Τότε, ο θόρυβος φάσης στο σήμα εξόδου του ταλαντωτή δίνεται ως εξής (Demir, 2006):

$$\theta(t) \propto \int_0^t \tilde{\theta}(t_1) dt_1, \quad (1)$$

όπου $\tilde{\theta}(t_1)$ είναι μια γκαουσιανή διαδικασία σύμφωνα με το κεντρικό οριακό θεώρημα. Επιπλέον, η διακύμανση της $\theta(t)$ στην (1) αυξάνεται με το χρόνο (Demir, 2006). Με άλλα λόγια, ο θόρυβος φάσης σε έναν ταλαντωτή είναι μια συσσωρευτική Γκαουσιανή διαδικασία που προκύπτει από την ολοκλήρωση τόσο των διαταραχών του λευκού όσο και του έγχρωμου θορύβου με την πάροδο του χρόνου. Η φασματική

πυκνότητα ισχύος (power spectral density - PSD) της διαδικασίας θορύβου φάσης $\theta(t)$ στην (1) είναι περίπου (Lee, 2002):

$$S_{\theta}(f) \propto \frac{k_2}{f^2} + \frac{k_3}{f^3}, \quad (2)$$

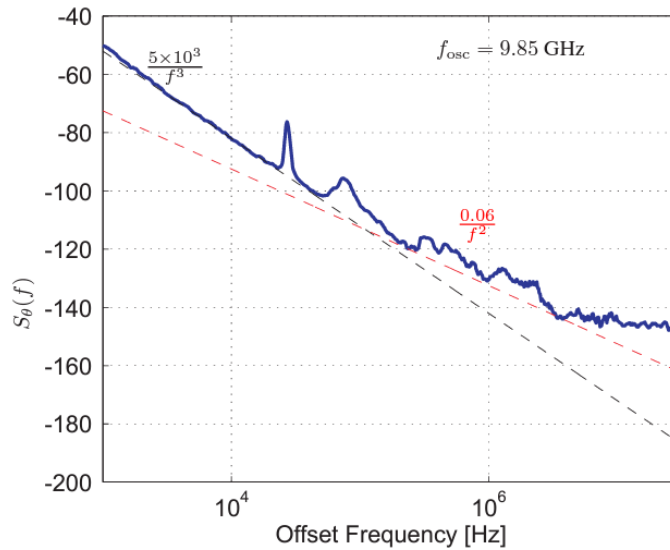
όπου k_2 και k_3 είναι θετικές σταθερές που εξαρτώνται από την ποιότητα του ταλαντωτή. Η PSD ενός πραγματικού ταλαντωτή που λειτουργεί σε $f_{osc} = 9,85$ GHz παρουσιάζεται στην Εικόνα 2, όπου είναι εμφανείς οι εξαρτήσεις $1/f^2$ και $1/f^3$ της PSD του ταλαντωτή.

Εξετάζοντας τώρα το θόρυβο φάσης κατά τη διάρκεια ενός χρονικού διαστήματος τ ορίζεται ως:

$$\Delta(\tau) \triangleq \theta(t+\tau) - \theta(t) \propto \int_t^{t+\tau} \tilde{\theta}(t_1) dt_1. \quad (3)$$

Εδώ το $\Delta(\tau)$ αναφέρεται στην αύξηση του θορύβου φάσης, η οποία περιγράφεται ως ο θόρυβος φάσης που έχει συσσωρευτεί κατά τη διάρκεια του χρονικού διαστήματος τ . Η διαδικασία αύξησης στην (3) ονομάζεται επίσης διαδικασία καινοτομίας. Η διαδικασία προσαύξησης είναι στάσιμη και γκαουσιανή και η διακύμανσή της δίνεται ως εξής:

$$\sigma_{\Delta}^2(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{\theta}(f) 4 \sin^2(\pi f \tau)^2 df. \quad (4)$$



Εικόνα 2: PSD ενός πραγματικού ταλαντωτή από μετρήσεις (Πηγή: Khanzadi et al., 2012).

Όταν η διαδικασία αθροιστικού θορύβου $\theta(t)$ στον ταλαντωτή υποτίθεται ότι είναι μόνο λευκή και Gaussian, τότε ο θόρυβος φάσης $\theta(t)$ που ορίζεται στην (1) είναι μια συνεχής διαδικασία Wiener. Επιπλέον, η διακύμανση της διαδικασίας αύξησης στην (3) μειώνεται σε (Demir, 2006):

$$\sigma_{\Delta}^2(\tau) = 4\pi^2 K_w \tau, \quad (5)$$

όπου K_w είναι μια σταθερά, η οποία εξαρτάται από τις αθροιστικές διαδικασίες λευκού θορύβου στον ταλαντωτή. Ο Demir (2006) υποθέτει ότι ο ταλαντωτής έχει μόνο πηγές λευκού θορύβου και ότι η $\theta(t)$ είναι μια συνεχής διαδικασία Wiener. Αυτή η υπόθεση χρησιμοποιείται ευρέως και είναι λογική, καθώς σε πολλούς πρακτικούς ταλαντωτές οι πηγές λευκού θορύβου είναι κυρίαρχες σε σύγκριση με τις έγχρωμες πηγές (Demir, 2006).

3. Μοντέλα συστημάτων επικοινωνίας παρουσία θορύβου φάσης

3.1. Μοντέλο συστήματος SISO με θόρυβο φάσης

Λαμβάνοντας υπόψιν μια ζεύξη SISO και ορίζοντας το σήμα πληροφορίας $c(t)$ ως εξής:

$$c(t) = \sum_{l=0}^{L-1} c_l p(t - lT_s), \quad (6)$$

όπου T_s είναι η περίοδος συμβόλου, $p(\cdot)$ είναι ένας παλμός Nyquist με τετραγωνική ρίζα περιορισμένης ζώνης και L είναι ο αριθμός των μεταδιδόμενων συμβόλων πληροφορίας. Τα σύμβολα c_k στην (6) αντλούνται από τον αστερισμό σήματος $M = \{c_i\} \forall i \in \{1, \dots, C\}$, όπου C είναι το μέγεθος του αστερισμού.

Χρησιμοποιώντας το σήμα από τον ταλαντωτή στον πομπό, το $c(t)$ μετασχηματίζεται προς τα πάνω για να ληφθεί το σήμα πληροφορίας της ζώνης διέλευσης ως εξής (Grami, 2015):

$$c_{pb}(t) = \Re\{\sqrt{2}c(t)e^{j(2\pi f_{osc}t + \phi(t))}\}, \quad (7)$$

όπου το $\Re\{\cdot\}$ δηλώνει το πραγματικό μέρος ενός μιγαδικού αριθμού και $\phi(t)$ είναι η διαδικασία θορύβου φάσης Wiener που προκαλείται από τον ταλαντωτή στον πομπό.

Το σήμα της ζώνης διέλευσης $c_{pb}(t)$ μεταδίδεται από την πηγή στον προορισμό και επηρεάζεται περαιτέρω από το θόρυβο φάσης και το προσθετικό λευκό γκαουσιανό θόρυβο (additive white Gaussian noise – AWGN) στο δέκτη. Συγκεκριμένα, υποδηλώνεται με $r_{pb}(t)$ το σήμα ζώνης διέλευσης που λαμβάνεται στον προορισμό, όπου (Hariri & Babaie-Zadeh, 2017):

$$r_{pb}(t) = c_{pb}(t) + \tilde{n}_{pb}(t), \quad (8)$$

και $\tilde{n}_{pb}(t)$ είναι η διαδικασία AWGN της ζώνης διέλευσης με PSD θορύβου διπλής όψης που συμβολίζεται με N_0 . Το σήμα διέλευσης $r_{pb}(t)$ μετατρέπεται στη βασική ζώνη στο δέκτη ως εξής:

$$r'(t) = \Re\{\sqrt{2}r_{pb}(t)e^{j(2\pi f_{osc}t + \varphi(t))}\}, \quad (9)$$

όπου $\phi(t)$ είναι ο θόρυβος φάσης που προκαλείται από τον ταλαντωτή στο δέκτη. Το σήμα $r'(t)$ φιλτράρεται στη συνέχεια χαμηλοπερατό για να ληφθεί το $r(t)$, το οποίο γράφεται ως εξής:

$$r(t) = c(t)e^{j\theta(t)} + \tilde{n}'(t), \quad (10)$$

όπου $\theta(t) = \varphi(t) + \phi(t)$, και $\tilde{n}'(t)$ είναι μια διαδικασία AWGN με αμφίπλευρο θόρυβο PSD N_0 , η οποία αντιστοιχεί στη σύνθετη περιβάλλουσα του $\tilde{n}_{pb}(t)$. Οι διαδικασίες θορύβου $\theta(t)$, $\tilde{n}'(t)$ είναι ανεξάρτητες μεταξύ τους, καθώς και από το $c(t)$ (Hariri & Babaie-Zadeh, 2017).

Το λαμβανόμενο σήμα (10) διέρχεται από ένα προσαρμοσμένο φίλτρο $p^*(-t)$ και δειγματοληπτείται με ρυθμό Nyquist, T_s , ως εξής:

$$\begin{aligned} r(kT_s) &= \sum_{l=0}^{L-1} c_l \int_{-\infty}^{\infty} p(kT_s - lT_s - \tau)p^*(-\tau)e^{j\theta(kT_s) - \tau} d\tau \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{n}'(kT_s - \tau)p^*(-\tau)d\tau \\ &= c_k e^{j\theta(kT_s)} + \tilde{n}(kT_s), \end{aligned} \quad (11)$$

όπου $k \in Z^+$, $r(kT_s)$ είναι το δείγμα του λαμβανόμενου σήματος, $\tilde{n}(kT_s)$ είναι το δείγμα του μιγαδικού Γκαουσιανού θορύβου με $E\{\tilde{n}(kT_s)\} = 0$, $E\{\tilde{n}(kT_s)\tilde{n}^*(kT_s)\} = N_0$, και $\theta(kT_s)$ είναι το δείγμα του θορύβου φάσης στην k -οστή χρονική στιγμή.

Εδώ, το E υποδηλώνει τον τελεστή προσδοκίας. Η απλοποίηση στην (11) προκύπτει επειδή το $p(t)$ είναι ένας παλμός Nyquist με τετραγωνική ρίζα και υποτίθεται ότι η μεταβολή του θορύβου φάσης είναι σταθερή εντός του T_s . Η διακριτή διαδικασία θορύβου φάσης $\theta(kT_s)$ μπορεί να γραφεί χρησιμοποιώντας τις (1) και (3) ως εξής (Hariri & Babaie-Zadeh, 2017):

$$\begin{aligned}
\theta(kT_s) &= \sum_{i=1}^k \int_{(i-1)T_s}^{iT_s} \theta(t) dt = \sum_{i=1}^k \Delta(iT_s) \\
&= \theta((k-1)T_s) + \Delta(kT_s).
\end{aligned} \tag{12}$$

Με μια μικρή αλλαγή στον συμβολισμό, η διαδικασία διακριτού θορύβου φάσης στην (12) γράφεται ως εξής:

$$\theta_k = \theta_{k-1} + \Delta_k, \tag{13}$$

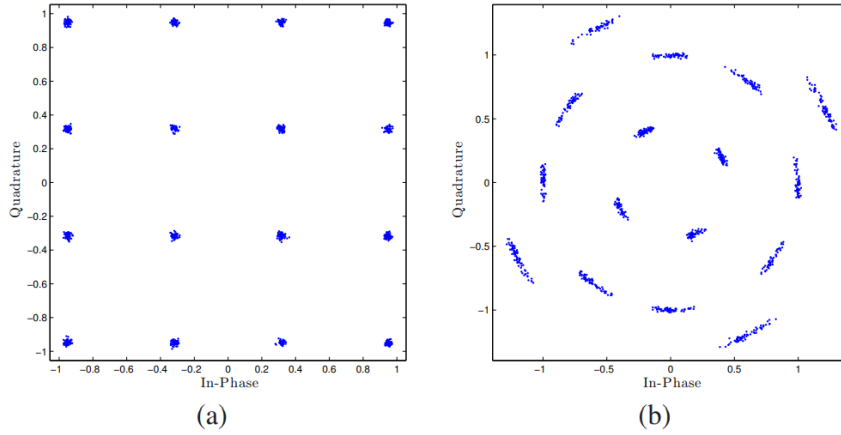
όπου θ_0 είναι μια ομοιόμορφη τυχαία μεταβλητή (random variable - RV) και $\Delta_k \sim N(0, \sigma^2_\Delta)$ είναι η καινοτομία της διαδικασίας θορύβου φάσης Wiener. Για τη διακριτή διαδικασία Wiener στην (13), η διαδικασία καινοτομίας είναι λευκή και κατανέμεται ως $\Delta_k \sim N(0, \sigma^2_\Delta)$, όπου σ^2_Δ ορίζεται στην (5) ως $\sigma^2_\Delta = 4\pi^2 K_w T_s$.

Τέλος, το μοντέλο του διακριτού συστήματος στην (11) γράφεται ως εξής:

$$r_k = c_k e^{j\theta_k} + \tilde{n}_k. \tag{14}$$

Το διακριτό σήμα r_k στον Demir (2006) αποτελεί επαρκή στατιστική για το μοντέλο συνεχούς χρόνου στο (10) (Ghozlan & Kramer, 2013), υπό την προϋπόθεση ότι η μεταβολή του θορύβου φάσης είναι σταθερή εντός του T_s . Όπως παρατηρείται στον Demir (2006), ο θόρυβος φάσης έχει ως αποτέλεσμα την τυχαία περιστροφή του μεταδιδόμενου συμβόλου πληροφορίας, c_k .

Ως παράδειγμα, στην Εικόνα 1 οπτικοποιείται η επίδραση του σφάλματος φάσης Gauss σε έναν αστερισμό 16-QAM, όπου το σήμα-θόρυβο (SNR) ανά bit είναι 30 dB και η διακύμανση καινοτομίας ορίζεται σε $\sigma^2_\Delta = 10^{-4} \text{rad}^2$.



Εικόνα 3: Αστερισμός 16-QAM σε SNR ανά bit 30 dB, όταν (α) δεν υπάρχει θόρυβος φάσης και όταν (β) το σήμα επηρεάζεται από τη διαδικασία θορύβου φάσης Wiener με διακύμανση καινοτομίας $\sigma^2_{\Delta} = 1 \times 10^{-4} \text{rad}^2$ (Πηγή: Babaeian et al., 2018).

Για την ανάκτηση του c_k , πρέπει να σχεδιαστούν αλγόριθμοι δέκτη για την εκτίμηση του θ_k , ακολουθούμενοι από την κατάλληλη αντιστάθμιση του r_k και την ανίχνευση του c_k .

3.2. Μοντέλο συστήματος SISO με θόρυβο φάσης και εξασθένιση καναλιού

Σύμφωνα με τους Tamaru et al. (2016), η επίδραση της εξασθένισης του καναλιού στο λαμβανόμενο σήμα δεν έχει ληφθεί υπόψη. Στην πράξη, το μεταδιδόμενο σήμα υφίσταται εξασθένιση καναλιού, εκτός από AWGN και θόρυβο φάσης.

Ειδικότερα, τους απασχολεί η επίδραση της χρονικά μεταβαλλόμενης εξασθένισης του καναλιού στο λαμβανόμενο σήμα, η οποία εξαρτάται από τη σχετική ταχύτητα, v , μεταξύ του πομπού και του δέκτη. Με την παρουσία της εξασθένισης του καναλιού και του θορύβου φάσης, το μοντέλο του συστήματος διακριτού χρόνου στην (14) μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$r_k = h_k c_k e^{j\theta_k} + \tilde{n}_k. \quad (15)$$

Εδώ, το h_k συμβολίζει το κέρδος καναλιού μεταξύ πομπού και δέκτη και έστω ότι η διαδικασία εξασθένησης του καναλιού βασίζεται στο μοντέλο του Clarke (Clarke, 1968):

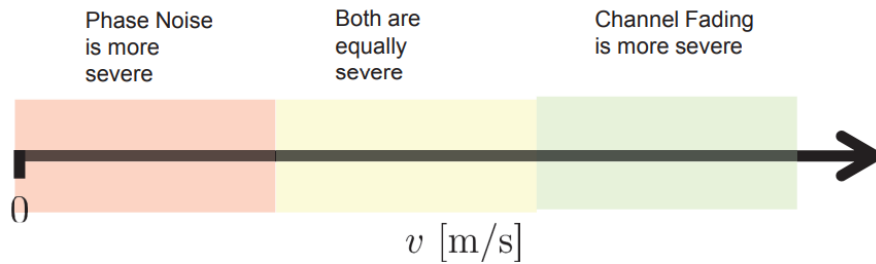
$$h_k \sim \mathcal{CN}(0, 1), \mathbb{E}\{h_k h_l^*\} = J_0(2\pi f_D T_s |l - k|). \quad (16)$$

Στην (16), J_0 είναι η συνάρτηση Bessel πρώτης τάξης μηδενικής τάξης και f_D είναι η μέγιστη συχνότητα Doppler που δίνεται από τη σχέση:

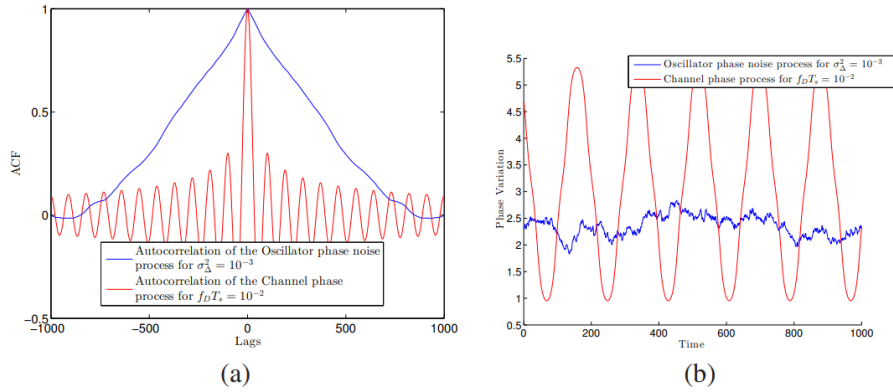
$$f_D = \frac{v f_{osc}}{c}, \quad (17)$$

όπου $c = 3 \times 10^8$ [m/s]. Από τις (5), (15) και (17), μπορεί να φανεί ότι η σχετική σοβαρότητα του θορύβου φάσης και της εξασθένησης του καναλιού εξαρτάται από το f_{osc} , το εύρος ζώνης, το v και την ποιότητα των ταλαντωτών που χρησιμοποιούνται στους πομποδέκτες.

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 4, όταν το v είναι μικρό, είναι επικείμενο ότι ο θόρυβος φάσης θα είναι πιο κυρίαρχος. Ωστόσο, καθώς το v αυξάνεται, αναμένεται ότι η εξασθένηση του καναλιού θα είναι πιο κυρίαρχη και αυτό το σενάριο έχει μελετηθεί εκτενώς στη βιβλιογραφία. Μεταξύ αυτών των ακραίων σεναρίων, αναμένεται μια περιοχή όπου τόσο ο θόρυβος φάσης όσο και η εξασθένηση του καναλιού είναι εξίσου κυρίαρχα (Lehmann, 2016).



Εικόνα 4: Περιοχές όπου ο θόρυβος φάσης και η εξασθένηση του καναλιού είναι κυρίαρχα όσον αφορά τις επιπτώσεις τους στο λαμβανόμενο σήμα, συναρτήσει της σχετικής ταχύτητας v . Ας σημειωθεί ότι η μετάβαση από τη μία περιοχή στην άλλη εξαρτάται από την ποιότητα του ταλαντωτή (Πηγή: Lehmann, 2016).



Εικόνα 5: Μεταβολές καναλιού έναντι μεταβολών φάσης για $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-3} \text{rad}^2$ ή $\sigma_{\Delta} = 2^\circ$ και $f_D T_s = 10^{-2}$: (α) συσχέτιση, (β) μεταβολή φάσης (Πηγή: Lehmann, 2016).

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζουν τα σενάρια όπου η εξασθένιση του καναλιού είναι λιγότερο κυρίαρχη από το θόρυβο φάσης, δηλαδή το κανάλι μεταβάλλεται πολύ πιο αργά από το θόρυβο φάσης και μπορεί να θεωρηθεί ότι είναι οιονεί στατικό. Με βάση αυτά τα σενάρια υπάρχει η δυνατότητα αιτιολόγησης ενός μοντέλου συστήματος όπου το κανάλι είναι γνωστό ή εκτιμάται με ακρίβεια.

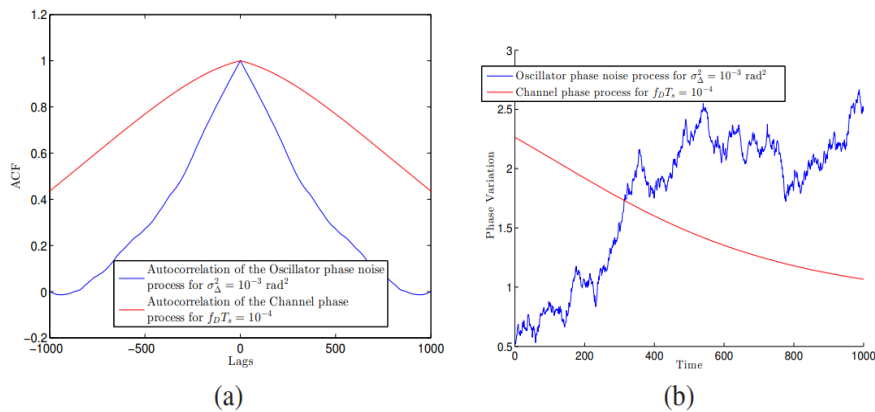
Πρώτον, παρουσιάζεται η διαδικασία θορύβου φάσης, τη διαδικασία φάσης του καναλιού και τις αντίστοιχες συναρτήσεις αυτοσυσχέτισής τους για $\sigma^2_{\Delta} \approx 2^\circ$ ($\sigma^2_{\Delta} \approx 10^3 \text{rad}^2$), $f_D T_s = 10^{-2}$ στην Εικόνα 5 και $f_D T_s = 10^{-4}$ στην Εικόνα 6. Στη Εικόνα 5 φαίνεται ότι καθώς αυξάνεται η διασπορά Doppler, η φάση του καναλιού μεταβάλλεται πολύ ταχύτερα από τον θόρυβο φάσης.

Ωστόσο, σε σενάρια χαμηλής εξάπλωσης Doppler, ισχύει το αντίθετο. Όπως φαίνεται στην Εικόνα 5, ο θόρυβος φάσης τείνει να έχει μεγάλες διακυμάνσεις από το ένα δείγμα στο άλλο και μεταβάλλεται πολύ πιο γρήγορα από τη διαδικασία φάσης του καναλιού. Επιπλέον, με βάση την Εικόνα 6, είναι δυνατόν να θεωρηθεί η διαδικασία του καναλιού ως διαδικασία εξασθένισης μπλοκ, δεδομένης της αργής μεταβαλλόμενης φύσης του καναλιού, δηλαδή, είναι δυνατόν να οριστούν μπλοκ μετάδοσης που είναι αρκετά μικρά, έτσι ώστε το κανάλι να είναι μια σταθερά μπλοκ (Lehmann, 2016).

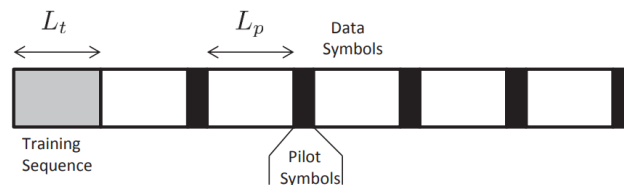
Παραδείγματα

Σενάρια στα οποία η διαδικασία θορύβου φάσης αλλάζει πολύ ταχύτερα από τη διαδικασία του καναλιού εμφανίζονται συνήθως σε μικροκυματικά δίκτυα backhaul. Σε αυτά τα δίκτυα, το κανάλι παραμένει ουσιαστικά σταθερό για μεγάλο χρονικό διάστημα (οιονεί στατική εξασθένιση) και ο θόρυβος φάσης είναι πολύ πιο έντονος από το κανάλι. Αυτό είναι επίσης παρόμοιο με την περίπτωση των συστημάτων MIMO με οπτική επαφή (line-of-sight - LoS), όπου ένας πίνακας καναλιού πλήρους βαθμίδας επιτυγχάνεται με προσεκτική τοποθέτηση των κεραιών. Σε αυτή την περίπτωση, το κανάλι είναι σχεδόν σταθερό και ο θόρυβος φάσης αποτελεί σημαντική εξασθένιση.

Τέλος, καθώς αυξάνεται η συχνότητα του φέροντος, αναμένεται ότι η διακύμανση της καινοτομίας του θορύβου φάσης θα αυξηθεί σημαντικά, γεγονός που θα καταστήσει τον θόρυβο φάσης περιοριστικό παράγοντα στα συστήματα χιλιοστομετρικών κυμάτων (Busari et al., 2017).



Εικόνα 6: Μεταβολές καναλιού έναντι μεταβολών φάσης για $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-3} \text{rad}^2$ ή $\sigma_{\Delta} = 2^\circ$ και $f_D T_s = 10^{-4}$: (α) συσχέτιση, (β) μεταβολή φάσης (Πηγή: Busari et al., 2017).



Εικόνα 7: Δομή πλαισίου (Πηγή: Busari et al., 2017).

Με κίνητρο τα προαναφερθέντα σενάρια, τα κέρδη του καναλιού εκτιμώνται με ακρίβεια στον δέκτη. Για την εκτίμηση του καναλιού, χρησιμοποιείται μια δομή πλαισίου όπως στην Εικόνα 7. Με βάση μια ακολουθία εκπαίδευσης συμβόλων L_t , πραγματοποιείται κοινή εκτίμηση του καναλιού και του θορύβου φάσης χρησιμοποιώντας έναν εκτιμητή ελαχίστων τετραγώνων (least-square - LS).

Ακολουθεί η μετάδοση συμβόλων δεδομένων, ενσωματωμένων με ένα πιλοτικό σύμβολο κάθε L_p σύμβολα δεδομένων που χρησιμοποιούνται για την εκτίμηση του θορύβου φάσης. Οι εκτιμήσεις που λαμβάνονται από τον εκτιμητή LS χρησιμοποιούνται ως οι πραγματικές πραγματώσεις του καναλιού στον αλγόριθμο εκτίμησης θορύβου φάσης. Έτσι, με την υπόθεση ότι το h_k στην (15) είναι γνωστό, σχεδιάζονται αλγορίθμους για την εκτίμηση του θορύβου φάσης και περαιτέρω την ανίχνευση των μεταδιδόμενων δεδομένων (Chowdhury et al., 2020).

Κοινά μοντέλα για το θόρυβο φάσης και τη διάχυση του καναλιού σε συστήματα SISO

Σε ένα μοντέλο συστήματος όπου το μεταδιδόμενο σήμα επηρεάζεται τόσο από το θόρυβο φάσης όσο και από τις διαλείψεις καναλιού, τότε και οι δύο διαδικασίες είναι εξίσου σοβαρές (Εικόνα 4). Δηλαδή, τόσο ο θόρυβος φάσης όσο και το κανάλι μεταβάλλονται με συγκρίσιμους ρυθμούς.

Σε μια προσπάθεια απλοποίησης της περιγραφής του προβλήματος και της ανάλυσης, με βάση την (15) ο θόρυβος φάσης και οι μεταβολές του καναλιού συνδυάζονται ως $g_k \triangleq h_k e^{j\theta_k}$. Η κοινή διαδικασία θορύβου καναλιού-φάσης g_k μπορεί στη συνέχεια να προσεγγιστεί ως αυτό-παλίνδρομη (auto-regressive - AR) διαδικασία 1ης τάξης (Chowdhury et al., 2020):

$$g_k \approx \rho g_{k-1} + v_k, \quad (18)$$

όπου $v_k \sim CN(0, \sigma_v^2)$. Η διακύμανση της v_k , η οποία συμβολίζεται με σ_v^2 , υπολογίζεται ως εξής:

$$\sigma_v^2 = \mathbb{E}(g_k - \rho g_{k-1})(g_k - \rho g_{k-1})^* \quad (19)$$

$$= \mathbb{E}|g_k|^2 + \rho^2 \mathbb{E}|g_{k-1}|^2 - 2\rho \mathbb{E}\Re\{g_k g_{k-1}^*\} \quad (20)$$

$$= 1 + \rho^2 - 2\rho \mathbb{E}\Re\{h_k h_{k-1}^* e^{j\theta_k - \theta_{k-1}}\} \quad (21)$$

$$= 1 + \rho^2 - 2\rho J_0(2\pi f_D T_s) e^{-\frac{\sigma_v^2}{2}}. \quad (22)$$

Εντοπίζοντας τώρα το ρ που ελαχιστοποιεί το σ_v^2 διαφοροποιώντας την (22) ως προς το ρ και μηδενίζοντας το αποτέλεσμα. Αυτό δίνει:

$$\rho = J_0(2\pi f_D T_s) e^{-\frac{\sigma_v^2}{2}} \quad (23)$$

$$\implies \sigma_v^2 = 1 - \rho^2. \quad (24)$$

Με βάση την (24), μπορεί να σχεδιαστεί ένας κοινός εκτιμητής θορύβου καναλιού-φάσης χρησιμοποιώντας ένα φίλτρο Kalman ή τον αλγόριθμο αθροίσματος-προϊόντος (sum-product algorithm – SPA) (Chowdhury et al., 2020).

3.3. Συστήματα MIMO

Μια οδός για την αύξηση του ρυθμού δεδομένων σε μια ζεύξη επικοινωνίας είναι η χρήση πολλαπλών κεραιών τόσο στον πομπό όσο και στον δέκτη. Ένα τέτοιο σύστημα σε συνδυασμό με τεχνικές εκπομπής/λήψης για την εκμετάλλευση των βαθμών ελευθερίας που παρέχει το κανάλι εξασθένισης πολλαπλών διαδρομών αναφέρεται ως σύστημα MIMO.

Η διαμόρφωση δέσμης είναι μια τεχνική που μπορεί να χρησιμοποιηθεί μαζί με πολλαπλές κεραιές προκειμένου να βελτιωθεί το SNR λήψης (κέρδος συστοιχίας), και η αξιοπιστία (κέρδος ποικιλομορφίας). Ωστόσο, αυτή η τεχνική απαιτεί τη διαθεσιμότητα αξιόπιστων πληροφοριών της κατάστασης του καναλιού (channel state information – CSI) (Zhang et al., 2018).

Ελλείψει αξιόπιστων CSI, μπορεί να πραγματοποιηθεί κωδικοποιημένη μετάδοση χωροχρόνου, η οποία προσφέρει κέρδος ποικιλομορφίας στο

δέκτη, αλλά δεν βελτιώνει το κέρδος συστοιχίας. Σε σύγκριση με τα συστήματα SISO, τα συστήματα MIMO έχουν υψηλότερη φασματική απόδοση και κέρδος ποικιλομορφίας. Στο καθεστώς περιορισμένης ισχύος, η χωρητικότητα ενός συστήματος MIMO αυξάνεται με τον αριθμό των κεραιών εκπομπής, N_t , και των κεραιών λήψης, N_r , ως:

$$C = \min(N_t, N_r) \log_2(\text{SNR}) + \mathcal{O}(1) \quad (25)$$

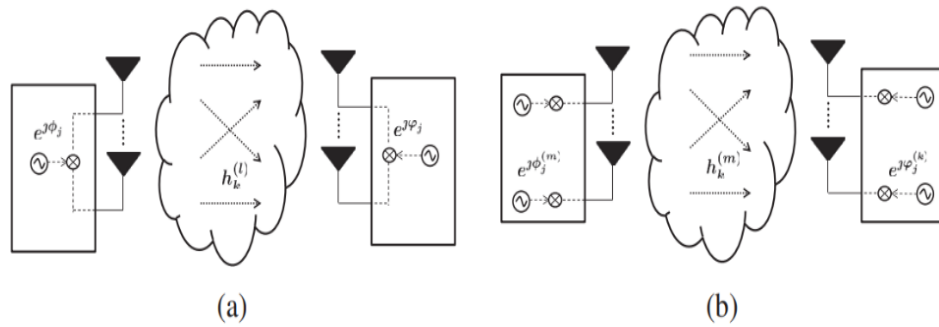
όπου SNR δηλώνει το SNR στο δέκτη. Αυτό αναφέρεται ως κέρδος χωρικής πολυπλεξίας. Είναι επίσης δυνατό να επιτευχθούν κέρδη χωρικής πολυπλεξίας σε ένα σύστημα LoS MIMO. Αυτό πραγματοποιείται με προσεκτική γεωμετρική τοποθέτηση των κεραιών στον πομπό και στον δέκτη (Li et al., 2015).

Μοντέλο συστήματος MIMO με θόρυβο φάσης

Γενικά, η ανάλυση και ο σχεδιασμός ενός συστήματος MIMO βασίζεται στην υπόθεση ότι η φάση του φέροντος είναι απόλυτα γνωστή στο δέκτη και ότι δεν υπάρχει θόρυβος φάσης στο σύστημα. Ωστόσο, με την παρουσία θορυβωδών τοπικών ταλαντωτών, ο θόρυβος φάσης οδηγεί σε χρονικά μεταβαλλόμενη διαφορά φάσης μεταξύ πομπού και δέκτη.

Στα συστήματα MIMO, οι κεραιές στον πομπό και στον δέκτη μπορούν να συνδεθούν στους ταλαντωτές με διαφορετικούς τρόπους. Δύο διατάξεις είναι ιδιαίτερα ενδιαφέρουσες και παρουσιάζονται στην Εικόνα 8. Στην πρώτη, ένας κοινός ταλαντωτής συνδέεται σε όλες τις κεραιές στον πομπό/δέκτη (αναφέρεται ως διάταξη κοινού ταλαντωτή (common oscillator - CO)).

Στη δεύτερη, κάθε κεραία έχει το δικό της ταλαντωτή (αναφέρεται ως διάταξη καταμεμημένου ταλαντωτή (distributed oscillator - DO)) (Krishnan et al., 2015).



Εικόνα 8: (α) Η διάταξη κοινού ταλαντωτή και (β) η διάταξη κατακεντρωμένου ταλαντωτή σε σύστημα MIMO από σημείο σε σημείο (Πηγή: Krishnan et al., 2015).

Το μοντέλο του συστήματος για τη διάταξη DO έχει ως εξής: Τα δεδομένα μεταδίδονται ως πλαίσια συμβόλων και το κανάλι μεταξύ των κεραιών εκπομπής και λήψης θεωρείται σταθερό για το μήκος ενός πλαισίου, όπως στην περίπτωση SISO. Κάθε κεραιά είναι εξοπλισμένη με έναν ανεξάρτητο ταλαντωτή ελεύθερης λειτουργίας που προκαλεί θόρυβο φάσης, ο οποίος μεταβάλλεται από σύμβολο σε σύμβολο και πολύ ταχύτερα από το κανάλι. Υποθέτοντας ότι για ένα δεδομένο πλαίσιο, το κανάλι και ο θόρυβος φάσης εκτιμώνται πρώτα από κοινού.

Στη συνέχεια, μετά την ακολουθία εκπαίδευσης ακολουθεί η μετάδοση συμβόλων δεδομένων, κατά τη διάρκεια της οποίας χρησιμοποιείται ένας αυτόνομος εκτιμητής θορύβου φάσης για την παρακολούθηση του θορύβου φάσης, ακολουθούμενος από έναν ανιχνευτή δεδομένων. Οι κοινές εκτιμήσεις καναλιού και θορύβου φάσης που λαμβάνονται από την ακολουθία εκπαίδευσης χρησιμοποιούνται ως οι πραγματικές τιμές καναλιού στην εκτίμηση θορύβου φάσης και στον αλγόριθμο ανίχνευσης δεδομένων (Krishnan et al., 2015).

Υποθέτοντας παλμούς Nyquist τετραγωνικής ρίζας για τη μετάδοση και προσαρμοσμένο φιλτράρισμα ακολουθούμενο από δειγματοληψία στην περίοδο συμβόλου T_s , το λαμβανόμενο σήμα στην k -οστή χρονική στιγμή στην n -οστή κεραιά λήψης είναι:

$$\begin{aligned}
r_k^{(n)} &= \sum_{m=1}^{N_t} h_k^{(m,n)} c_k^{(m)} e^{j(\phi_k^{(m)} + \phi_k^{(n)})} + w_k^{(n)} \\
&\triangleq \sum_{m=1}^{N_t} c_k^{(m,n)} e^{j\theta_k^{(m,n)}} + w_k^{(n)}.
\end{aligned} \tag{26}$$

Στην (26), $c_k^{(m)} \in M$ είναι το σύμβολο που μεταδίδεται από την m -οστή κεραία εκπομπής την k -οστή χρονική στιγμή και αντλείται ισοδύναμα από ένα σύνολο αστερισμού C -αραιών σημάτων M , $h_k^{(m,n)}$ αντιπροσωπεύει τη γνωστή (ή εκτιμώμενη) υλοποίηση του καναλιού μεταξύ της m -οστής κεραίας εκπομπής και της n -οστής κεραίας λήψης, $c_k^{(m,n)} \triangleq c_k^{(m)} h_k^{(m,n)}$ και $w_k^{(n)} \sim CN(0, N_0)$ συμβολίζει το μηδενικού μέσου AWGN στην n -οστή κεραία λήψης.

Ο θόρυβος φάσης τη χρονική στιγμή k στην (m, n) -οστή ζεύξη είναι $\theta_k^{(m,n)} \triangleq \phi_k^{(m)} + \phi_k^{(n)}$, όπου $\phi_k^{(m)}$ και $\phi_k^{(n)}$ συμβολίζουν το δείγμα θορύβου φάσης του ταλαντωτή στην m -οστή κεραία εκπομπής και στην n -οστή κεραία λήψης, αντίστοιχα (Elayan et al., 2018).

Παραδοσιακά, για το μοντέλο του συστήματος στην (26), ο σχεδιασμός δέκτη MIMO έχει επικεντρωθεί στην ανάπτυξη αλγορίθμων για την από κοινού εκτίμηση του καναλιού και την ανίχνευση δεδομένων. Γίνεται αντιληπτό ότι ο θόρυβος φάσης μπορεί να αντιμετωπιστεί από τους υπάρχοντες αλγορίθμους εκτίμησης καναλιού-ανίχνευσης δεδομένων, δεδομένου ότι ο θόρυβος φάσης μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μέρος του καναλιού. Ωστόσο, ο θόρυβος φάσης δεν μπορεί να αντιμετωπιστεί ως μέρος του καναλιού και πρέπει να αντισταθμιστεί ξεχωριστά.

Έτσι, οι κοινοί αλγόριθμοι εκτίμησης θορύβου φάσης και ανίχνευσης δεδομένων πρέπει να σχεδιαστούν υποθέτοντας ότι το κανάλι είναι γνωστό (εκτιμώμενο) και ότι το κανάλι μεταβάλλεται πολύ πιο αργά από τη διαδικασία θορύβου φάσης (Elayan et al., 2018).

Για την εγκατάσταση DO, αξίζει να σημειωθεί ότι ο πραγματικός αριθμός των μεταβλητών φάσης που πρέπει να εκτιμηθούν μπορεί να μειωθεί σε $N_t + N_r - 1$, σε αντίθεση με την εκτίμηση $N_t N_r$ μεταβλητών (σε $N_t N_r$ συνδέσεις). Αυτό καθίσταται εφικτό με την αφαίρεση όλων των φάσεων εκπομπής από οποιαδήποτε από τις φάσεις εκπομπής και την προσθήκη του ίδιου ποσού σε όλες τις φάσεις της κεραίας λήψης.

Για παράδειγμα, στην (26) οι καταστάσεις φάσης που πρέπει να εκτιμηθούν είναι $\{\theta^{(m,n)_k}\}$, $m = 1, \dots, N_t$, $n = 1, \dots, N_r$, που σημαίνει ότι υπάρχουν $N_t N_r$ μεταβλητές θορύβου φάσης προς εκτίμηση.

Ωστόσο, οι μεταβλητές θορύβου φάσης εκπομπής μπορούν να μετασχηματιστούν σε $\{0, \varphi^{(m)_k} - \varphi^{(1)_k}\}$, $m = 2, \dots, N_t$, και οι μεταβλητές θορύβου φάσης λήψης μπορούν να μετατραπούν σε $\{\varphi^{(n)_k} + \varphi^{(1)_k}\}$, $n = 1, \dots, N_r$. Αυτός ο μετασχηματισμός, στην πραγματικότητα, παράγει το ίδιο μοντέλο λαμβανόμενου σήματος στην (26), παρόλο που οι καταστάσεις φάσης εκπομπής και λήψης που πρέπει να εκτιμηθούν έχουν αλλάξει και έχουν μειωθεί σε $N_t + N_r - 1$ καταστάσεις (Hampton et al., 2020).

Επιπλέον, σε αντίθεση με ένα σύστημα SISO ή ένα σύστημα MIMO με τη διάταξη CO, είναι ενδιαφέρον να παρατηρηθεί ότι η σύνδεση κάθε μιας από τις κεραίες σε διαφορετικό ταλαντωτή προκαλεί τόσο παραμορφώσεις φάσης όσο και παραμορφώσεις πλάτους στο λαμβανόμενο σήμα. Αυτό μπορεί να απεικονιστεί με ένα απλό παράδειγμα: για ένα σύστημα MIMO 2×2 , το λαμβανόμενο σήμα στην κεραία λήψης $n = 1$ σε υψηλό SNR μπορεί να γραφτεί ως εξής:

$$\begin{aligned} r_k^{(1)} &\approx e^{j\theta_k^{1,1}} h_k^{(1,1)} c_k^{(1)} + e^{j\theta_k^{(2,1)}} h_k^{(2,1)} c_k^{(2)}, \\ r_k^{(1)} r_k^{(1)*} = |r_k^{(1)}|^2 &= c_k^{(1)} c_k^{(1)*} h_k^{(1,1)} h_k^{(1,1)*} + c_k^{(2)} c_k^{(2)*} h_k^{(2,1)} h_k^{(2,1)*} \\ &\quad + 2\Re\{c_k^{(1)} c_k^{(2)*} h_k^{(1,1)} h_k^{(2,1)*} e^{j(\theta_k^{(1,1)} - \theta_k^{(2,1)})}\}. \end{aligned} \quad (27)$$

Όπως προκύπτει από την (27), το πλάτος του λαμβανόμενου σήματος εξαρτάται από τη διαφορά φάσης μεταξύ των σημάτων που φθάνουν στην κεραία λήψης. Επιπλέον, αποδεικνύεται ότι ο θόρυβος φάσης στη διάταξη DO μπορεί να προκαλέσει σχετικά σοβαρότερα σφάλματα εκτίμησης της χωρητικότητας για μια ζεύξη MIMO. Αυτό προκύπτει από τον λανθασμένο υπολογισμό της τάξης του καναλιού από πειράματα ηχογράφησης καναλιού.

Ο σχεδιασμός του αλγορίθμου του δέκτη για τη ρύθμιση CO είναι παρόμοιος με αυτόν για ένα σύστημα SISO. Ωστόσο, στη ρύθμιση DO πρέπει να προκύψουν νέοι αλγόριθμοι που βασίζονται στη θεωρία ανίχνευσης μέγιστου a posteriori (maximum a posteriori - MAP) (Hampton et al., 2020).

Η απόδοση των συστημάτων MIMO από σημείο σε σημείο εξαρτάται από τη διαθεσιμότητα ενός πλούσιου περιβάλλοντος σκέδασης. Ελλείψει ενός τέτοιου περιβάλλοντος, η απόδοση του συστήματος υφίσταται σοβαρή υποβάθμιση. Αυτό το μειονέκτημα ξεπερνιέται με την εξέταση ενός συστήματος MIMO πολλαπλών χρηστών (multiuser - MU) (Hampton et al., 2020).

3.4. Συστήματα MIMO πολλαπλών χρηστών και μαζικής MIMO

Η γραμμική αύξηση της χωρητικότητας με $\min(N_t, N_r)$ για μια ζεύξη MIMO από σημείο σε σημείο είναι εφικτή μόνο με την παρουσία επαρκών σκεδαστών - ελλείψει σκεδαστών, ο πίνακας καναλιού καθίσταται ανεπαρκής, με αποτέλεσμα τα κέρδη χωρικής πολυπλεξίας να εξαφανίζονται. Σε ένα κυψελοειδές σύστημα, είναι δυνατόν να υπάρχουν πολλαπλές κεραιές στο σταθμό βάσης (base station - BS), ενώ οι χρήστες μπορεί να έχουν σχετικά μικρότερο αριθμό κεραιών, λόγω περιορισμών μεγέθους και κόστους.

Επομένως, η χωρητικότητα της ζεύξης από σημείο σε σημείο περιορίζεται από τον αριθμό των κεραιών στους χρήστες. Μια εναλλακτική λύση είναι να εξεταστεί ένα σύστημα MIMO πολλαπλών χρηστών (MU-MIMO), το οποίο χρησιμοποιεί μεθόδους μετάδοσης και λήψης MU. Εδώ, η χωρική ποικιλομορφία που προκύπτει από το γεωγραφικό διαχωρισμό μεταξύ των χρηστών, ανεξάρτητα από τον αριθμό των κεραιών στο χρήστη, βοηθά στην υλοποίηση του κέρδους συστοιχίας και ποικιλομορφίας που είναι εφικτό σε ένα σύστημα MIMO από σημείο σε σημείο.

Ορισμένα βασικά πλεονεκτήματα ενός συστήματος MU-MIMO είναι τα εξής (Björnson et al., 2015):

- Το κέρδος πολυπλεξίας MU μπορεί να πραγματοποιηθεί χωρίς πολλαπλές κεραιές στους χρήστες, επιτρέποντας έτσι την ανάπτυξη μικρών και φθηνών τερματικών.
- Η απόδοση του συστήματος είναι πιο ανθεκτική στους περιορισμούς που επιβάλλονται από το περιβάλλον διάδοσης και τις συσχετίσεις καναλιών.

Τα πλεονεκτήματα ενός συστήματος MU-MIMO έχουν προκαλέσει τεράστιο ενδιαφέρον στην περιοχή της μαζικής MIMO, η οποία είναι ένα

σύστημα MU-MIMO, όπου το BS διαθέτει μεγάλο αριθμό κεραιών (Björnson et al., 2015).

Δυνατότητες και προκλήσεις της μαζικής MIMO

Η μαζική MIMO θεωρείται βασικός παράγοντας για την ανάπτυξη μελλοντικών ευρυζωνικών ασύρματων δικτύων. Οραματίζεται ότι ένα σύστημα μαζικής MIMO θα αποτελείται από BS που χρησιμοποιούν συστοιχίες κεραιών που αποτελούνται από αρκετές εκατοντάδες ή χιλιάδες κεραιές.

Αυτά τα BS αναμένεται να εξυπηρετούν πολλαπλούς εξοπλισμούς χρηστών (user equipments - UE) (με μία κεραιά) στα ίδια μπλοκ πόρων χρόνου-συχνότητας. Δηλαδή, ένα μαζικό σύστημα MIMO είναι ένα σύστημα MU-MIMO με μεγάλο αριθμό κεραιών BS. Η βασική πτυχή ενός μαζικού συστήματος MIMO είναι ότι τα διανύσματα του καναλιού μεταξύ των UE και των κεραιών BS είναι κατά ζεύγη ορθογώνια, το οποίο αναφέρεται ως συνθήκη ευνοϊκής διάδοσης (favorable propagation - f.p.).

Η συνθήκη f.p. προκύπτει λόγω του χωρικού διαχωρισμού των πολλαπλών UE και του γεγονότος ότι τα διανύσματα του καναλιού είναι ασυμπτωτικά μακριά λόγω του μεγάλου αριθμού κεραιών BS. Τα κύρια πλεονεκτήματα της μαζικής MIMO είναι τα εξής (Yang et al., 2019):

- Η μαζική MIMO μπορεί να αυξήσει σημαντικά τη χωρητικότητα. Αυτό προκύπτει από το κέρδος πολυπλεξίας MU λόγω των μεθόδων μετάδοσης και λήψης MU.
- Η ενεργειακή απόδοση ακτινοβολίας αυξάνεται δραματικά. Αυτό προκύπτει από το γεγονός ότι καθώς αυξάνεται το άνοιγμα της κεραιάς, η ενέργεια μπορεί να εστιάζεται σε μικρές χωρικές περιοχές.
- Η μαζική MIMO μπορεί να κατασκευαστεί με φθηνά εξαρτήματα χαμηλής ισχύος. Στην πραγματικότητα, η μαζική MIMO αναμένεται να μειώσει τους περιορισμούς στην ποιότητα των επιμέρους εξαρτημάτων, καθώς η μαζικότητα θα εξαλείψει κατά μέσο όρο ορισμένες από τις βλάβες, οι οποίες προκύπτουν από τη χρήση μη ιδανικών εξαρτημάτων υλικού στον πομποδέκτη.
- Η μαζική MIMO διευκολύνει τη μείωση της καθυστέρησης και απλοποιεί επίσης το στρώμα πολλαπλής πρόσβασης λόγω του μέσου

όρου των καναλιών εξασθένισης μικρής κλίμακας (σκλήρυνση καναλιού).

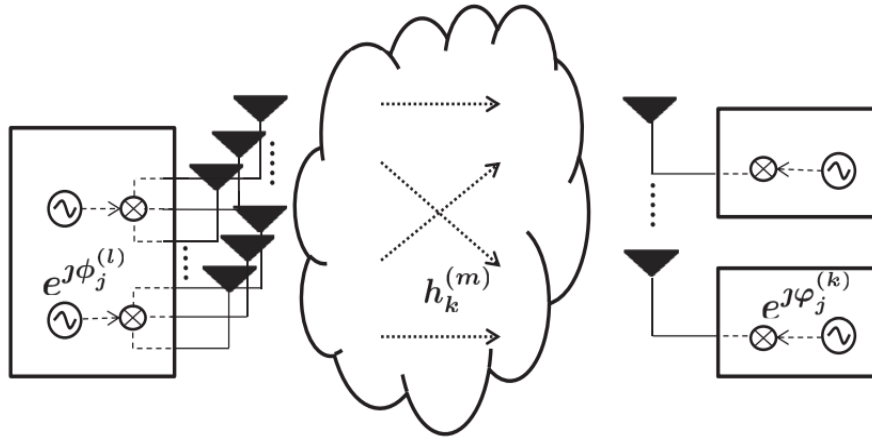
- Η συνθήκη f.p. διευκολύνει τη χρήση απλών γραμμικών μεθόδων μετάδοσης και λήψης, οι οποίες έχουν σχεδόν βέλτιστη απόδοση.

Τα οφέλη ενός συστήματος μαζικής MIMO μπορούν να αξιοποιηθούν μόνο με την παρουσία αξιόπιστου CSI στο BS τόσο για τις ανοδικές όσο και για τις καθοδικές μεταδόσεις. Στα συμβατικά συστήματα MIMO, ο BS μεταδίδει πιλοτικά σήματα, τα οποία χρησιμοποιούνται από τα UE για την εκτίμηση του CSI και οι πληροφορίες αυτές επιστρέφουν στον BS. Ένα τέτοιο σχήμα εκπαίδευσης καναλιού δεν είναι εφικτό σε ένα μαζικό σύστημα MIMO, δεδομένου του μεγάλου αριθμού κεραιών BS και του πεπερασμένου χρόνου συνοχής καναλιού.

Ως εκ τούτου, αναμένεται ότι ένα μαζικό σύστημα MIMO θα επωφεληθεί από μια λειτουργία διπλής διαίρεσης χρόνου (time division duplex - TDD), εκμεταλλευόμενο την αμοιβαιότητα μεταξύ των καναλιών άνω ζεύξης και κάτω ζεύξης. Εκτός από την απόκτηση αξιόπιστου CSI, οι άλλες προκλήσεις σε ένα μαζικό MIMO είναι οι ακόλουθες (Yang et al., 2019):

- Η λειτουργία TDD βασίζεται στην αμοιβαιότητα των καναλιών. Ωστόσο, η διαφορά στην αλυσίδα πομποδεκτών στο UE και το BS έχει ως αποτέλεσμα τη μη αμοιβαία ανταπόκριση μεταξύ των καναλιών άνω και κάτω ζεύξης.
- Ιδανικά, τα πιλοτικά σήματα ανοδικής ζεύξης που εκχωρούνται σε όλα τα UE του δικτύου θα πρέπει να είναι ορθογώνια. Αυτό δεν μπορεί να υλοποιηθεί στην πράξη και έτσι χρησιμοποιούνται μη ορθογώνιοι πιλότοι σε όλες τις κυψέλες του δικτύου. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη μόλυνση των πιλότων, όπου η εκτίμηση του καναλιού μεταξύ ενός UE και του BS μολύνεται από τους μη ορθογώνιους πιλότους που μεταδίδονται ταυτόχρονα από τα άλλα UE.
- Η μαζική MIMO αναμένεται να κατασκευαστεί με τη χρήση υλικού χαμηλού κόστους και χαμηλής ενέργειας. Αυτό γίνεται με το πρόσχημα του νόμου των μεγάλων αριθμών, ο οποίος αναμένεται να εξαλείψει κατά μέσο όρο το θόρυβο που οφείλεται στο ατελές υλικό. Ορισμένες από τις βλάβες περιλαμβάνουν υψηλά επίπεδα θορύβου κβαντισμού που μπορεί να εισαχθεί στον πομποδέκτη λόγω των

(χαμηλής ισχύος) μετατροπέων A/D χαμηλής ανάλυσης. Οι χαμηλού κόστους βρόχοι κλειδώματος φάσης ή οι ταλαντωτές ελεύθερης λειτουργίας σε κάθε αλυσίδα RF που τροφοδοτούν μια κεραία στο BS μπορούν να οδηγήσουν σε σοβαρή εξασθένηση του θορύβου φάσης, η οποία μπορεί να επηρεάσει σημαντικά την απόδοση του συστήματος.



Εικόνα 9: Η διάταξη γενικού ταλαντωτή (general oscillator - GO), όπου ο BS διαθέτει ταλαντωτές ελεύθερης λειτουργίας M_{osc} και οι κεραίες $M/M_{osc} \in \mathbb{Z}^+$ BS συνδέονται σε κάθε ταλαντωτή (Πηγή: Yang et al., 2019).

Μαζική MIMO και θόρυβος φάσης

Είναι κατανοητό ότι η απόδοση των συστημάτων μαζικής MIMO μπορεί να περιοριστεί σοβαρά από τις βλάβες που προκύπτουν από τα μη ιδανικά στοιχεία υλικού του πομποδέκτη. Η εφαρμογή αλγορίθμων πομποδέκτη επιβάλλει τη διαθεσιμότητα αξιόπιστου CSI στο BS. Αυτό αποτελεί πρόκληση, καθώς ο χρόνος συνοχής των καναλιών μεταξύ του BS και των συνδεδεμένων UEs είναι πεπερασμένος, και συνεπώς ο BS απαιτείται να ενημερώνει τακτικά το CSI του. Επιπλέον, οι βλάβες υλικού επηρεάζουν δραστικά την ποιότητα του CSI και το πρόβλημα επιδεινώνεται παρουσία θορύβου φάσης λόγω θορυβωδών τοπικών ταλαντωτών (Jin, Yue & Nguyen, 2020).

Στα συστήματα μαζικής MIMO, ο θόρυβος φάσης προκαλεί τυχαία περιστροφή των μεταδιδόμενων συμβόλων δεδομένων. Επιπλέον, ο θόρυβος φάσης προκαλεί την πραγματική αποτελεσματική φάση του καναλιού κατά την περίοδο μετάδοσης δεδομένων να διαφέρει σημαντικά από εκείνη κατά την περίοδο εκπαίδευσης. Αυτό συμβαίνει επειδή η

αποτελεσματική φάση του καναλιού μετατοπίζεται τυχαία μεταξύ της χρονικής στιγμής που λαμβάνεται ένα πιλοτικό σύμβολο και της στιγμής που μεταδίδεται/λαμβάνεται ένα σύμβολο δεδομένων. Αυτό αναφέρεται ως φαινόμενο γήρανσης του καναλιού. Υπό αυτό το πρίσμα, καθίσταται σημαντική η ανάλυση της επίδρασης του θορύβου φάσης στην απόδοση των συστημάτων μαζικής MIMO (Jin, Yue & Nguyen, 2020).

Οι Krishnan et al. (2015) εξέτασαν το κανάλι κατερχόμενης ζεύξης, όπου ανέλυσαν γραμμικά συστήματα προκωδικοποίησης. Θεωρούσαν ένα μονοκυτταρικό σύστημα μαζικής MIMO που αποτελείται από ένα BS με M κεραίες που εξυπηρετεί πολλαπλούς εξοπλισμούς χρηστών K μίας κεραίας. Ανέλυσαν μια διάταξη γενικού ταλαντωτή (general oscillator GO), που φαίνεται στην Εικόνα 9, όπου ο BS έχει M_{osc} ταλαντωτές ελεύθερης λειτουργίας και $M/M_{osc} \in \mathbb{Z}^+$ BS κεραίες συνδέονται σε κάθε ταλαντωτή.

Οι διατάξεις CO και DO είναι ειδικές περιπτώσεις αυτής της γενικής διάταξης. Οι Krishnan et al. (2014) ανέλυσαν την επίδραση του θορύβου φάσης που οφείλεται σε θορυβώδεις τοπικούς ταλαντωτές για ένα μαζικό σύστημα MIMO που αποτελείται από ένα BS και ένα UE με μία κεραία και εξετάζεται η μετάδοση με πολυπλεξία ορθογωνικής διαίρεσης χρόνου (orthogonal-time division multiplexing transmission - OFDM).

Μελέτησαν την επίδραση της γήρανσης του καναλιού στις διατάξεις CO και DO και αναλύουν το SNR σε κάθε υποφέρουσα για $M \rightarrow \infty$, όταν χρησιμοποιείται ένας δέκτης συνδυασμού μέγιστης αναλογίας (maximum-ratio combining - MRC).

4. Εργαλεία για την ανάλυση και το σχεδιασμό επικοινωνιακών συστημάτων με θόρυβο φάσης

4.1. Μέθοδοι εξαγωγής συμπερασμάτων κατά Bayes και οι εφαρμογές τους σε συστήματα SISO με θόρυβο φάσης

Οι μέθοδοι συμπερασμού του Bayes χρησιμοποιούν τον κανόνα του Bayes για την ενημέρωση των εκτιμήσεων πιθανότητας των διαφόρων υποθέσεων σε ένα πείραμα (Anderson & Moore, 1979· Maybeck, 1982). Η επικαιροποίηση της εκτίμησης πιθανότητας μιας υπόθεσης είναι ιδιαίτερα σημαντική κατά την ανάλυση δεδομένων. Στα συστήματα επικοινωνίας, οι μέθοδοι συμπερασμού του Bayes είναι χρήσιμες για την ανάλυση των θορυβωδών λαμβανόμενων σημάτων.

Ειδικότερα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εκτίμηση ανεπιθύμητων παραμέτρων, όπως θόρυβος φάσης ή συντελεστές καναλιού, και την ανίχνευση της μεταδιδόμενης πληροφορίας. Μία από τις πρώιμες εργασίες που μελέτησαν το πρόβλημα του βέλτιστου ανιχνευτή σήματος σε ένα μπεϋζιανό περιβάλλον είναι η μελέτη του Urkowitz (1967). Σε αυτή την εργασία, εξετάζεται ένα κανάλι SISO με AWGN, και προσδιορίζεται ο βέλτιστος ανιχνευτής σήματος έτσι ώστε το ποσοστό ανίχνευσης μεγιστοποιείται για δεδομένο ποσοστό ψευδούς συναγερμού (δηλαδή, η πιθανότητα ο καθαρός θόρυβος να ανιχνευθεί ως πληροφορία). Η προσέγγιση αυτή επεκτάθηκε σε πιο ρεαλιστικά συστήματα επικοινωνίας στη μελέτη των Digham, Alouini & Simon (2003).

4.1.1. Ανιχνευτής συμβόλων MAP

Για το μοντέλο του συστήματος στην (11), ο ανιχνευτής συμβόλων MAP γράφεται ως εξής:

$$\hat{c}_k = \arg \max_{c_k} \sum_{c \setminus \{c_k\}} P(c|\mathbf{r}) \quad (28)$$

$$\propto \arg \max_{c_k} \int_{\theta_k} P(c_k) p(r_k|c_k, \theta_k) p(\theta_k|\bar{\mathbf{r}}_k) d\theta_k \quad (29)$$

όπου $c = [c_1, \dots, c_L]$, $r^{-k} = [r_1, \dots, r_{k-1}, r_{k+1}, \dots, r_L]$, L είναι ο αριθμός των μεταδιδόμενων συμβόλων και \setminus συμβολίζει ένα σύνολο-αποσύνδεση.

Στα μη κωδικοποιημένα συστήματα, ο ανιχνευτής MAP που ελαχιστοποιεί το SEP για μη κωδικοποιημένη μετάδοση δεδομένων καθορίζει τα μεταδιδόμενα σύμβολα με βάση την (29). Σε αυτόν τον δέκτη, τα σύμβολα ανιχνεύονται με βάση το a posteriori pdf της διαδικασίας θορύβου φάσης που εξαρτάται από το r^{-k} .

Αυτό έρχεται σε αντίθεση με πολλές δομές εκτιμητή-ανιχνευτή που έχουν μελετηθεί στη βιβλιογραφία (Kam et al., 1994), όπου η ανίχνευση συμβόλων γίνεται με βάση το MAP εκτίμηση της διαδικασίας θορύβου φάσης. Για τη διαδικασία θορύβου φάσης Wiener, ο προσδιορισμός του $p(\theta_k | r^{-k})$ είναι αναλυτικά δυσεπίλυτος, γεγονός που καθιστά επίσης τον ανιχνευτή MAP δυσεπίλυτο και μη υλοποιήσιμο στην πράξη (Kam et al., 1994).

4.1.2. Γραφήματα παραγόντων και αλγόριθμος αθροιστικού προϊόντος

Σε γενικές γραμμές, τα γραφήματα παραγόντων ανήκουν στην οικογένεια των γραφικών μοντέλων, τα οποία χρησιμοποιούνται για να αναπαριστούν την παραγοντοποίηση πολυμεταβλητών συναρτήσεων - μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την οπτικοποίηση της αλληλεπίδρασης μεταξύ των μεταβλητών μιας συνάρτησης.

Προκειμένου να αναπαρασταθεί μια πολυμεταβλητή συνάρτηση με τη μορφή ενός γραφήματος παραγόντων, εκφράζεται η πραγματική (σφαιρική) συνάρτηση ως γινόμενο απλούστερων (τοπικών) συναρτήσεων, καθεμία από τις οποίες εξαρτάται μόνο από ένα υποσύνολο μεταβλητών. Η γραφική αναπαράσταση της παραγοντοποιημένης συνάρτησης δίνει ένα διμερές γράφημα, το οποίο εκφράζει τις εξαρτήσεις μεταξύ των μεταβλητών και των τοπικών συναρτήσεων.

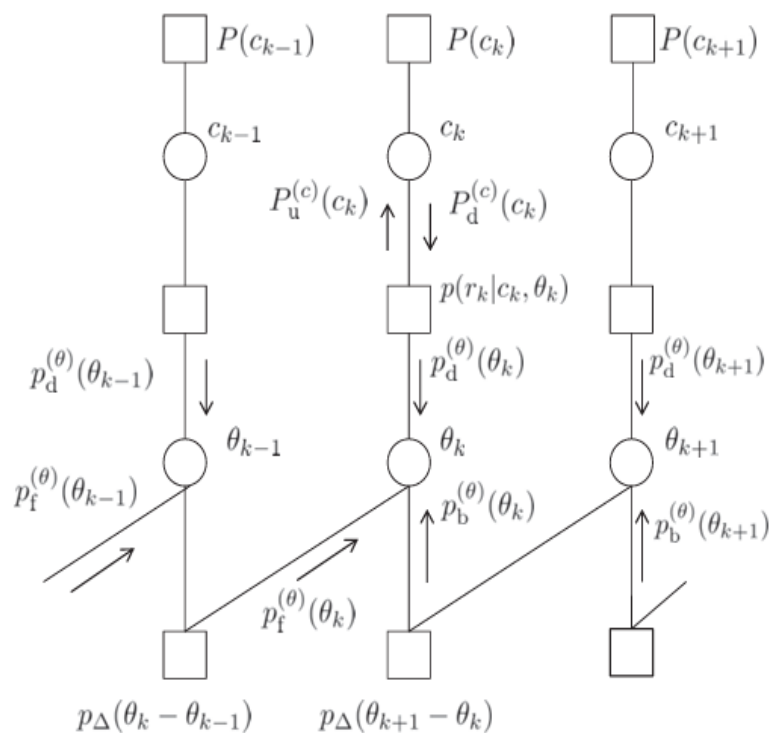
Τα γραφήματα παραγόντων σε συνδυασμό με αλγόριθμους αθροιστικού προϊόντος μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό περιθωρίων συναρτήσεων πιθανότητας. Η περιθωριοποίηση του θορύβου φάσης είναι ένα σημαντικό βήμα προς την υλοποίηση του ανιχνευτή συμβόλων MAP.

Προκειμένου να προκύψει ο ανιχνευτής MAP με τη χρήση του αλγόριθμου αθροιστικού προϊόντος, η (28) επαναδιατυπώνεται ως εξής:

$$\begin{aligned}\hat{c}_k &= \arg \max_{c_k} \sum_{\mathbf{c} \setminus \{c_k\}} P(\mathbf{c}|\mathbf{r}) \\ &= \arg \max_{c_k} \sum_{\mathbf{c} \setminus \{c_k\}} \int_{\boldsymbol{\theta}} P(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{r}) d\boldsymbol{\theta}.\end{aligned}\quad (30)$$

Παραγοντοποιώντας το ολοκλήρωμα, λαμβάνεται:

$$\begin{aligned}P(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}|\mathbf{r}) &\propto P(\mathbf{c})p(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{c})p(\mathbf{r}|\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}), \\ &= P(\theta_0) \prod_{k=1}^L P(c_k) \underbrace{p(\theta_k|\theta_{k-1})}_{p_{\Delta}(\theta_k - \theta_{k-1})} p(r_k|\theta_k, c_k).\end{aligned}\quad (31)$$



Εικόνα 10: Γράφημα παραγόντων και τα μηνύματα αλγόριθμου αθροιστικού προϊόντος με βάση την (31).

Για να παραγοντοποιηθεί η συνάρτηση στην (30) λαμβάνεται ως δεδομένο το γεγονός ότι η θ_k είναι μια διακριτή διαδικασία Wiener όπως στην (13). Η FG που συνδέεται με την συνολική συνάρτηση στην (30) παρουσιάζεται στην Εικόνα 10. Τα μηνύματα στο γράφημα είναι:

$$P_d^{(c)}(c_k) = P(c_k) \quad (32)$$

$$p_d^{(\theta)}(\theta_k) = \sum_{c_k} P_d^{(c)}(c_k) p(r_k | c_k, \theta_k) \quad (33)$$

$$p_f^{(\theta)}(\theta_k) = \int_{\theta_{k-1}} p_f^{(\theta)}(\theta_{k-1}) p_d^{(\theta)}(\theta_{k-1}) \cdot p_{\Delta}(\theta_k - \theta_{k-1}) d\theta_{k-1} \quad (34)$$

$$p_b^{(\theta)}(\theta_k) = \int_{\theta_{k+1}} p_b^{(\theta)}(\theta_{k+1}) p_d^{(\theta)}(\theta_{k+1}) p_{\Delta}(\theta_{k+1} - \theta_k) d\theta_{k+1} \quad (35)$$

$$P_u^{(c)}(c_k) = \int_{\theta_k} p_f^{(\theta)}(\theta_k) p_b^{(\theta)}(\theta_k) p(r_k | c_k, \theta_k) d\theta_k. \quad (36)$$

Όπως φαίνεται στην Εικόνα 10, $P_d^{(c)}(c_k)$ στην (31) είναι το μήνυμα από τον μεταβλητό κόμβο c_k προς τον κόμβο παράγοντα $p(r_k | \theta_k, c_k)$. Στην (33), $p_d^{(\theta)}(\theta_k)$ είναι το μήνυμα από τον κόμβο παράγοντα $p(r_k | \theta_k, c_k)$ προς τον μεταβλητό κόμβο θ_k . $p_f^{(\theta)}(\theta_k)$ στην (34) και $p_b^{(\theta)}(\theta_k)$ στην (35) είναι τα μηνύματα από τους κόμβους παράγοντα $p_{\Delta}(\theta_k - \theta_{k-1})$ και $p_{\Delta}(\theta_{k+1} - \theta_k)$, αντίστοιχα, προς τον θ_k . Τέλος, $P_u^{(c)}(c_k)$ στην (36) είναι το μήνυμα από τον κόμβο παράγοντα $p(r_k | \theta_k, c_k)$ προς τον μεταβλητό κόμβο c_k .

Σημειώνεται ότι το γράφημα παραγόντων στην Εικόνα 10 είναι ένα δέντρο και, επομένως, η εφαρμογή του αλγόριθμου αθροιστικού προϊόντος σε αυτό το γράφημα δίνει τον ακριβή ανιχνευτή συμβόλων MAP (29). Επομένως, $p_b^{(\theta)}(\theta_k) p_f^{(\theta)}(\theta_k)$ είναι η a posteriori pdf $p(\theta_k | r_k)$ που δίνεται στην (29). Έτσι, ο ανιχνευτής στην (29) μπορεί επίσης να εκφραστεί ως εξής:

$$\begin{aligned} \hat{c}_k &= \arg \max_{c_k} P_u^{(c)}(c_k) P_d^{(c)}(c_k) \\ &\propto \arg \max_{c_k} P_u^{(c)}(c_k). \end{aligned} \quad (37)$$

Εδώ, η $P^{(c)}_d(c_k)$ (η οποία είναι επίσης ίση με την $P(c_k)$) είναι ομοιόμορφη για μη κωδικοποιημένη μετάδοση. Τα μηνύματα των εξισώσεων (32)-(36) αποτελούν τον πυρήνα για την υλοποίηση του ανιχνευτή MAP με βάση τον αλγόριθμο αθροιστικού προϊόντος. Ωστόσο, η υλοποίηση του ακριβούς αλγόριθμου αθροιστικού προϊόντος είναι ανέφικτη, διότι συνεπάγεται τον υπολογισμό των συνεχών pdf του θ_k στις εξισώσεις (32)-(35), τα οποία είναι αναλυτικά δυσεπίλυτα.

Η δυσεπίλυτη φύση του ακριβούς ανιχνευτή συμβόλων MAP στις (29) και (37) παρακινεί την ανάγκη να διερευνηθούν πρακτικοί αλγόριθμοι δέκτη χαμηλής πολυπλοκότητας που βασίζονται στην προσέγγιση της κανονικής κατανομής στον αλγόριθμο αθροιστικού προϊόντος (Worthen & Stark, 2001).

Αυτή η προσέγγιση περιλαμβάνει τον περιορισμό των μηνυμάτων στα γραφήματα παραγόντων σε μια συγκεκριμένη οικογένεια pdf, η οποία μπορεί να περιγραφεί συμπαγώς και πλήρως από έναν πεπερασμένο αριθμό παραμέτρων. Έτσι, το έργο του υπολογισμού της ακριβούς pdf περιορίζεται στον υπολογισμό των παραμέτρων της pdf. Για παράδειγμα, όταν τα μηνύματα στο γράφημα παραγόντων περιορίζονται να ανήκουν στην εκθετική οικογένεια pdf, τότε αρκεί ο προσδιορισμός της μέσης τιμής και της διακύμανσης για την πλήρη περιγραφή της pdf.

4.1.3. Μεταβλητό πλαίσιο Μπέιζ

Μια εναλλακτική λύση για την υλοποίηση του βέλτιστου δέκτη στην (29) είναι η χρήση ενός αλγορίθμου που εκτελεί επαναληπτικά κοινή εκτίμηση κατά Bayes και υπολογισμό πιθανότητας συμβόλου a posteriori. Αυτό μπορεί να υλοποιηθεί με την εφαρμογή της τεχνικής Variational Bayesian (VB), η οποία έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως από την κοινότητα των μηχανικών επικοινωνιών για την εξαγωγή αποδοτικών αλγορίθμων δέκτη, όταν το λαμβανόμενο σήμα αλλοιώνεται από τυχαίες ανεπιθύμητες παραμέτρους (Nissila & Pasupathy, 2009).

Αρχικά, υπολογίζεται το λογάριθμο της προηγούμενης πιθανότητας του r ως:

$$\begin{aligned}
\log p(\mathbf{r}) &= \log \sum_{\mathbf{c}} \int_{\boldsymbol{\theta}} p(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{r}) d\boldsymbol{\theta} \\
&= \log \sum_{\mathbf{c}} \int_{\boldsymbol{\theta}} Q(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}) \frac{p(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{r})}{Q(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta})} d\boldsymbol{\theta} \\
&\geq \sum_{\mathbf{c}} \int_{\boldsymbol{\theta}} Q(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}) \log \frac{p(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{r})}{Q(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta})} d\boldsymbol{\theta}.
\end{aligned} \tag{38}$$

Όταν η μεταβλητή κατανομή $Q(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta})$ τίθεται σε $P(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta} | r)$, επιτυγχάνεται το κατώτερο όριο στην (38). Ωστόσο, ο αλγόριθμος περιορίζεται στην αναζήτηση σε μια οικογένεια παραγοντικών κατανομών της μορφής: $Q(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}) = q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$.

Αυτό αντιστοιχεί στην υπόθεση ότι τα \mathbf{c} και $\boldsymbol{\theta}$ είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους δεδομένου του r . Ως εκ τούτου, το κατώτερο όριο δίνεται από:

$$\begin{aligned}
\log P(\mathbf{r}) &\geq \sum_{\mathbf{c}} \int_{\boldsymbol{\theta}} q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) \log \frac{P(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{r})}{q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})} d\boldsymbol{\theta}, \\
&\triangleq \mathcal{H}(q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}), q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}), \mathbf{r}).
\end{aligned} \tag{39}$$

Εδώ, $H(q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}), q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}), r)$ αναφέρεται ως η αντίστροφη ελεύθερη ενέργεια Gibbs ή μεταβλητή ελεύθερη ενέργεια, η μεγιστοποίηση της οποίας οδηγεί στην ελαχιστοποίηση του μέτρου απόκλισης Kullback-Leibler (KL) μεταξύ $q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$ και $P(\mathbf{c}, \boldsymbol{\theta} | r)$.

Προκειμένου να προσδιοριστούν οι παραγοντοποιημένες ελεύθερες κατανομές $q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c})$ και $q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta})$ που μεγιστοποιούν την H , χρησιμοποιείται ένας αλγόριθμος ανόδου συντεταγμένων που μεγιστοποιεί εναλλάξ τη μία ελεύθερη κατανομή, διατηρώντας την άλλη σταθερή. Με βάση τις συναρτησιακές παραγώγους της H ως προς τις ελεύθερες κατανομές, οι εξισώσεις ενημέρωσης δίνονται ως εξής:

$$\begin{aligned}
q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) &\propto P(\boldsymbol{\theta}) e^{\sum_{\mathbf{c}} q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) \ln P(\mathbf{r} | \mathbf{c}, \boldsymbol{\theta})}, \\
q_{\mathbf{c}}(\mathbf{c}) &\propto P(\mathbf{c}) e^{\int_{\boldsymbol{\theta}} q_{\boldsymbol{\theta}}(\boldsymbol{\theta}) \ln P(\mathbf{r} | \mathbf{c}, \boldsymbol{\theta}) d\boldsymbol{\theta}}.
\end{aligned} \tag{40}$$

Ο αλγόριθμος ανόδου συντεταγμένων συγκλίνει σε ένα σταθερό σημείο και γενικά δεν είναι εγγυημένη η παγκόσμια βελτιστότητα.

4.2. Χωρητικότητα καναλιών θορύβου φάσης

Ένας θεμελιώδης τρόπος ανάλυσης της επίδρασης του θορύβου τυχαίας φάσης στην απόδοση ενός συστήματος επικοινωνίας είναι ο προσδιορισμός της χωρητικότητας Shannon. Στη μελέτη των Katz & Shamai (2004) προκύπτουν όρια για τη χωρητικότητα ενός συστήματος SISO με ομοιόμορφο θόρυβο φάσης.

Αποδεικνύεται επίσης ότι η ικανότητα επίτευξης pdf είναι διακριτή με άπειρα σημεία μάζας. Μια παρόμοια εικασία παρουσιάζεται για μερικώς συνεκτικά κανάλια. Στη μελέτη των Hou et al. (2002), η pdf εισόδου που επιτυγχάνει χωρητικότητα για μερικώς συνεκτικά κανάλια βρέθηκε ότι είναι κυκλικά συμμετρική, αλλά όχι απαραίτητα κατανομημένη κατά Gauss. Στη μελέτη του Lapidoth (2002) προέκυψαν ανώτερα όρια της χωρητικότητας για κανάλια θορύβου φάσης με και χωρίς μνήμη.

Συγκεκριμένα, για το κανάλι SISO που δίνεται στο (3.10), ένα ανώτερο όριο για τον επιτεύξιμο ρυθμό δίνεται ως εξής:

$$C_{\text{PN}} = \min\{C_{1,\text{PN}}, C_{2,\text{PN}}\}, \quad (41)$$

όπου:

$$C_{1,\text{PN}} \leq \log_2 \left(1 + \frac{|h|^2}{\sigma_w^2} \right) \quad (42)$$

$$C_{2,\text{PN}} \leq \frac{1}{2} \log_2 \left(\frac{2\pi|h|^2}{\sigma_w^2} \right) - \frac{1}{2} \log_2 (2\pi e \tau (\sigma_\varphi^2 + \delta_{\text{pn}} \sigma_\varphi^2)) \quad (43)$$

Στην (43), ο δεύτερος όρος αντιπροσωπεύει τη διαφορική εντροπία της διαδικασίας θορύβου φάσης, $\phi_k + \phi_k$. Το αποτέλεσμα στην (43) ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι η διαδικασία θορύβου φάσης είναι στάσιμη και έχει πεπερασμένο ρυθμό διαφορικής εντροπίας.

4.3. Θεωρία τυχαίων πινάκων και ασυμπτωτικά αποτελέσματα

Η Θεωρία τυχαίων πινάκων (Random Matrix Theory – RMT) εφαρμόζεται ευρέως σε προβλήματα στη φυσική, τη στατιστική, την ανάλυση δεδομένων και τη μηχανική (Tao, 2012· Akemann et al., 2011). Τα τελευταία χρόνια, έχει προκύψει ένας μεγάλος όγκος εργασιών στον τομέα των επικοινωνιών και της θεωρίας της πληροφορίας, οι οποίες όχι μόνο χρησιμοποίησαν αποτελέσματα της RMT, αλλά και συνεισέφεραν θεμελιωδώς στην RMT (Tulino & Verdú, 2004). Τα εργαλεία της RMT ήταν ιδιαίτερα ελκυστικά για τους ερευνητές για την ανάλυση της απόδοσης των μαζικών συστημάτων MIMO, όπου συνήθως η ανάλυση περιλαμβάνει τυχαίους πίνακες μεγάλων διαστάσεων.

Ας θεωρηθεί ένας τυχαίος πίνακας που συμβολίζεται με H μεγέθους $M \times K$, του οποίου οι καταχωρήσεις είναι γκαουσιανές i.i.d. τυχαίες μεταβλητές. Συγκεκριμένα, το στοιχείο της i -οστής γραμμής και της j -οστής στήλης του H συμβολίζεται με $H|i,j \sim CN(0, \frac{1}{M})$. Σε ένα μαζικό σύστημα MIMO, το H μπορεί να αντιπροσωπεύει τον πίνακα καναλιού μικρής κλίμακας Rayleigh fading μεταξύ K χρηστών και M κεραιών BS.

Καθώς ο αριθμός των γραμμών και των στηλών του H αυξάνεται, δηλαδή $M, K \rightarrow \infty$, ενώ $M/K = \beta$, η εμπειρική συνάρτηση αθροιστικής κατανομής των ιδιοτιμών (που ονομάζεται επίσης φάσμα) του H παρουσιάζει ενδιαφέρουσες ιδιότητες σύγκλισης. Συγκεκριμένα, το φάσμα του H και οι συναρτησιακές της γίνονται ντετερμινιστικές στο ασυμπτωτικό όριο. Η παρατήρηση αυτή οδηγεί στην κεντρική έννοια της ασυμπτωτικής θεωρίας τυχαίων πινάκων ότι η εμπειρική κατανομή των στιγμών των ιδιοτιμών του H και των συναρτησιακών του γίνεται ντετερμινιστική, και αυτό είναι ανεξάρτητο από την κατανομή των καταχωρήσεων του πίνακα.

Συγκεκριμένα, το φάσμα του HH^H συγκλίνει σχεδόν σίγουρα σε μια μη τυχαία συνάρτηση κατανομής που ονομάζεται νόμος Marchenko-Pastur. Τα αποτελέσματα αυτά είναι ιδιαίτερα χρήσιμα δεδομένου ότι οι ιδιοτιμές των τυχαίων πινάκων χρησιμοποιούνται για τον χαρακτηρισμό της απόδοσης των επικοινωνιακών συνδέσεων (π.χ. συνδέσεις MIMO). Ας σημειωθεί ότι η n -οστή στιγμή των ιδιοτιμών του H υπολογίζεται ως εξής:

$$\frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \lambda_m^n = \frac{1}{M} \text{tr}\{\mathbf{H}^n\}. \quad (44)$$

όπου λ_m δηλώνει μια ιδιοτιμή του H . Αυτό συνεπάγεται ότι το κανονικοποιημένο ίχνος των συναρτησιακών του H , $\frac{1}{M} \text{tr}\{H^n\}$, γίνεται ντετερμινιστικό στο ασυμπτωτικό όριο. Παρόλο που η σύγκλιση του φάσματος βασίζεται στην υπόθεση ότι τόσο το M όσο και το K γίνονται ασυμπτωτικά μεγάλα, το αποτέλεσμα αυτό είναι μια καλή προσέγγιση ακόμη και για μικρές διαστάσεις του H (Wagner et al., 2012).

Μετασχηματισμός Stieltjes

Για μια ευρεία κατηγορία τυχαίων πινάκων, οι ασυμπτωτικές κατανομές ιδιοτιμών είτε είναι ρητά γνωστές είτε μπορούν να υπολογιστούν αριθμητικά. Ωστόσο, το πρόβλημα του προσδιορισμού μιας άγνωστης κατανομής πιθανότητας δεδομένων των ροπών της αντιμετωπίζεται με τη χρήση του μετασχηματισμού Stieltjes.

Ορισμός 1^{ος}: Μετασχηματισμός Stieltjes (Tulino & Verdú, 2004):

Έστω X μια τυχαία μεταβλητή πραγματικής τιμής με κατανομή F . Τότε ο μετασχηματισμός Stieltjes $m(z)$ της F , για $z \in \mathbb{C}$ έτσι ώστε $\Im\{z\} > 0$, ορίζεται ως εξής:

$$m(z) = \mathbb{E} \left[\frac{1}{X - z} \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{x - z} dF(x) \quad (45)$$

$$= -\frac{1}{z} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mathbb{E}[X^n]}{z^n}. \quad (46)$$

Το pdf του X , $p(x)$, μπορεί να ληφθεί με την επίκληση του τύπου αντιστροφής Stieltjes, ο οποίος δίνεται ως εξής:

$$p(x) = \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{1}{\pi} m(x + j\omega). \quad (47)$$

Με βάση την (44), ο μετασχηματισμός Stieltjes μπορεί να θεωρηθεί ως η συνάρτηση δημιουργίας στιγμής ενός τυχαίου ερμιτιανού πίνακα του οποίου η εμπειρική κατανομή ιδιοτιμών είναι $p(X)$.

Ελεύθερη πιθανότητα και ασυμπτωτική ελευθερία

Μια σημαντική έννοια στην ασυμπτωτική ανάλυση RMT είναι αυτή της μη αντιμεταθετικής θεωρίας ελεύθερων πιθανοτήτων (Akemann et al., 2011). Στη θεωρία ελεύθερων πιθανοτήτων, ένας τυχαίος πίνακας θεωρείται ως ένας γραμμικός τυχαίος τελεστής, ο οποίος είναι μη αντιμεταθετικός, και η έννοια της στατιστικής ανεξαρτησίας των τυχαίων μεταβλητών παρακάμπτεται από την έννοια της "ελεύθερης ανεξαρτησίας" των τυχαίων πινάκων.

Ας θεωρηθούν οι τυχαίες μεταβλητές, X και Y , και ο τελεστή προσδοκίας E . Τότε:

$$\mathbb{E}(XY)^m = \mathbb{E}X^m Y^m = \mathbb{E}X^m \mathbb{E}Y^m \quad (48)$$

εάν οι X και Y είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους. Ας θεωρηθούν τώρα οι τυχαίοι πίνακες (τελεστές) X και Y μεγέθους $M \times M$, και τον τελεστή προσδοκίας για τυχαίους πίνακες που δίνεται ως εξής:

$$\frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{X}\mathbf{Y})^m \neq \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{X})^m (\mathbf{Y})^m \neq \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{X})^m \frac{1}{M} \text{tr}(\mathbf{Y})^m \quad (49)$$

ακόμη και αν οι εγγραφές των X και Y είναι στατιστικά ανεξάρτητες μεταξύ τους, για $M \rightarrow \infty$. Αυτό οφείλεται στη μη αντιμεταθετική φύση του πολλαπλασιασμού πινάκων.

Προκειμένου να αναλυθούν οι πράξεις προσδοκίας στο (49), πρέπει να χρησιμοποιηθεί η θεωρία των ελεύθερων πιθανοτήτων και η έννοια της ελεύθερης ασυμπτωτικής ανεξαρτησίας. Ο τελεστής προσδοκίας συμβολίζεται ως $Tr(-) = 1 Mtr(-)$.

Τότε, οι πίνακες X και Y είναι ασυμπτωτικά ελεύθερα ανεξάρτητοι μεταξύ τους αν:

$$\text{Tr}((P_X(\mathbf{X}) - \text{Tr}P_X(\mathbf{X}))(P_Y(\mathbf{Y}) - \text{Tr}P_Y(\mathbf{Y}))) \xrightarrow{M \rightarrow \infty} 0 \quad (50)$$

όπου $PX(X)$ και $PY(Y)$ είναι πολυώνυμα στο X και στο Y . Γίνεται χρήση της ελεύθερης πιθανότητας προκειμένου να απλοποιηθεί η άλγεβρα που περιλαμβάνει τυχαίους πίνακες. Ιδιαίτερο ενδιαφέρον παρουσιάζει το Λήμμα 1, το οποίο δίνεται ως εξής.

ΛΗΜΜΑ 1: Έστω $X, Y \in \mathbb{C}^{M \times M}$ ελεύθερα ανεξάρτητοι τυχαίοι πίνακες με ομοιόμορφα περιορισμένη φασματική νόρμα για όλα τα M (Tao, 2012). Περαιτέρω, έστω ότι όλες οι ροπές των εγγράφων των X, Y είναι πεπερασμένες, τότε:

$$\text{Tr}XY - \text{Tr}X\text{Tr}Y \xrightarrow{M \rightarrow \infty} 0. \quad (51)$$

Γενικά, η διαπίστωση της ελεύθερης ανεξαρτησίας μεταξύ τυχαίων πινάκων είναι ένα μη τετριμμένο πρόβλημα. Ωστόσο, αρκετοί ενδιαφέροντες τυχαίοι πίνακες έχουν αποδειχθεί ότι είναι ασυμπτωτικά ελεύθεροι κάτω από ορισμένες συνθήκες (Tulino, & Verdú, 2004). Για την απόδειξη της ανεξαρτησίας χρησιμοποιείται το ακόλουθο Λήμμα.

ΛΗΜΜΑ 2: Έστω $X, Y \in \mathbb{C}^{M \times M}$ τυχαίοι πίνακες τέτοιοι ώστε το ασυμπτωτικό τους φάσμα να υπάρχει για $M \rightarrow \infty$ (Tao, 2012), οι καταχωρήσεις των X και Y είναι στατιστικά ανεξάρτητες και είτε ο X είτε ο Y είναι μοναδιαία αναλλοίωτοι. Τότε τα X και Y είναι σχεδόν σίγουρα ασυμπτωτικά ελεύθερα.

5. Σχεδιασμός συστήματος παρουσία θορύβου φάσης

Σίγουρα, ένας τρόπος αντιμετώπισης του προβλήματος του θορύβου φάσης είναι ο προσεκτικός σχεδιασμός ταλαντωτών ώστε να έχουν χαμηλά και ελεγχόμενα επίπεδα τυχαίων μεταβολών φάσης. Τέτοιοι ταλαντωτές, με τη σειρά τους, μπορεί να έχουν υψηλότερη κατανάλωση ισχύος και μπορεί να είναι δαπανηροί. Δεδομένης της πανταχού παρουσίας των ασύρματων συσκευών και της εκθετικής αύξησης της χρήσης τους, ο σχεδιασμός των ταλαντωτών πρέπει να βελτιστοποιηθεί όσον αφορά το κόστος και την ισχύ. Αυτό καθιστά αναπόφευκτη τη χρήση θορυβωδών ταλαντωτών. Ως εκ τούτου, καθίσταται σημαντικός ο κατάλληλος σχεδιασμός αλγορίθμων πομποδέκτη και η αντιστάθμιση των επιπτώσεων του θορύβου φάσης (Barbieri & Colavolpe, 2011).

5.1. Προσεγγίσεις σχεδιασμού για συστήματα SISO με θόρυβο φάσης

Το πρόβλημα της σχεδίασης ασύρματων επικοινωνιακών συστημάτων παρουσία θορύβου φάσης διερευνάται εδώ και δεκαετίες. Οι κύριες προσεγγίσεις σχεδιασμού σε αυτό το πρόβλημα μπορούν να συνοψιστούν ως εξής:

- 1.** Σχεδιασμός ανιχνευτών θορύβου φάσης που παρακολουθούν ή εκτιμούν τη διαδικασία θορύβου φάσης στα λαμβανόμενα σήματα και αντισταθμίζουν τις επιπτώσεις της, ακολουθούμενοι από συνεκτική ανίχνευση των μεταδιδόμενων συμβόλων (Mengali & D'Andrea, 1997).
- 2.** Σχεδιασμός κοινών αλγορίθμων ανίχνευσης δεδομένων με εκτίμηση φάσης για την αντιστάθμιση του θορύβου φάσης και την ανίχνευση δεδομένων (Colavolpe, Barbieri & Caire, 2005).
- 3.** Σχεδιασμός αστερισμών που είναι βελτιστοποιημένοι για το κανάλι θορύβου φάσης (Foschini, Gitlin & Weinstein, 1973).
- 4.** Σχεδιασμός κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων που ενσωματώνουν την επίδραση του θορύβου φάσης (Barbieri & Colavolpe, 2011).

5.2. Παρακολούθηση θορύβου φάσης

Οι ανιχνευτές χρησιμοποιούνται για την παρακολούθηση ή την εκτίμηση του θορύβου φάσης με βάση τα λαμβανόμενα δείγματα, τα οποία λαμβάνονται μετά από προσαρμοσμένο φιλτράρισμα και δειγματοληψία του $r(t)$. Η εκτίμηση του θορύβου φάσης χρησιμοποιείται στη συνέχεια για την αντιστάθμιση των λαμβανόμενων δειγμάτων ως εξής:

$$r_k \triangleq r_k e^{-j\hat{\theta}_k} = c_k e^{j\phi_k} + n_k \quad (52)$$

$$\phi_k \triangleq \theta_k - \hat{\theta}_k, n_k \triangleq \tilde{n}_k e^{-j\hat{\theta}_k}. \quad (53)$$

Εδώ, $\hat{\theta}_k$ είναι η εκτίμηση του θορύβου φάσης και ϕ_k είναι το υπολειπόμενο σφάλμα φάσης. Μετά από αυτή την αντιστάθμιση, πραγματοποιείται συνεκτική ανίχνευση των μεταδιδόμενων συμβόλων θεωρώντας το ϕ_k μηδέν.

Ο πιο ευρέως χρησιμοποιούμενος ανιχνευτής είναι ο βρόχος κλειδώματος φάσης (Phase Locked Loop - PLL) (Mengali & D'Andrea, 1997). Η λειτουργία του μπορεί να συνοψιστεί ως εξής: Έστω $\hat{\theta}_k$ η παρακολουθούμενη φάση από ένα φίλτρο βρόχου και θ_k ο θόρυβος φάσης στο λαμβανόμενο σήμα, τα οποία είναι οι είσοδοι στον διακριτή φάσης.

Έστω $\phi_k \triangleq \theta_k - \hat{\theta}_k$ που υποδηλώνει τη διαδικασία σφάλματος φάσης. Αυτό το σήμα σφάλματος τροφοδοτείται στη συνέχεια στο φίλτρο βρόχου, το οποίο παράγει το $\hat{\theta}_k$, έτσι ώστε το ϕ_k να ελαχιστοποιείται. Όταν ένα PLL προσπαθεί αρχικά να παρακολουθήσει τη φάση του εισερχόμενου σήματος, το ϕ_k είναι μεγάλο, το οποίο μειώνεται σταθερά με το χρόνο. Αυτός ο μεταβατικός τρόπος λειτουργίας ονομάζεται τρόπος απόκτησης του PLL.

Όταν το ϕ_k είναι μικρό, το PLL λέγεται ότι είναι κλειδωμένο στο εισερχόμενο σήμα. Ένας άλλος ανιχνευτής που χρησιμοποιείται συνήθως είναι το εκτεταμένο φίλτρο Kalman (extended Kalman Filter - EKF), το οποίο έχει αποδειχθεί ότι έχει δομή και απόδοση παρόμοια με αυτή ενός PLL (Dauwels & Loeliger, 2003).

Η απόδοση των ιχνηλατών μπορεί να αξιολογηθεί συγκρίνοντας το μέσο τετραγωνικό σφάλμα (mean square error - MSE) με ένα κατώτερο όριο για το MSE εκτίμησης του θορύβου φάσης. Ένας τρόπος χαρακτηρισμού του

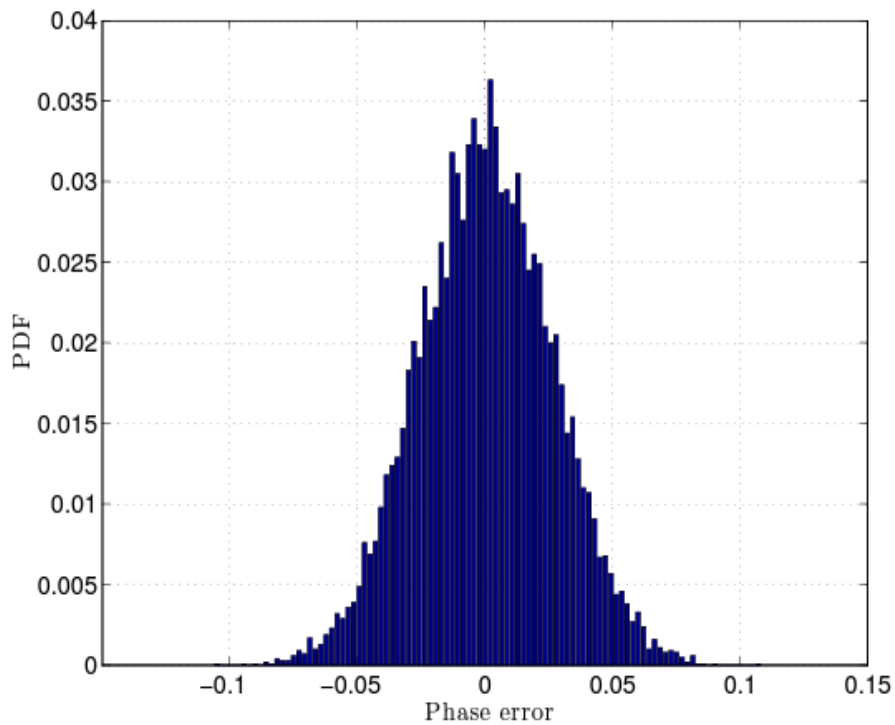
κατώτερου ορίου MSE είναι η αξιολόγηση του Bayesian Cramer-Rao bound (CRB) [65] για το μοντέλο θορύβου φάσης στην (13).

Έχει αποδειχθεί ότι τα φίλτρα σωματιδίων (Amblard et al., 2003), τα εκτεταμένα φίλτρα Kalman ή οι εξομαλυντές, οι αλγόριθμοι εκτίμησης MAP (Pitarokoilis et al., 2014) επιτυγχάνουν την απόδοση CRB. Σημειώστε ότι οι αναλυτικές μορφές κλειστής μορφής του CRB δεν είναι γενικά διαθέσιμες για το μοντέλο στο (13), όταν τα δεδομένα είναι άγνωστα ή όταν ο εκτιμητής έχει περιορισμένες εκ των προτέρων πληροφορίες για τα μεταδιδόμενα δεδομένα.

Τον τελευταίο καιρό έχουν γίνει σημαντικές προσπάθειες για τη βελτίωση της απόδοσης των κωδικοποιημένων συστημάτων (όπως οι κώδικες turbo) παρουσία θορύβου φάσης. Για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος, ο αλγόριθμος επεξεργασίας ανά επιζώντα (per-survivor processing - PSP) έχει χρησιμοποιηθεί ευρέως. Εδώ, η εκτίμηση του θορύβου φάσης πραγματοποιείται πρώτα με τη χρήση ενός εκτιμητή όπως ο PLL, ακολουθούμενος από την ανίχνευση ακολουθίας (χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο Viterbi ή τον αλγόριθμο BCJR) (Anastasopoulos & Chugg, 2001).

Μια άλλη ευρέως χρησιμοποιούμενη τεχνική για το πρόβλημα αυτό ονομάζεται turbo synchronization (Herzet et al., 2007), όπου η εκτίμηση του θορύβου φάσης πραγματοποιείται με τη χρήση του αλγορίθμου μεγιστοποίησης προσδοκιών (expectation-maximization - EM).

Οι εκτιμήσεις φάσης χρησιμοποιούνται στη συνέχεια για τον υπολογισμό των εκ των υστέρων πιθανοτήτων bit και συμβόλου με αλγορίθμους όπως ο BCJR. Και στις δύο μεθόδους συγχρονισμού PSP και turbo, οι εκτιμήσεις θορύβου φάσης που λαμβάνονται από τον αλγόριθμο εκτίμησης αντιμετωπίζονται ως η πραγματική τιμή του θορύβου φάσης (Leshem & Yemini, 2017).



Εικόνα 11: Pdf του σφάλματος φάσης που προκύπτει από την αντιστάθμιση του λαμβανόμενου σήματος με ένα EKF για $\sigma_{\Delta}^2 = 10^{-2} \text{rad}^2$ (Πηγή: Leshem & Yemini, 2017).

Μοντέλα σφάλματος φάσης

Στο πλαίσιο της ανίχνευσης θορύβου φάσης, είναι σημαντικό να μελετηθούν μοντέλα για τη διαδικασία υπολειπόμενου σφάλματος φάσης φ_k . Μέχρι στιγμής, μελετήθηκαν αλγόριθμοι δέκτη όπου το φ_k αντιμετωπίζεται ως μηδέν, ενώ εκτελείται συνεκτική ανίχνευση στα αντισταθμισμένα λαμβανόμενα σήματα (Ferrari et al., 2007).

Ωστόσο, το φ_k είναι ένα RV και τα στατιστικά του μπορούν να χρησιμοποιηθούν για το σχεδιασμό αλγορίθμων κοινής ανίχνευσης δεδομένων εκτίμησης φάσης, οι οποίοι μπορούν να βελτιώσουν σημαντικά την απόδοση του ποσοστού σφάλματος. Συνήθως υποτίθεται ότι το φ_k που προκύπτει από τον εκτιμητή/ακολουθητή είναι κατανομημένο κατά Tikhonov (Viterbi, 1963). Η pdf Tikhonov ή Von Mises με κυκλική μέση τιμή θ και διακύμανση $1/\rho$ δίνεται ως εξής:

$$p(\phi_k) = \frac{e^{\rho \cos(\phi_k)}}{2\pi I_0(\rho)}, \phi_k \in [-\pi, \pi], \quad (54)$$

Αυτή η pdf είναι κατά προσέγγιση γκαουσιανή για μεγάλες τιμές του ρ και χρησιμοποιείται επίσης για τη μοντελοποίηση του σφάλματος φάσης μετά την αντιστάθμιση με τη χρήση ενός εκτιμητή/ακολουθητή. Μια άλλη pdf που χρησιμοποιείται για τη μοντελοποίηση του ϕ_k είναι η περιτυλιγμένη γκαουσιανή κατανομή (Goebel et al., 2011):

$$p(\phi_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_p^2}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} e^{-\frac{(\phi_k - 2l\pi)^2}{2\sigma_p^2}}, \phi_k \in [-\pi, \pi], \quad (55)$$

όπου σ_p^2 δηλώνει τη διακύμανση. Ως παράδειγμα, παρουσιάζεται το εμπειρικό σφάλμα φάσης στην Εικόνα 11, το οποίο είναι περίπου κατανομημένο κατά Gauss ή Tikhonov για ένα δεδομένο πλάτος συμβόλου.

5.3. Αλγόριθμοι κοινής εκτίμησης φάσης – ανίχνευσης δεδομένων

Όταν το μεταδιδόμενο σήμα πληροφορίας επηρεάζεται από AWGN και θόρυβο φάσης, πώς μπορούν να σχεδιαστούν αλγόριθμοι ανίχνευσης δεδομένων κοινής εκτίμησης θορύβου φάσης χαμηλής πολυπλοκότητας έτσι ώστε να επιτυγχάνεται (σχεδόν) βέλτιστη απόδοση του συστήματος; Το πρόβλημα του σχεδιασμού αλγορίθμων δέκτη που εκτελούν από κοινού εκτίμηση του θορύβου φάσης και ανίχνευση δεδομένων σε συνδέσεις SISO έχει μελετηθεί εκτενώς.

Μερικές από τις πρώτες εργασίες που ασχολήθηκαν με αυτό το πρόβλημα είναι οι Savory (2010), Sohrabi & (2015) οι οποίες προτείνουν την ταυτόχρονη εκτίμηση μέγιστης πιθανοφάνειας (maximum-likelihood - ML) των συμβόλων δεδομένων, της φάσης του φέροντος και της χρονικής μετατόπισης. Στη μελέτη του Ungerboeck (1974) προτείνεται η εκτίμηση MAP με βάση τον αλγόριθμο Viterbi για την από κοινού εκτίμηση του θορύβου φάσης και των δεδομένων.

Το μοντέλο θορύβου φάσης που εξετάζεται στην παρούσα εργασία είναι παρόμοιο με το μοντέλο τυχαίου περιπάτου στην (13), αλλά οι καινοτομίες Δ_k περιορίζονται σε διακριτά δυαδικά άλματα. Αυτή η

έλλειψη αντιμετωπίζεται στη μελέτη των Macchi & Scharf (1981), όπου χρησιμοποιείται η διακριτή διαδικασία Wiener (13). Συγκεκριμένα, ο θόρυβος φάσης τυχαίων μεταβλητών θεωρείται διακριτός στο εύρος $[-\pi, \pi]$ και χρησιμοποιείται ο αλγόριθμος Viterbi για τον προσδιορισμό των εκτιμήσεων θορύβου φάσης και συμβόλου MAP. Μια παρόμοια προσέγγιση που χρησιμοποιεί τον αλγόριθμο BCJR προτείνεται από τους Peleg, Shamai & Galan (2000).

Μια αναλυτική πραγματεία του ανιχνευτή συμβόλων MAP για το μοντέλο συστήματος στην (14) μπορεί να βρεθεί στους Zhang et al. (2021), όπου αποδεικνύεται ότι ο βέλτιστος ανιχνευτής έχει μια διαχωρίσιμη δομή εκτιμητή-ανιχνευτή. Τα λαμβανόμενα σήματα χρησιμοποιούνται πρώτα για τον υπολογισμό του a posteriori pdf του θορύβου φάσης. Αυτό το pdf του θορύβου φάσης χρησιμοποιείται στη συνέχεια για την εκτέλεση της ανίχνευσης συμβόλων. Το πρόβλημα του υπολογισμού του a posteriori pdf του θορύβου φάσης με βάση τα λαμβανόμενα σήματα αποδεικνύεται ότι είναι γενικά δυσεπίλυτο.

Προκειμένου να προκύψει ο ανιχνευτής συμβόλων MAP, είναι δυνατόν να περιοριστεί η a posteriori pdf του θορύβου φάσης σε μια κανονική οικογένεια κατανομών. Αυτή η προσέγγιση αναφέρεται σε μια πολύ παλαιότερη εργασία των Foschini et al. (1973).

Στην εργασία τους, υποτίθεται ότι η φάση του λαμβανόμενου σήματος παρακολουθείται και αντισταθμίζεται με τη χρήση ενός PLL. Στη συνέχεια, η a posteriori pdf σφάλματος φάσης προσεγγίζεται ως μια pdf Tikhonov και χρησιμοποιείται για την εξαγωγή του ανιχνευτή ML.

Όταν τα μεταδιδόμενα σύμβολα επηρεάζονται από τυχαίο θόρυβο φάσης, έχουν χρησιμοποιηθεί μέθοδοι βασισμένες στο SPA για το σχεδιασμό αλγορίθμων δέκτη. Ένας κοινός ανιχνευτής δεδομένων-εκτιμητή φάσης που βασίζεται στο SPA, ο οποίος είναι παρόμοιος με έναν εκτεταμένο εξομαλυντή Kalman προτείνεται από τους Dauwels & Loeliger (2003).

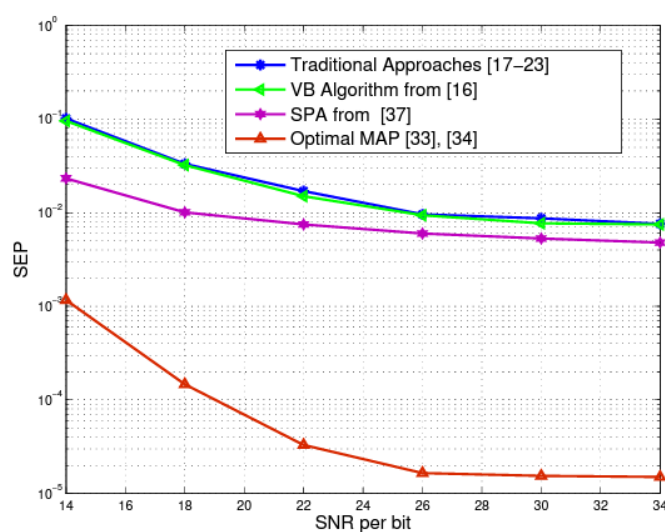
Στην εργασία των Colavolpe, Barbieri & Caire (2005), τα μηνύματα που χρησιμοποιούνται στο SPA περιορίζονται να είναι κατανομημένα κατά Tikhonov. Μια επέκταση αυτής της προσέγγισης παρουσιάζεται από τους Barbieri, Colavolpe & Caire (2007) προκειμένου να αντιμετωπιστεί τόσο ο θόρυβος φάσης όσο και μια σταθερή μετατόπιση συχνότητας.

Ως εναλλακτική λύση χαμηλής πολυπλοκότητας της SPA, η μελέτη των Nissila & Pasupathy (2009) χρησιμοποιεί το πλαίσιο του Variational Bayesian. Στη μελέτη των Anastasopoulos & Chugg (2001) προτείνεται ένας αλγόριθμος βασισμένος στον αλγόριθμο BCJR με αναδρομές προς τα εμπρός και προς τα πίσω για την εκτίμηση του θορύβου φάσης και την ανίχνευση δεδομένων. Εφαρμογές των μεθόδων δειγματοληψίας Monte Carlo για κοινή εκτίμηση θορύβου φάσης και ανίχνευση δεδομένων διερευνώνται από τους Simoens et al. (2009) τόσο για κωδικοποιημένα όσο και για μη κωδικοποιημένα συστήματα.

Αναφορικά με το πώς αποδίδουν οι διάφοροι εκτιμητές-ανιχνευτές χαμηλής πολυπλοκότητας σχετικά με την SEP σε σχέση με τον αλγόριθμο MAP:

Έστω μη κωδικοποιημένη μετάδοση δεδομένων συμβόλων από έναν αστερισμό 16-QAM. Το μοντέλο θορύβου φάσης που χρησιμοποιείται είναι το διακριτό μοντέλο θορύβου φάσης Wiener στο (13) με $\sigma^2_{\Delta} = 10^{-2} \text{rad}^2$. Η σύγκριση παρουσιάζεται στην Εικόνα 12, όπου παρατηρείται ότι η διαφορά στην απόδοση μεταξύ των διαφόρων προτεινόμενων αλγορίθμων και του MAP είναι σημαντική.

Το χάσμα στην απόδοση παρακινεί την ανάγκη σχεδιασμού νέων αλγορίθμων χαμηλής πολυπλοκότητας για την εκτέλεση κοινής εκτίμησης θορύβου φάσης και ανίχνευσης δεδομένων για σενάρια σοβαρά ισχυρού θορύβου φάσης, ιδίως λαμβάνοντας υπόψη αστερισμούς υψηλής τάξης.



Εικόνα 12: Σύγκριση της απόδοσης SEP μεταξύ των διαφόρων ανιχνευτών και της βέλτιστης MAP για 16-QAM, $\sigma^2\Delta = 10^{-2}$ rad² (Πηγή: Zhang et al., 2021).

5.4. Σχεδιασμός αστερισμού

Μια άλλη προσέγγιση για τη βελτίωση της απόδοσης του συστήματος όταν επηρεάζεται από θόρυβο φάσης είναι η βελτιστοποίηση του αστερισμού του σήματος που χρησιμοποιείται για τη μετάδοση μέσω της ασύρματης ζεύξης.

Το πρόβλημα της διάταξης M σημείων σε ένα διδιάστατο επίπεδο έτσι ώστε να βελτιστοποιείται μια αντικειμενική συνάρτηση-στόχος είναι ένα κλασικό πρόβλημα στη θεωρία της επικοινωνίας. Εδώ και δεκαετίες, το πρόβλημα αυτό έχει μελετηθεί για διαφορετικές συνθήκες καναλιού και μοντέλα επικοινωνίας. Η SEP και η αμοιβαία πληροφορία (mutual information - MI) είναι μερικά από τα μέτρα απόδοσης που έχουν χρησιμοποιηθεί ως αντικειμενική συνάρτηση-στόχος. Οι αστερισμοί που ελαχιστοποιούν το SEP για το κανάλι θορύβου φάσης είναι επιθυμητοί σε μη κωδικοποιημένα συστήματα.

Επίσης, υπάρχουν συστήματα με περιορισμένη καθυστέρηση και εφαρμογές όπως ο συντονισμός των BS στα δίκτυα κινητής τηλεφωνίας 4G και οι βρόχοι ανατροφοδότησης σε συστήματα ελέγχου που είναι προτιμότερο να μην κωδικοποιούνται. Στα κωδικοποιημένα συστήματα, ορισμένα επίπεδα επεξεργασίας, όπως η ανάκτηση ρολογιού, η αποκωδικοποίηση προοιμίου πλαισίου με διόρθωση σφάλματος προς τα εμπρός (forward error correcting - FEC) και η προσαρμοστική ισοστάθμιση εξαρτώνται από την απόδοση SEP.

Οι αστερισμοί που μεγιστοποιούν το MI παρέχουν ένα ανώτερο όριο για τον επιτεύξιμο ρυθμό για οποιονδήποτε αποκωδικοποιητή και είναι ιδιαίτερα σημαντικός για αποκωδικοποιητές που βασίζονται σε σύμβολα, όπως στην trellis-κωδικοποιημένη διαμόρφωση ή σε μη δυαδικά κωδικοποιημένα συστήματα που βασίζονται σε LDPC, και για συστήματα που χρησιμοποιούν δυαδικούς κώδικες που επιτυγχάνουν χωρητικότητα, όπως οι πολυεπίπεδοι κώδικες. Με τον κατάλληλο σχεδιασμό μη δυαδικών κωδικών ώστε να ταιριάζουν με τους βελτιστοποιημένους αστερισμούς, ή με τη χρήση δυαδικών πολυεπίπεδων κωδικών, μπορεί να προσεγγιστεί η MI του αστερισμού (Barsoum, Jones & Fitz, 2007).

Ο σχεδιασμός αστερισμών για ασύρματα συστήματα που επηρεάζονται από θόρυβο φάσης εξετάζεται από τους Foschini et al. (1973). Στην

εργασία τους, προκύπτει ένας προσεγγιστικός ανιχνευτής MAP και η SEP του για το κανάλι θορύβου φάσης στο (14). Στη συνέχεια, λαμβάνονται αστερισμοί που ελαχιστοποιούν το SEP χρησιμοποιώντας έναν ευρετικό αλγόριθμο.

Στην εργασία των Barsoum, Jones & Fitz (2007), οι αστερισμοί ανθεκτικοί στο θόρυβο φάσης κατασκευάζονται ευρετικά έτσι ώστε να έχουν χαμηλή πολυπλοκότητα αποκωδικοποίησης ή απλές περιοχές απόφασης (επιτρέποντας έτσι την αποκωδικοποίηση με βάση το τεταρτημόριο ή το κατώφλι).

Στην εργασία των Yang et al. (2008), προκύπτει η προσεγγιστική SEP για δεδομένη μετατόπιση φάσης στο (3.9), η οποία ελαχιστοποιείται για τη σχεδίαση αστερισμών.

Στην εργασία Kwak et al. (2008), παρουσιάζεται μια απλή μέθοδος για την κατασκευή αστερισμών σε σχήμα σπείρας και συγκρίνονται οι επιδόσεις τους με τις επιδόσεις των συμβατικών αστερισμών παρουσία θορύβου φάσης χωρίς μνήμη.

Σε μια πιο πρόσφατη προσπάθεια των Kayhan & Montorsi (2014), αντιμετωπίζεται το πρόβλημα του σχεδιασμού αστερισμών που μεγιστοποιούν το MI του καναλιού θορύβου φάσης χωρίς μνήμη. Στην εργασία τους, αρχικά προκύπτει η (κατά προσέγγιση) MI για το κανάλι και οι αστερισμοί βελτιστοποιούνται μεγιστοποιώντας την έτσι προκύπτουσα MI χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο προσομοιωμένης απόκτησης.

Προηγούμενες εργασίες έχουν δείξει ότι οι αστερισμοί που έχουν σχεδιαστεί για θόρυβο φάσης υπερτερούν σημαντικά των συμβατικών αστερισμών όσον αφορά την SEP και το MI. Ωστόσο, στις περισσότερες προηγούμενες εργασίες χρησιμοποιήθηκαν ad-hoc μέθοδοι. Υπήρξαν πολύ περιορισμένες προσπάθειες για την αντιμετώπιση αυτού του προβλήματος με βάση αυστηρές διατυπώσεις βελτιστοποίησης. Αυτοί οι παράγοντες παρακινούν την ανάγκη επανεξέτασης του προβλήματος του σχεδιασμού αστερισμού με βάση διατυπώσεις βελτιστοποίησης που χρησιμοποιούν στοχευμένες αντικειμενικές συναρτήσεις όπως η SEP ή η MI.

5.5. Κωδικοποίηση

Ο σχεδιασμός κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων που επιτυγχάνουν τη χωρητικότητα του καναλιού με αυθαίρετα μικρή πιθανότητα σφάλματος σε προσιτή πολυπλοκότητα αποτελεί το ιερό δισκοπότηρο για τους ερευνητές της θεωρίας κωδικοποίησης.

Ο σχεδιασμός κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων έτσι ώστε να είναι επιδεκτικοί για σενάρια θορύβου φάσης είναι ένα δύσκολο πρόβλημα. Στην εργασία των Minowa, Ochiai & Imai (2004), διερευνάται η επίδραση του θορύβου φάσης στην απόδοση του ρυθμού σφάλματος των τυπικών κωδίκων διόρθωσης σφαλμάτων.

Συμπεραίνεται ότι οι τυπικοί κώδικες LDPC και turbo είναι αποτελεσματικοί στη μείωση της υποβάθμισης της απόδοσης που προκαλείται από το θόρυβο φάσης. Σημειώνεται επίσης ότι τα συστήματα κωδικοποιημένης διαμόρφωσης trellis παρουσιάζουν σημαντική υποβάθμιση της απόδοσης παρουσία ισχυρού θορύβου φάσης. Αυτές οι σχεδιάσεις με τη βοήθεια της εκτίμησης του θορύβου φάσης έχουν αποδειχθεί ότι επιτυγχάνουν καλή απόδοση για κανάλια με ισχυρό θόρυβο φάσης.

Στην εργασία των Karuppasami & Cowley (2008), οι κώδικες LDPC σχεδιάζονται διαιρώντας τις κώδικες λέξεις σε υπο-μπλοκ, έτσι ώστε η μεταβολή του θορύβου φάσης σε κάθε υπο-μπλοκ να είναι μικρή. Στη συνέχεια, χρησιμοποιούνται εκτιμήσεις φάσης για τη διόρθωση κάθε υπο-μπλοκ και εφαρμόζονται έλεγχοι ασάφειας φάσης με τη χρήση τοπικών κόμβων ελέγχου.

Στην εργασία των Barbieri & Colavolpe (2011) σχεδιάζονται κώδικες επανάληψης-συσσώρευσης (repeat-accumulate - RA) όπου η ασάφεια φάσης επιλύεται μέσω διαφορικής κωδικοποίησης.

6. Μαζική MIMO με διαταραχές θορύβου φάσης

6.1. Το κανάλι MU-MIMO Uplink

Έστω ένας BS με M στοιχεία κεραίας που εξυπηρετεί ταυτόχρονα K χρήστες με μία κεραία, μη συνεργάσιμους, μέσα σε μια γεωγραφική περιοχή, που ονομάζεται κυψέλη. Εξετάζεται η κατεύθυνση της επικοινωνίας όπου οι χρήστες στέλνουν δεδομένα στο BS: αυτή ονομάζεται ανερχόμενη ζεύξη. Υποθετικά θεωρείται μετάδοση στενής ζώνης, δηλαδή η επίδραση της διάδοσης μέσω του καναλιού μεταξύ ενός χρήστη και μιας κεραίας του BS αναπαρίσταται από έναν ενιαίο μιγαδικό κλιμακωτό συντελεστή.

Συμβολίζεται το κέρδος καναλιού από τον k -οστό χρήστη στην m -οστή κεραία BS με $h_{m,k}$ και το διάνυσμα καναλιού από τον k -οστό χρήστη προς το BS με $h^k = [h_{1,k}, \dots, h_{M,k}]^T$ και τίθεται η υπόθεση ότι είναι ένα κυκλικά συμμετρικό μιγαδικό γκαουσιανό τυχαίο διάνυσμα, δηλαδή $h_k \sim N_c(0, I_M)$. Εάν ο k -οστός χρήστης μεταδίδει το σύμβολο x_k , το οποίο υπόκειται σε έναν περιορισμό μέσης ισχύος, $E[|x_k|^2] \leq 1$, τότε το λαμβανόμενο διάνυσμα στον BS δίνεται ως εξής:

$$\mathbf{y} = \sqrt{\rho} \sum_{k=1}^K h_k x_k + \mathbf{w}_k, \quad (56)$$

όπου $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^M$ είναι ένα M -διάστατο σύνθετο διάνυσμα και w_k είναι προσθετικός λευκός γκαουσιανός θόρυβος, κατανομημένος ως $w_k \sim N_c(0, I_M)$. Εάν $E[|h_{m,k}|^2] = 1, \forall m, k$ και μόνο ένας χρήστης εκπέμπει, τότε ρ είναι το αναμενόμενο σήμα προς θόρυβο (signal-to-noise ratio - SNR) σε κάθε κεραία BS (Studer & Durisi, 2016).

Η έννοια των συστημάτων MU-MIMO ήταν από μόνη της μια αλλαγή παραδείγματος σε σχέση με το σημείο-προς-σημείο MIMO ενός χρήστη (single-user - SU). Στο σημείο-προς-σημείο SU-MIMO τόσο το BS όσο και το τερματικό χρήστη είναι εξοπλισμένα με πολλαπλά στοιχεία κεραίας και οι διαφορετικοί χρήστες προγραμματίζονται σε ορθογώνια κανάλια. Με την παρουσία μιας ισχυρής διαδρομής LoS μεταξύ του χρήστη και του BS ή

ισχυρής χωρικής συσχέτισης, ο αριθμός των ροών που μπορούν να πολυπλεχθούν στην περίπτωση SU-MIMO μπορεί να πέσει σε μία, προσφέροντας μόνο ένα μικρό κέρδος απόδοσης σε σύγκριση με την περίπτωση όπου ο BS και ο χρήστης διαθέτουν μία μόνο κεραία.

Ωστόσο, η MU-MIMO είναι πιο ανθεκτική σε συνθήκες LoS, δεδομένου ότι δύο χρήστες είναι πιθανό να είναι χωρικά διαχωρισμένοι και οι περιπτώσεις ισχυρής συσχέτισης μεταξύ των χρηστών μπορούν να επιλυθούν με κατάλληλο χρονοπρογραμματισμό πολλαπλών χρηστών. Επίσης, λόγω της παραδοχής της μίας κεραίας για τα τερματικά των χρηστών, η πολυπλοκότητα μεταφέρεται στο BS και τα τερματικά των χρηστών μπορούν να είναι μικρά και ενεργειακά αποδοτικά. Ωστόσο, το MUMIMO έχει και μειονεκτήματα. Απαιτείται ακριβής γνώση των καναλιών, h_k , για να αξιοποιηθούν τα κέρδη του MU-MIMO. Η απόκτηση αυτής της γνώσης είναι δαπανηρή, ιδίως στην κατεύθυνση της καθοδικής ζεύξης.

Επιπλέον, οι βέλτιστες στρατηγικές εκπομπής και λήψης στο MU-MIMO, όπου ο αριθμός των κεραίων BS, M , είναι περίπου ίσος με τον αριθμό των χρηστών μονής κεραίας, K , είναι μη γραμμικές με πολύ υψηλή πολυπλοκότητα και τα απλούστερα γραμμικά σχήματα συχνά αποδίδουν φτωχά (Gesbert et al., 2007).

6.2. Μαζική MIMO

Η μαζική MIMO προτείνει μια περαιτέρω αλλαγή στο παράδειγμα του σχεδιασμού των κυψελοειδών συστημάτων (Rusek et al., 2012· Larsson et al., 2014). Ένας BS Μαζικής MIMO είναι εξοπλισμένο με έναν άνευ προηγουμένου μεγάλο αριθμό στοιχείων κεραίας, M , μερικές εκατοντάδες ή ακόμη και χιλιάδες, και εξυπηρετεί ταυτόχρονα μερικές δεκάδες μη συνεργαζόμενους χρήστες μιας κεραίας, K . Σε αυτό το καθεστώς λειτουργίας, όπου $M \gg K$, τα κανονικοποιημένα κανάλια διανύσματος διάδοσης από διαφορετικούς χρήστες τείνουν να γίνουν ασυμπτωτικά ορθογώνια. Αυτό ονομάζεται ευνοϊκή διάδοση.

Περαιτέρω, οι κανονικοποιημένες νόρμες καναλιών τείνουν να είναι πολύ κοντά στον στατιστικό μέσο όρο τους. Αυτό το φαινόμενο ονομάζεται σκλήρυνση καναλιού. Με ευνοϊκή διάδοση και σκλήρυνση καναλιού, οι γραμμικές στρατηγικές εκπομπής και λήψης είναι κοντά στη βέλτιστη. Παρόμοια με το συμβατικό MU-MIMO, απαιτείται ακριβής γνώση των

καναλιών στην πλευρά του BS στη Μαζική MIMO προκειμένου να αποκομιστούν τα υποσχόμενα κέρδη. Αυτή η γνώση αποκτάται συνήθως μέσω της εκπαίδευσης uplink. Με αυτή την επιλογή, το μήκος του απαιτούμενου διαστήματος εκπαίδευσης αυξάνεται με τον αριθμό των τερματικών και όχι με τον αριθμό των κεραιών BS. Τέλος, ο BS μπορεί να χρησιμοποιήσει τη γνώση του καναλιού που αποκτήθηκε μέσω της εκπαίδευσης άνω ζεύξης για να ανιχνεύσει τα σήματα που λαμβάνονται στην άνω ζεύξη.

Η έννοια του διαστήματος συνοχής αποτελεί κλειδί στη μελέτη των ασύρματων καναλιών και ειδικότερα της Μαζικής MIMO. Ένα διάστημα συνοχής είναι το μπλοκ, π.χ. τ_c χρήσεων καναλιού, κατά τη διάρκεια του οποίου το κανάλι παραμένει περίπου σταθερό. Στην παρούσα έκθεση της Μαζικής MIMO το διάστημα συνοχής χωρίζεται σε ένα διάστημα εκπαίδευσης ανερχόμενης ζεύξης $\tau_p \geq K$ χρήσεων καναλιού και σε ένα διάστημα δεδομένων ανερχόμενης ζεύξης $\tau_d = \tau_c - \tau_p$ χρήσεων καναλιού.

Κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης, κάθε χρήστης μεταδίδει μια ντετερμινιστική ακολουθία εκπαίδευσης $\sqrt{\tau_p}\psi_k$ που είναι ορθογώνια προς τις ακολουθίες εκπαίδευσης των άλλων χρηστών, δηλαδή, $\psi_k^H \psi_{k'} = \delta(k - k')$, όπου $\delta(\cdot)$ είναι το δέλτα Kronecker. Τα λαμβανόμενα διανύσματα κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης δίνονται ως εξής:

$$\mathbf{Y}_p = \sqrt{\rho\tau_p} \sum_{k=1}^K \mathbf{h}_k \psi_k^T + \mathbf{W}_p \quad (57)$$

$$\mathbf{Y}_p \psi_k^* = \sqrt{\rho\tau_p} \mathbf{h}_k + \mathbf{W}_p \psi_k^*, \quad (58)$$

όπου $\mathbf{Y}_p = [y[1], \dots, y[\tau_p]]$ και $\mathbf{W}_p = [w[1], \dots, w[\tau_p]]$. Ο BS σχηματίζει μια εκτίμηση, $\hat{\mathbf{h}}_k$, για το διάνυσμα του καναλιού, \mathbf{h}_k , με βάση το $\mathbf{Y}_p \psi_k^*$, προκειμένου να ανιχνεύσει τα σύμβολα πληροφορίας που μεταδίδονται από τον k -οστό χρήστη, $x_k[\tau_p + 1], \dots, x_k[\tau_c]$. Τα σύμβολα πληροφοριών από διαφορετικούς χρήστες θεωρούνται ανεξάρτητα (Hoydis et al., 2013).

Κατά τη διάρκεια του διαστήματος μετάδοσης δεδομένων, ο BS χρησιμοποιεί τα εκτιμώμενα κανάλια με συνδυασμό μέγιστου λόγου (MRC) για να ανιχνεύσει το μεταδιδόμενο σύμβολο δεδομένων, $x_k[i]$, στην i -οστή χρήση καναλιού του διαστήματος δεδομένων, δηλαδή:

$$\hat{x}_k[i] = \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{y}[i] = \sqrt{\rho} \sum_{k'=1}^K \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_{k'} x_{k'}[i] + \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{w}[i]. \quad (59)$$

Εάν:

$$\mathbb{E} \left[x_k^* \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{w}[i] \middle| \hat{\mathbf{h}}_k \right] = 0 \quad (60)$$

και:

$$\mathbb{E} \left[\left(\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k x_k \right)^* \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{w}[i] \middle| \hat{\mathbf{h}}_k \right] = 0 \quad (61)$$

ένα κατώτερο όριο (επιτεύξιμος ρυθμός), R_k^{SI} , για τη μέγιστη αμοιβαία πληροφορία μεταξύ $x_k[i]$ και $\hat{x}_k[i]$ υπό την προϋπόθεση $\hat{\mathbf{h}}_k$, $I(x_k[i]; \hat{x}_k[i] | \hat{\mathbf{h}}_k)$ λαμβάνεται ως εξής:

$$\begin{aligned} & \max_{p_{X_k[i]}(x_k[i])} I(x_k[i]; \hat{x}_k[i] | \hat{\mathbf{h}}_k) \geq R_k^{SI} \\ & = \mathbb{E} \left[\log_2 \left(1 + \frac{\rho \left| \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k | \hat{\mathbf{h}}_k \right] \right|^2}{\rho \sum_{k'=1}^K \mathbb{E} \left[\left| \hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_{k'} \right|^2 | \hat{\mathbf{h}}_k \right] - \rho \left| \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k | \hat{\mathbf{h}}_k \right] \right|^2 + \|\hat{\mathbf{h}}_k\|^2} \right) \right] \end{aligned} \quad (62)$$

Η μεγιστοποίηση αφορά όλες τις πυκνότητες εισόδου $p_{X_k[i]}(x_k[i])$ που ικανοποιούν τον περιορισμό ισχύος $E[|x_k[i]|^2] \leq 1$. Θα γίνει χρήση του όρου «όριο πλευρικής πληροφορίας» για το R_k^{SI} , καθώς χρησιμοποιεί ρητά την πλευρική πληροφορία που αποκτήθηκε μέσω της εκπαίδευσης ανερχόμενης ζεύξης τόσο για την επεξεργασία του διανύσματος λαμβανόμενου σήματος $y[i]$ όσο και για την αποκωδικοποίηση του συμβόλου πληροφορίας $x_k[i]$ από την έξοδο, $\hat{x}_k[i]$, του φίλτρου επεξεργασίας λήψης.

Ένα πιο εύχρηστο αλλά πιο χαλαρό όριο, $R_k^{UNF_k}$, για τη μέγιστη αμοιβαία πληροφορία μεταξύ $x_k[i]$ και $\hat{x}_k[i]$, $I(x_k[i]; \hat{x}_k[i])$, δίνεται από τη σχέση (Ngo et al., 2013):

$$\begin{aligned} & \max_{p_{X_k[i]}(x_k[i])} I(x_k[i]; \hat{x}_k[i]) \geq R_k^{\text{UNF}} \\ & = \log_2 \left(1 + \frac{\rho \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k \right]^2}{\rho \sum_{k'=1}^K \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_{k'} \right]^2 - \rho \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}_k^H \mathbf{h}_k \right]^2 + \mathbb{E} \left[\|\hat{\mathbf{h}}_k\|^2 \right]} \right) \end{aligned} \quad (63)$$

Θα γίνει χρήση του όρου «όριο χρήσης και ξεχασμού» για το R_k^{UNF} , δεδομένου ότι το $\hat{\mathbf{h}}_k$ χρησιμοποιείται μόνο για την επεξεργασία του λαμβανόμενου διανύσματος $y[i]$, αλλά η πληροφορία αυτή δεν χρησιμοποιείται ρητά για την αποκωδικοποίηση του συμβόλου πληροφορίας $x_k[i]$ από το $\hat{x}_k[i]$. Μια λεπτομερής εξαγωγή και πληροφοριοθεωρητική αιτιολόγηση αυτών των ορίων μπορεί να βρεθεί στην εργασία του Ngo (2015).

6.3. Μαζική MIMO με θόρυβο φάσης

Σε αυτή την ενότητα το βασικό μοντέλο μονοκυτταρικού συστήματος της (56) εμπλουτίζεται με την επίδραση του θορύβου φάσης εκπομπής και λήψης και περιγράφεται και εξηγείται η μεθοδολογία για την εξαγωγή των επιτεύξιμων ρυθμών.

Στην i -οστή χρήση καναλιού του διαστήματος συνοχής, το λαμβανόμενο σήμα στην m -οστή κεραία BS δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$y_m[i] = \sqrt{\rho} e^{-j\theta_m[i]} h_m e^{j\phi[i]} x[i] + w_m[i] \quad (64)$$

Οι διαδικασίες $\theta_m[\cdot]$, $\phi[\cdot]$, h_m , $x[\cdot]$ και $w_m[\cdot]$ είναι αμοιβαία ανεξάρτητες. Ωστόσο, οι διεργασίες θορύβου φάσης του BS από τις m_1 -ες και m_2 -ες κεραίες του BS, $\theta_{m_1}[\cdot]$ και $\theta_{m_2}[\cdot]$, αντίστοιχα, μπορούν να είναι αυθαίρετα εξαρτημένες. Εξετάζουμε δύο συγκεκριμένες λειτουργίες- τη σύγχρονη λειτουργία όπου $\theta_1[\cdot] \equiv \dots \equiv \theta_M[\cdot]$ και τη μη σύγχρονη λειτουργία όπου τα $\theta_m[\cdot]$ είναι αμοιβαία ανεξάρτητα κατά μήκος των κεραίων BS.

Η σύγχρονη λειτουργία μοντελοποιεί μια κεντρική ανάπτυξη όπου ένας Τοπικός ταλαντωτής (Local Oscillator – LO) παρέχει τη φέρουσα

κυματομορφή σε όλες τις κεραιές BS. Αντίθετα, η μη σύγχρονη λειτουργία μοντελοποιεί μια κατανεμημένη ανάπτυξη όπου χρησιμοποιούνται ξεχωριστά LO για κάθε κεραιά BS. Όλες οι διεργασίες θορύβου φάσης υποτίθεται ότι είναι διεργασίες διακριτού χρόνου Wiener. Οι αποκλίσεις των προσανξήσεων του θορύβου φάσης για τα $\theta_m[\cdot]$ και $\phi[\cdot]$ είναι σ^2_θ και σ^2_ϕ , αντίστοιχα. Η διατύπωση πίνακα-διανύσματος δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{y}[i] = \sqrt{\rho}\Theta[i]\mathbf{h}e^{j\phi[i]}x[i] + \mathbf{w}[i], \quad (65)$$

όπου:

$$\mathbf{y}[i] \in \mathbb{C}^M, \quad \Theta[i] \triangleq \text{diag}\{e^{-j\theta_1[i]}, \dots, e^{-j\theta_M[i]}\} \quad (66)$$

για τη μη σύγχρονη λειτουργία και:

$$\Theta[i] \triangleq e^{-j\theta[i]} \mathbf{I}_M \quad (67)$$

για τη σύγχρονη λειτουργία.

Υποτίθεται ένα διάστημα συνοχής τ_c χρήσεων καναλιού με τ_p χρήσεις καναλιού για την εκπαίδευση στην ανερχόμενη ζεύξη και τ_d χρήσεις καναλιού για τη μετάδοση δεδομένων στην ανερχόμενη ζεύξη. Το κανάλι διάδοσης, h , παραμένει σταθερό για το διάστημα συνοχής, αλλάζει σε μια ανεξάρτητη υλοποίηση μεταξύ διαφορετικών διαστημάτων συνοχής και η διαδικασία εξασθένισης θεωρείται ότι είναι στάσιμη και εργοδική.

6.4. Εκπαίδευση Uplink

Για λόγους απλότητας, η ακολουθία εκπαίδευσης αποτελείται από τ_p . Στην 1-οστή χρήση καναλιού του διαστήματος εκπαίδευσης το λαμβανόμενο σήμα, $\mathbf{y}[l]$, δίνεται από την ακόλουθη σχέση:

$$\mathbf{y}[l] = \sqrt{\rho}\Theta[l]\mathbf{h}e^{j\phi[l]} + \mathbf{w}[l]. \quad (68)$$

Είναι σαφές ότι, παρόλο που το h παραμένει σταθερό κατά τη διάρκεια του διαστήματος συνοχής, οι διαδικασίες θορύβου φάσης εξελίσσονται με

ρυθμό συμβόλου. Ως εκ τούτου, το h πρέπει να εκτιμηθεί παρουσία της χρονικά μεταβαλλόμενης διαταραχής λόγω του θορύβου φάσης:

$$\hat{h} = \frac{1}{\tau_p \sqrt{\rho}} \sum_{l=1}^{\tau_p} \mathbf{y}[l] = \frac{1}{\tau_p} \sum_{l=1}^{\tau_p} \Theta[l] h e^{j\phi[l]} + \frac{1}{\tau_p \sqrt{\rho}} \sum_{l=1}^{\tau_p} \mathbf{w}[l]. \quad (69)$$

Αυτή η συγκεκριμένη εκτίμηση είναι η ML εκτίμηση του h δεδομένων των λαμβανόμενων διανυσμάτων $y[1], \dots, y[\tau_p]$ απουσία θορύβου φάσης και όταν το $w[l]$ είναι Γκαουσιανό. Είναι επίσης γραμμική και με χαμηλή πολυπλοκότητα, οι οποίες είναι σημαντικές απαιτήσεις για την εκτίμηση καναλιού στη Μαζική MIMO.

Η χρήση της εκτίμησης του ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (minimum mean square error - MMSE) είναι μια άλλη επιλογή. Διάφορες θεμελιώδεις εργασίες για τη ΜΚαζική MIMO έχουν χρησιμοποιήσει αυτή την εκτίμηση. Στην (68) ο συντελεστής των αποτελεσματικών διανυσματικών καναλιών είναι περιστροφές του καναλιού διάδοσης h , λόγω της παρουσίας θορύβου φάσης.

Ως εκ τούτου, ο υπολογισμός της εκτίμησης MMSE είναι δύσκολος. Ο υπολογισμός της γραμμικής εκτίμησης MMSE είναι απλός, ωστόσο, η χρήση της δεν διευκολύνει ουσιαστικά την εξαγωγή των επιτεύξιμων ρυθμών σε σχέση με την "οιονεί"-ML εκτίμηση της (69) ούτε αλλάζει τις θεμελιώδεις γνώσεις που προκύπτουν από το τελικό αποτέλεσμα.

6.5. Μετάδοση δεδομένων

Ο BS χρησιμοποιεί τη γνώση του καναλιού που αποκτήθηκε μέσω της εκπαίδευσης στην (69) για να εκτελέσει MRC στα λαμβανόμενα διανύσματα, $y[i]$, κατά τη διάρκεια της μετάδοσης δεδομένων. Το ανιχνευμένο σύμβολο, $\hat{x}[i]$, με βάση την επεξεργασία του λαμβανόμενου διανύσματος $y[i]$ δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{x}[i] = \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{y}[i] = \sqrt{\rho} \hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] h e^{j\phi[i]} x[i] + \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i]. \quad (70)$$

Παρατηρείται ότι παρόλο που το \hat{h} παρέχει σημαντικές πληροφορίες για το h , αυτό έχει τη μορφή υπέρθεσης διαφόρων εκδοχών του h με στοιχεία που περιστρέφονται τυχαία από το θόρυβο φάσης. Επιπλέον, τα

αποτελεσματικά κέρδη καναλιού στο τη χρήση του i -οστού καναλιού, $\Theta[i]h e^{j\phi[i]}$, είναι επίσης περιστρεφόμενες εκδοχές της διάδοσης καναλιού, h . Επομένως, φαίνεται τρομερό να αξιοποιηθούν όλες οι πληροφορίες διαθέσιμη από την εκτίμηση του καναλιού, \hat{h} , περισσότερο από τη χρήση της στην (70), όπως ήταν η (62). Μια επέκταση της προσέγγισης που οδηγεί στην (63) είναι στο εξής περιγράφεται. Με την επέκταση του εκτιμώμενου καναλιού, \hat{h} , το ανιχνευμένο σύμβολο, $\hat{x}[i]$, στην (70) γράφεται ως εξής:

$$\hat{x}[i] = \sqrt{\rho}A[i]x[i] + \frac{1}{\tau_p} \sum_{l=1}^{\tau_p} \mathbf{w}^H[l] \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} x[i] + \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i], \quad (71)$$

Όπου

$$A[i] \triangleq \frac{1}{\tau_p} \sum_{l=1}^{\tau_p} \mathbf{h}^H \Theta^H[l] \Theta[i] \mathbf{h} e^{j(\phi[i]-\phi[l])}. \quad (72)$$

Παρατηρείται ότι το $A[i]$ είναι τυχαίο λόγω της εξάρτησής του από το θόρυβο φάσης. Ωστόσο, οι ροπές του μπορούν να υπολογιστούν. Ως εκ τούτου, η (71) μπορεί να εκφραστεί ως εξής:

$$\hat{x}[i] = \sqrt{\rho} \mathbf{E} [A[i]] x[i] + \mathbf{E}N[i] \quad (73)$$

όπου ο αποτελεσματικός όρος θορύβου $\mathbf{E}N[i]$ δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{E}N[i] = \sqrt{\rho} (A[i] - \mathbf{E} [A[i]]) x[i] + \frac{1}{\tau_p} \sum_{l=1}^{\tau_p} \mathbf{w}^H[l] \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} x[i] + \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i]. \quad (74)$$

Παρατηρείται ότι τα $\mathbf{E} [A[i]] x[i]$ και $\mathbf{E}N[i]$ είναι ασυσχέτιστα, αλλά δεν είναι απαραίτητα ανεξάρτητα. Με $x_i[i] \sim N_c(0, 1)$ ο χειρότερος προσθετικός ασυσχέτιστος θόρυβος, όσον αφορά την αμοιβαία πληροφορία, είναι κυκλικά συμμετρικός μιγαδικός Γκαουσιανός με μέση τιμή 0 και διακύμανση ίση με τη διακύμανση του $\mathbf{E}N[i]$.

Ως εκ τούτου, ένα κατώτερο όριο για την αμοιβαία πληροφορία $I(x[i]; \hat{x}[i])$ δίνεται από τη σχέση:

$$I(x[i]; \hat{x}[i]) \geq R^{\text{UNF}}[i] = \log_2 \left(1 + \frac{\rho |\mathbb{E}[A[i]]|^2}{\text{VAR}(\text{EN}[i])} \right), \quad (75)$$

όπου:

$$\mathbb{E}[A[i]] = \frac{M}{\tau_p} \sum_{l=1}^{\tau_p} e^{-\frac{\sigma_\phi^2 + \sigma_\theta^2}{2}|i-l|}, \quad (76)$$

Για τις συγκεκριμένες περιπτώσεις σύγχρονης και μη σύγχρονης λειτουργίας η έκφραση $\text{VAR}(\text{EN}[i])$ είναι:

$$\text{VAR}(\text{EN}[i]) = \rho \left(M(M+1)t_1 - |\mathbb{E}[A[i]]|^2 \right) + Mt_1 + \frac{M}{\tau_p \rho} + \frac{M}{\tau_p}, \quad (77)$$

για τη σύγχρονη λειτουργία και:

$$\text{VAR}(\text{EN}[i]) = \rho \left(2Mt_1 + M(M-1)t_2 - |\mathbb{E}[A[i]]|^2 \right) + Mt_1 + \frac{M}{\tau_p \rho} + \frac{M}{\tau_p}, \quad (78)$$

για τη μη σύγχρονη λειτουργία, όπου οι όροι t_1 και t_2 δίνονται από τις ακόλουθες σχέσεις:

$$t_1 = \frac{1}{\tau_p^2} \sum_{l_1=1}^{\tau_p} \sum_{l_2=1}^{\tau_p} e^{-\frac{\sigma_\phi^2 + \sigma_\theta^2}{2}|l_1-l_2|} \quad (79)$$

$$t_2 = \frac{1}{\tau_p^2} \sum_{l_1=1}^{\tau_p} \sum_{l_2=1}^{\tau_p} e^{-\frac{\sigma_\phi^2}{2}|l_1-l_2|} e^{-\frac{\sigma_\theta^2}{2}|i-l_1|} e^{-\frac{\sigma_\theta^2}{2}|i-l_2|}. \quad (80)$$

Ο συνολικός πραγματικός επιτεύξιμος ρυθμός δίνεται τότε ως εξής:

$$R^{\text{UNF}} = \frac{1}{\tau_c} \sum_{i=\tau_p+1}^{\tau_c} R^{\text{UNF}}[i]. \quad (81)$$

Το αποτέλεσμα της (81) έχει ορισμένες ελκυστικές ιδιότητες. Πρώτον, είναι σε κλειστή μορφή. Αυτό σημαίνει ότι δεν απαιτούνται χρονοβόρες

και περίπλοκες αριθμητικές μελέτες για την πρόβλεψη της απόδοσης της Μαζικής MIMO με θόρυβο φάσης. Οι επιδράσεις στον επιτεύξιμο ρυθμό σε σχέση με τις παραμέτρους, όπως ο αριθμός των κεραιών BS, M , η διακύμανση των προσαυξήσεων του θορύβου φάσης, σ^2_ϕ και σ^2_θ και το μήκος του διαστήματος εκπαίδευσης, τ_p , εμφανίζονται ρητά στον παραγόμενο επιτεύξιμο ρυθμό.

Αυτό διευκολύνει τη δήλωση διαφόρων νόμων κλιμάκωσης σε σχέση με τις επιμέρους παραμέτρους, π.χ. πώς μεταβάλλεται ο επιτεύξιμος ρυθμός συναρτήσει του M . Επίσης, μπορούν να αποκαλυφθούν συνδέσεις μεταξύ διαφορετικών παραμέτρων, π.χ. πόσο μπορεί να μειωθεί το ρ με την αύξηση του M , ενώ εξασφαλίζεται ένας σταθερός επιθυμητός επιτεύξιμος ρυθμός (Björnson et al., 2015).

Ο επιτεύξιμος ρυθμός στην (81) αντιστοιχεί σε ένα ρεαλιστικό σενάριο, δηλαδή, χρησιμοποιείται ένα σαφές και υλοποιήσιμο σχήμα εκτίμησης καναλιού για την απόκτηση CSI, το αποκτηθέν CSI χρησιμοποιείται για την ανίχνευση δεδομένων με χαμηλή πολυπλοκότητα, γραμμική λήψη και η επίδραση του πεπερασμένου διαστήματος συνοχής γίνεται σαφής. Η μεθοδολογία παρέχει πληροφορίες για διαφορετικά σενάρια ανάπτυξης. Εδώ, έχουν εξεταστεί οι σύγχρονες και μη σύγχρονες λειτουργίες, αλλά παρόμοια ανάλυση μπορεί να πραγματοποιηθεί για αυθαίρετα υβριδικά σενάρια, όπου ένα μόνο LO ελέγχει μια ομάδα στοιχείων κεραιάς.

Επιπλέον, υπάρχει πληθώρα αποτελεσμάτων για Μαζική MIMO χωρίς θόρυβο φάσης, τα οποία προκύπτουν με βάση παρόμοια μεθοδολογία. Η ποσοτικοποίηση της απώλειας του επιτεύξιμου ρυθμού λόγω θορύβου φάσης στη Μαζική MIMO είναι πλέον απλή με σύγκριση με τα υπάρχοντα αποτελέσματα. Τέλος, η μεθοδολογία που εφαρμόζεται εδώ μπορεί να επεκταθεί σε πιο σύνθετα σενάρια, π.χ. πολλαπλούς χρήστες, πολλαπλές κυψέλες, καθώς και σε πιο σύνθετα μοντέλα συστημάτων που περιλαμβάνουν άλλες βλάβες υλικού (Björnson et al., 2015).

6.6. Εναλλακτικό όριο χωρητικότητας για μαζική MIMO με θόρυβο φάσης

Υπάρχει μια ειδική περίπτωση όπου μπορεί να προκύψει ένας άλλος επιτεύξιμος ρυθμός, με βάση την ανάλυση που οδηγεί στην (62). Δηλαδή, σε αυτό το όριο αξιοποιείται η αποκτηθείσα γνώση του καναλιού τόσο για την ανίχνευση MRC όσο και για την αποκωδικοποίηση συμβόλων.

Παρόλο που, η προσέγγιση φαίνεται δύσκολο να επεκταθεί σε ρεαλιστικά μονοκυτταρικά συστήματα Μαζικής ΜΙΜΟ με θόρυβο φάσης, η εξαγωγή της και η σύγκρισή της με το χρησιμοποιούμενο όριο παρέχει σημαντικές πληροφορίες σχετικά με το χάσμα όσον αφορά τον επιτεύξιμο ρυθμό που δίνεται από τις (75) και (81). Σημειώνουμε ότι για την εξαγωγή των (75) και (81), μέρος της πληροφορίας που παρέχεται από το εκτιμώμενο κανάλι δεν χρησιμοποιήθηκε στη διαδικασία αποκωδικοποίησης.

Θεωρείται $\tau_p = 1$. Σε αυτή την περίπτωση, το λαμβανόμενο σήμα κατά τη διάρκεια της εκπαίδευσης του καναλιού δίνεται από τη σχέση:

$$\mathbf{y}[0] = \sqrt{\rho}\mathbf{h} + \mathbf{w}[0] \quad (82)$$

όπου οι αρχικές περιστροφές του θορύβου φάσης έχουν απορροφηθεί στο κανάλι διάδοσης h . Αυτό είναι δυνατό χωρίς αλλαγή στη στατιστική του h λόγω της κυκλικής συμμετρίας της κατανομής του h . Το BS υπολογίζει το εκτίμηση MMSE με βάση την παρατήρηση $y[0]$, δηλαδή:

$$\hat{\mathbf{h}} = \frac{\sqrt{\rho}}{1 + \rho} \mathbf{y}[0] \quad (83)$$

Λόγω του γεγονότος ότι η εκτίμηση καναλιού, \hat{h} , και το σφάλμα εκτίμησης καναλιού, \tilde{h} , είναι από κοινού Gaussian και ασυσχέτιστα, είναι επίσης στατιστικά ανεξάρτητα. Κατά τη διάρκεια της μετάδοσης δεδομένων, με επεξεργασία MRC το ανιχνευμένο σύμβολο $\hat{x}[i]$ στην i -οστή χρήση καναλιού δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{x}[i] = \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{y}[i] = \sqrt{\rho} \hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} x[i] + \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i] \quad (84)$$

$$\begin{aligned} &= \sqrt{\rho} \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \middle| \hat{\mathbf{h}} \right] x[i] \\ &+ \underbrace{\sqrt{\rho} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} - \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \middle| \hat{\mathbf{h}} \right] \right)}_{\triangleq \text{EN}[i]} x[i] + \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i] \end{aligned} \quad (85)$$

Ένας εργοδικός επιτεύξιμος ρυθμός δίνεται από τη σχέση:

$$R^{SI}[i] = \mathbb{E} \left[\log_2 \left(1 + \frac{\rho \left| \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \mid \hat{\mathbf{h}} \right] \right|^2}{\rho \text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \mid \hat{\mathbf{h}} \right) + \mathbb{E} \left[\left| \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i] \right|^2 \mid \hat{\mathbf{h}} \right]} \right) \right] \quad (86)$$

Η παραπάνω έκφραση μπορεί να απλοποιηθεί περαιτέρω με τον υπολογισμό του των υπό συνθήκη προσδοκιών:

$$\mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \mid \hat{\mathbf{h}} \right] = e^{-\frac{\sigma_\phi^2 + \sigma_\theta^2}{2} i} \left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|^2 \quad (87)$$

και:

$$\mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i] \mid \hat{\mathbf{h}} \right] = \left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|^2 \quad (88)$$

Οι εσωτερικές προσδοκίες εξαρτώνται από την \hat{h} και από όλες τις υπόλοιπες πηγές τυχαιότητας και η εξωτερική προσδοκία είναι σε σχέση με την \hat{h} . Η έκφραση:

$$\text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \mid \hat{\mathbf{h}} \right) \quad (89)$$

αξιολογείται ως εξής:

$$\text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \mid \hat{\mathbf{h}} \right) = \left(1 - e^{-(\sigma_\phi^2 + \sigma_\theta^2) i} \right) \left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|^4 + \frac{1}{1 + \rho} \left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|^2 \quad (90)$$

και

$$\begin{aligned} \text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \mid \hat{\mathbf{h}} \right) &= \left(1 - e^{-\sigma_\theta^2 i} \right) \sum_{m=1}^M \left| \hat{h}_m \right|^4 + \frac{1}{1 + \rho} \left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|^2 \\ &+ e^{-\sigma_\theta^2 i} \left(1 - e^{-\sigma_\phi^2 i} \right) \left\| \hat{\mathbf{h}} \right\|^4 \end{aligned} \quad (91)$$

(91)

για τη σύγχρονη και τη μη σύγχρονη λειτουργία, αντίστοιχα. Αυτό είναι ένα όριο πλευρικής πληροφορίας που επεκτείνει το αποτέλεσμα της (62) σε Μαζική MIMO με θόρυβο φάσης.

Το αντίστοιχο όριο χρήσης και σε αυτή την περίπτωση δίνεται από τη σχέση:

$$R^{\text{UNF}}[i] = \log_2 \left(1 + \frac{\rho \left| \mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \right] \right|^2}{\rho \text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \right) + \mathbb{E} \left[\left| \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i] \right|^2 \right]} \right) \quad (92)$$

όπου η αποτίμηση των προσδοκιών δίνει:

$$\mathbb{E} \left[\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \right] = \frac{\rho}{\rho+1} M e^{-\frac{\sigma_\phi^2 + \sigma_\theta^2}{2} i} \quad (93)$$

και:

$$\mathbb{E} \left[\left| \hat{\mathbf{h}}^H \mathbf{w}[i] \right|^2 \right] = \frac{\rho}{\rho+1} M \quad (94)$$

Ο όρος διακύμανσης αξιολογείται για τη σύγχρονη λειτουργία ως εξής:

$$\rho \text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \right) = \rho \left(\frac{\rho}{1+\rho} \right)^2 M^2 \left(1 - e^{-(\sigma_\phi^2 + \sigma_\theta^2) i} \right) + \frac{\rho^2}{\rho+1} M \quad (95)$$

και για τη μη σύγχρονη λειτουργία ως εξής:

$$\begin{aligned} \rho \text{VAR} \left(\hat{\mathbf{h}}^H \Theta[i] \mathbf{h} e^{j\phi[i]} \right) &= \rho M \frac{\rho}{\rho+1} \frac{2\rho+1}{\rho+1} \\ &+ \rho M \left(\frac{\rho}{\rho+1} \right)^2 e^{-\sigma_\theta^2 i} \left((M-1) - M e^{-\sigma_\phi^2 i} \right) \end{aligned} \quad (96)$$

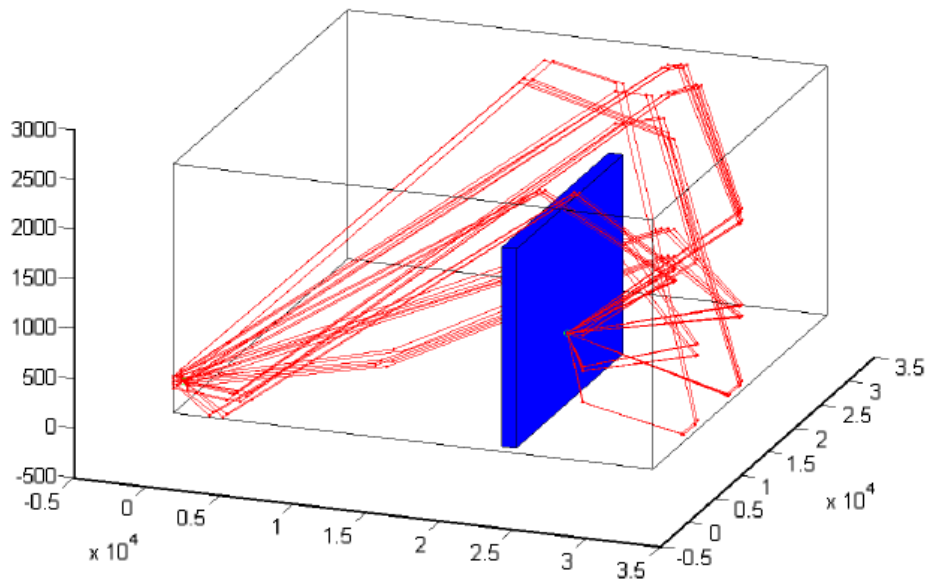
7. Υλοποιητικό Μέρος

Παρακάτω παρουσιάζουμε την πειραματική διαδικασία που ακολουθήσαμε. Συγκεκριμένα, έγινε ανάλυση των αποτελεσμάτων μίας διαδικασίας Ray Tracing σε εσωτερικούς χώρους, τα οποία αξιοποιήθηκαν με σκοπό την κατασκευή μίας αντίστοιχης προσομοίωσης στη MATLAB χρησιμοποιώντας την MIMMO – OFDM τεχνική. Αξιοποιώντας την συγκεκριμένη, ήμασταν σε θέση να μελετήσουμε την επίδραση AWGN θορύβου στο σύστημα και στα αποτελέσματά του.

7.1. Ray Tracing

Επειδή ο όρος Ray Tracing χρησιμοποιείται και σε άλλες βιομηχανίες, είναι ορθό να επιδιώξουμε να ορίσουμε εδώ, τι αναφέρουμε με το παραπάνω και πώς χρησιμοποιείται για την συγκεκριμένη εφαρμογή. Αρχικά, είναι γνωστό, ότι στα ασύρματα τηλεπικοινωνιακά συστήματα, τα σήματα μεταδίδονται με την χρήση ραδιοκυμάτων.

Η διάδοση αυτή, χαρακτηρίζεται από απώλειες που μπορούν να βασιστούν σε μία πληθώρα αιτιών όπως απόσταση. Για να είμαστε σε θέση να σχεδιάζουμε βέλτιστα συστήματα, πρέπει να αξιοποιήσουμε διαθέσιμα μοντέλα που επιδιώκουν να προσεγγίσουν την παραπάνω απώλεια, τα οποία συνήθως είναι είτε θεωρητικά (οπότε επιβάλλεται να γίνουν αρκετές παραδοχές για να ισχύουν σε πραγματικά περιβάλλοντα) είτε εμπειρικά (που ίσως να παρουσιάζουν ένα όχι τόσο ισχυρό θεωρητικό υπόβαθρο).

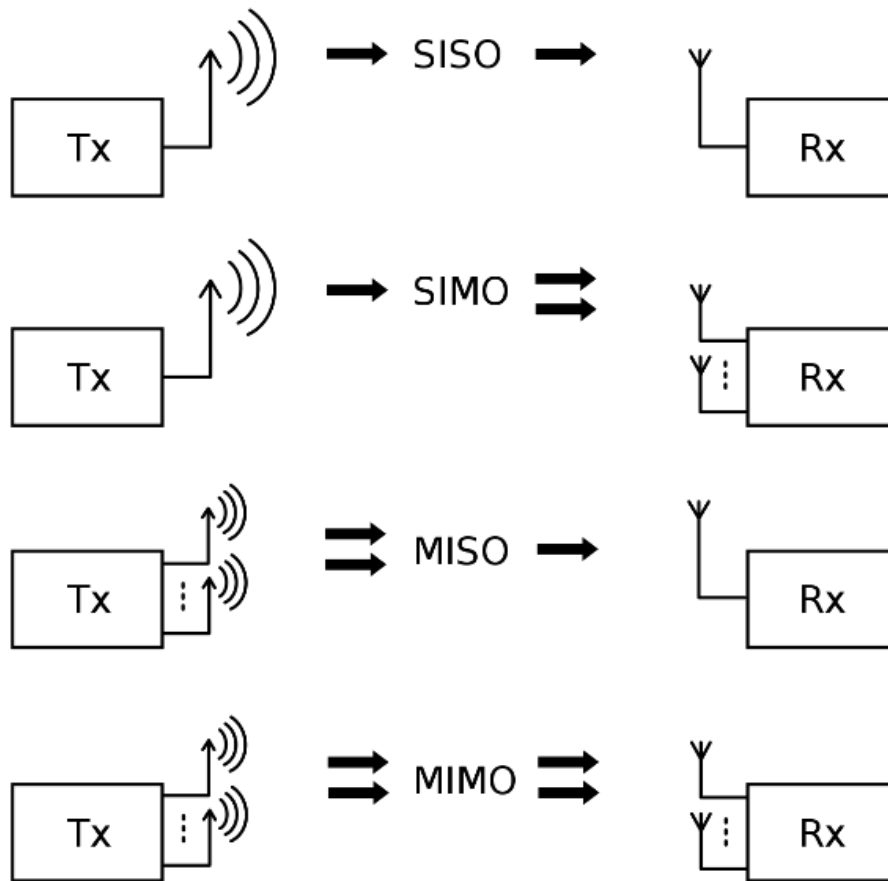


Εικόνα 13: Ray Tracing σε ένα δωμάτιο

Από την άλλη, τα ray tracing μοντέλα είναι σε θέση να αξιοποιηθούν σε συγκεκριμενοποιημένα περιβάλλοντα καθώς, για ένα τρισδιάστατο περιβάλλον τα ίδια μπορούν τόσο να προβλέψουν την διαδρομή του εκάστοτε ray από τον πομπό στον δέκτη αλλά και να προσεγγίσουν το αντίστοιχο κόστος/αλλαγή φάσης.

Μία από τις πιο βασικές μεθόδους (την οποία χρησιμοποιήσαμε και εμείς στη συγκεκριμένη περίπτωση είναι η Shooting and Bouncing Rays (SBR), Multiple – Input, Multiple Output Orthogonal Freq Div Multiplex (MIMO OFDM).

Επιδιώκοντας να διαχωρίσουμε την τεχνική στα επιμέρους κομμάτια της, ξεκινάμε με το MIMO, όπου ουσιαστικά εδώ μας επιτρέπεται να χρησιμοποιήσουμε πολλαπλές κεραίες που μπορούν να λειτουργήσουν είτε σαν πομποί είτε σαν δέκτες, επιτρέποντας μεγαλύτερη ισχύ σήματος, καθώς έξυπνες κεραίες είναι σε θέση να συνδυάσουν διαφορετικές ροές δεδομένων, από διαφορετικές διαδρομές, σε διαφορετικές χρονικές στιγμές, φτάνοντας ταχύτητες μέχρι και 300 Mbps γεγονός που προσπερνά κατά πολύ της παλαιότερες SISO.



Εικόνα 14: Τα διαφορετικά είδη

Από την άλλη κατά το OFDM, ένα stream δεδομένων χωρίζεται σε αρκετά υποκανάλια περιορισμένης ζώνης σε αντίθεση σε ένα μεγάλο εύρος, γεγονός που βοηθάει σημαντικά την αξιοποίηση του στην ασύρματη επικοινωνία.

7.2. Additive White Gaussian Noise/Θόρυβος (AWGN)

Όπως γνωρίζουμε, σε κάθε τηλεπικοινωνιακό σύστημα η μείωση του θορύβου αποτελεί πάντα προτεραιότητα. Παρόλα αυτά, είναι επίσης γνωστό, ότι η τεχνική της επιτηδευμένης προσθήκης θορύβου (γνωστής ποσότητας) μέσα σε ένα σύστημα, μπορεί να μας βοηθήσει σημαντικά να καταλάβουμε πώς θα ανταποκριθεί το ίδιο κατά την λειτουργία του, γεγονός που θα μας επιτρέψει την βελτίωση/τον καλύτερο σχεδιασμό του.

Για τον λόγο αυτό υπάρχουν συγκεκριμένα μοντέλα θορύβου. Το πιο γνωστό από αυτά είναι ο AWGN θόρυβος καθώς ο ίδιος είναι σε θέση να προσομοιάσει αρκετές τυχαίες διαδικασίες που λαμβάνουν χώρα στην

φύση. Για να είμαστε πιο συγκεκριμένοι, τα 3 χαρακτηριστικά αυτού του θορύβου είναι τα παρακάτω:

1. Additive: Υπό την λογική ότι προστίθεται στο σήμα
2. White: Ο λευκός θόρυβος έχει επίπεδο φάσμα (σταθερή τιμή φασματικής πυκνότητας ισχύος σε μία πολύ μεγάλη περιοχή συχνοτήτων). Ονομάζεται λευκός σε αντιστοιχία με το λευκό φως όπου σε κάθε περιοχή του φάσματος παρουσιάζει ίδια ενέργεια.
3. Gaussian: Ακολουθεί την κανονική κατανομή

7.3. Διαδικασία

Η ανάλυση του ray tracing εδώ γίνεται μεταξύ ενός πομπού και ενός δέκτη

```
peirviewArray(rxArray);  
tx = txsite("cartesian", "Antenna",txArray,"AntennaPosition",[-1.46; -1.42; 2.1], 'TransmitterFrequency',5.8e9);  
rx = rxsite("cartesian", "Antenna",rxArray,"AntennaPosition",[.3; .3; .85],"AntennaAngle",[0;90]);
```

Εικόνα 15: Γωνία / Θέση κεραίας καθώς και συχνότητα

Φορτώνουμε το αντίστοιχο τρισδιάστατο μοντέλο (το παίρνουμε έτοιμο προφανώς)

```
mapFileName = "conferenceroom.stl";
```

Εικόνα 16: Όνομα μοντέλου

Ενώ στη συνέχεια ορίζουμε τόσο τη συχνότητα του φορέα και υπολογίζουμε το μήκος κύματος:

```
%Freq / Wavelength  
fc = 5.8e9;  
lambda = physconst("lightspeed")/fc;
```

Εικόνα 17: Συχνότητα – Wave Length

Παρακάτω φαίνεται η Ray Tracing τεχνική και συγκεκριμένη ότι επιλέξαμε την sbr:

```

18 %Pick Ray Tracing
19 pm = propagationModel("raytracing","CoordinateSystem","cartesian","Method","sbr","AngularSeparation","low", ...
20 "MaxNumReflections",2,"SurfaceMaterial","wood");
21

```

Εικόνα 18: SBR Ray Tracing

Καθώς και τις παραμέτρους για τον θόρυβο όπως φαίνεται παρακάτω:

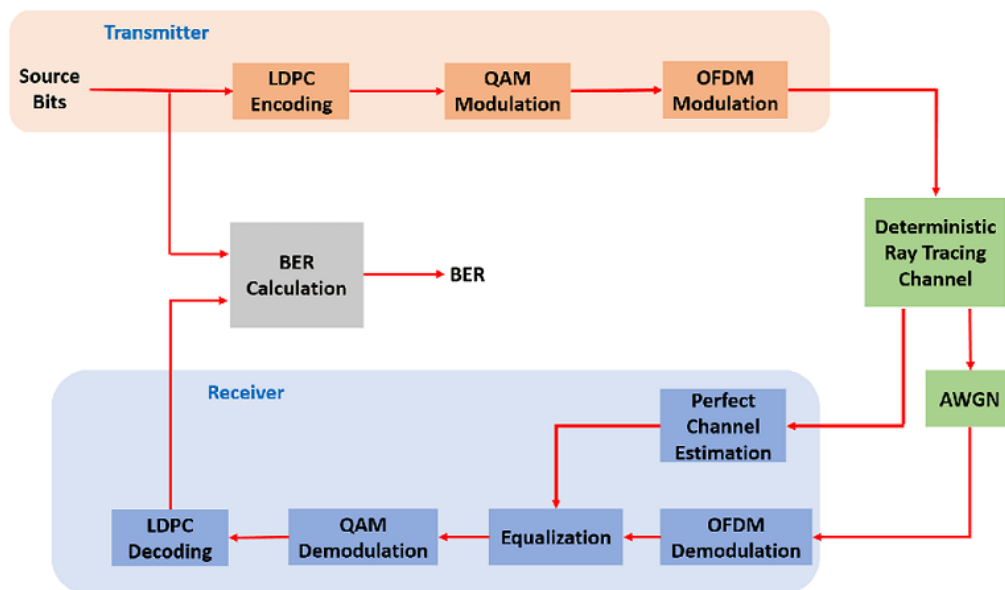
```

74 %Noise
75 rxWave = awgn(chanOut,SNRLin,numTx/numRx,'linear');
76

```

Εικόνα 19: Noise

Το σύστημα σε ευρύτερη περιγραφή, μπορεί να φανεί από το παρακάτω σχήμα:

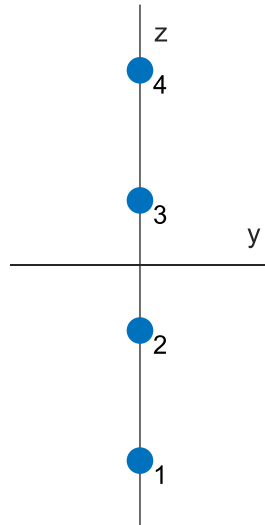


Εικόνα 20: Διαδικασία

Επιδιώκοντας να τρέξουμε το σύστημα φαίνονται τα παρακάτω:

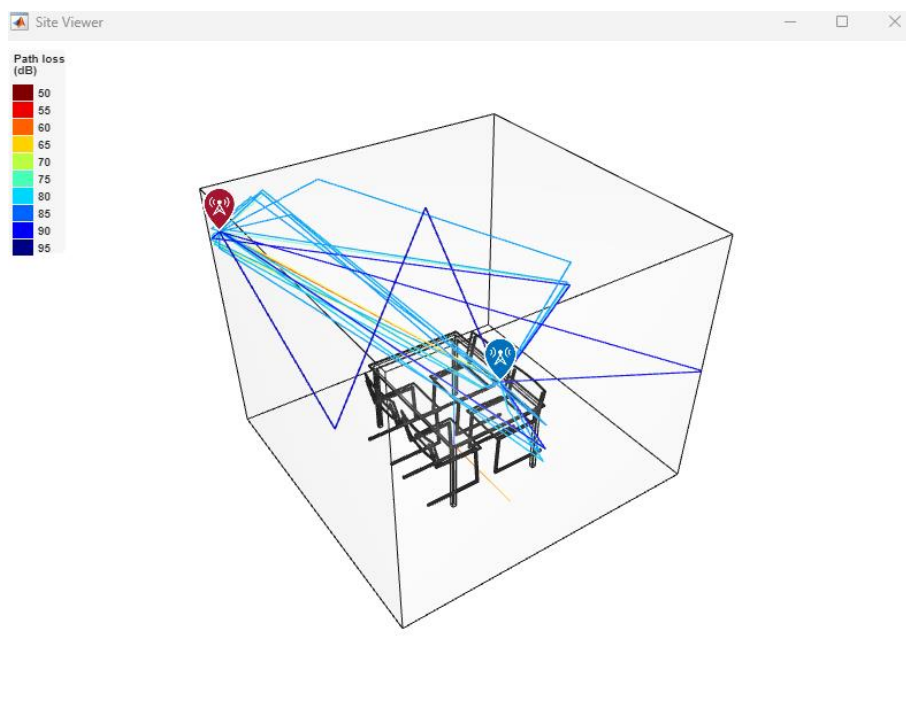
Αρχικά ένας γραμμικός πίνακας (uniform linear array ULA) ο οποίος αποτελεί την κεραία εκπομπής η οποία με την βοήθεια της εντολής `helperViewArray` φαίνεται παρακάτω:

Array Geometry



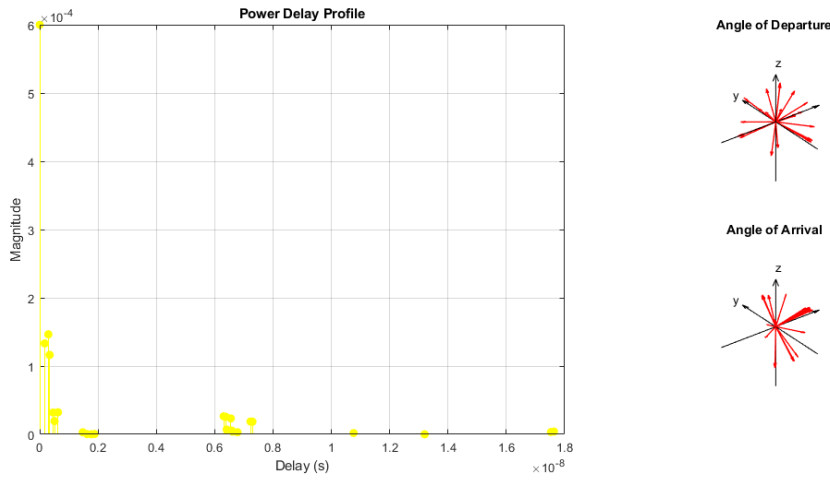
Εικόνα 21: ULA

Τα rays μαζί με το αντίστοιχο loss φαίνονται παρακάτω στο τρισδιάστατο περιβάλλον.



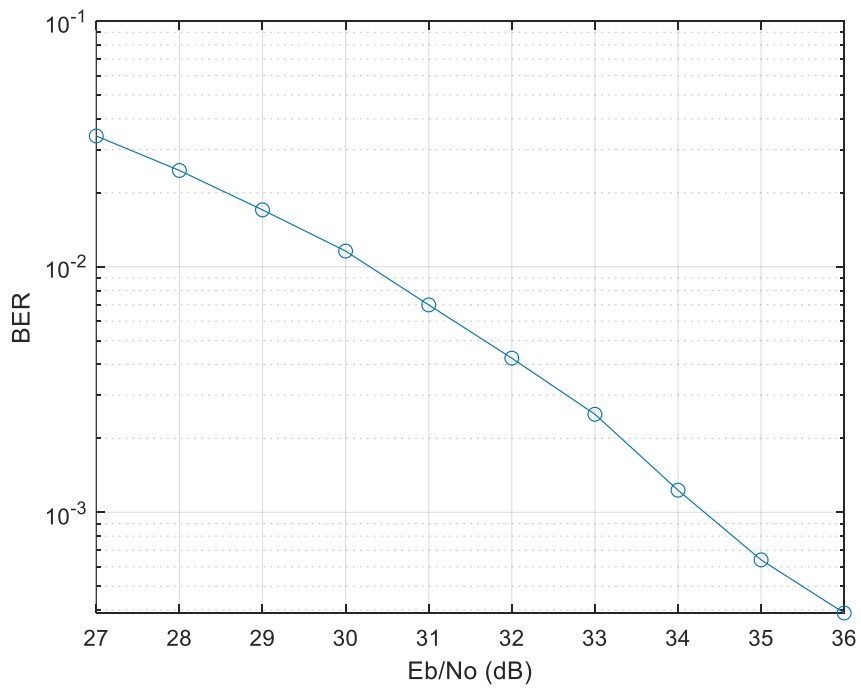
Εικόνα 22: 3D environment

Συνεχίζοντας είμαστε σε θέση να αναλύσουμε το Power Delay Profile μαζί με την Angle of Departure/Arrival του εκάστοτε ray στο κανάλι:



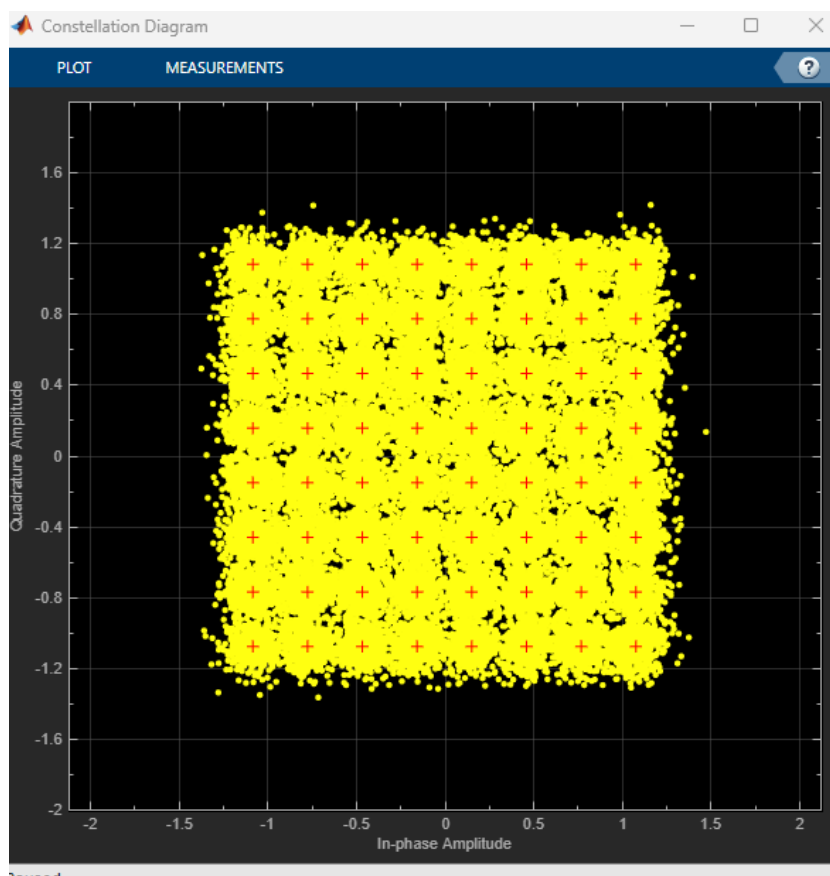
Εικόνα 23: PDP / AoD / AoA

Αλλά και αντίστοιχα το BER σε σύγκριση με τις τιμές E_b/N_0 :



Εικόνα 24: BER – E_b/N_0

Επιδιώκοντας να μελετήσουμε τις αλλαγές/επιρροή που μπορεί να φέρει ο AWGN θόρυβος στο σύστημα και να συγκρίνουμε με βάση τις νέες τιμές, παρατηρούμε το παρακάτω κυρίως διάγραμμα:



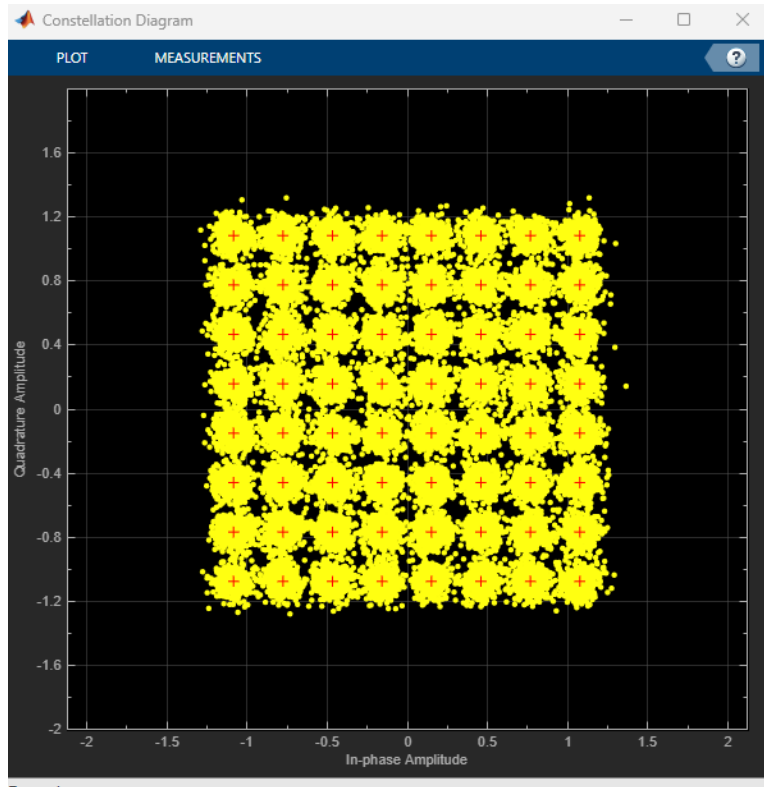
Εικόνα 25: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός)

Το συγκεκριμένο διάγραμμα παρουσιάζει τα αντίστοιχα σήματα στο IQ plane και κυρίως χρησιμοποιείται για την ποσοτική / ποιοτική ανάλυση των modulated φορέων.

Ξεκινώντας να πειραματιζόμαστε με το SNR, στην παράμετρο του θορύβου τοποθετούμε μία σταθερά:

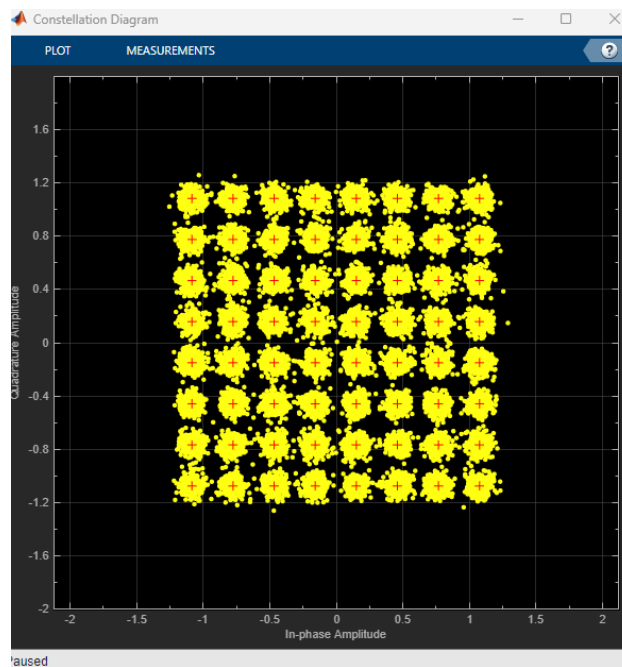
```
74 %Noise  
75 offset=2;  
76 rxWave = awgn(chanOut,offset*SNRLin,numTx/numRx,'linear');  
77
```

Και λαμβάνουμε για offset = 2:



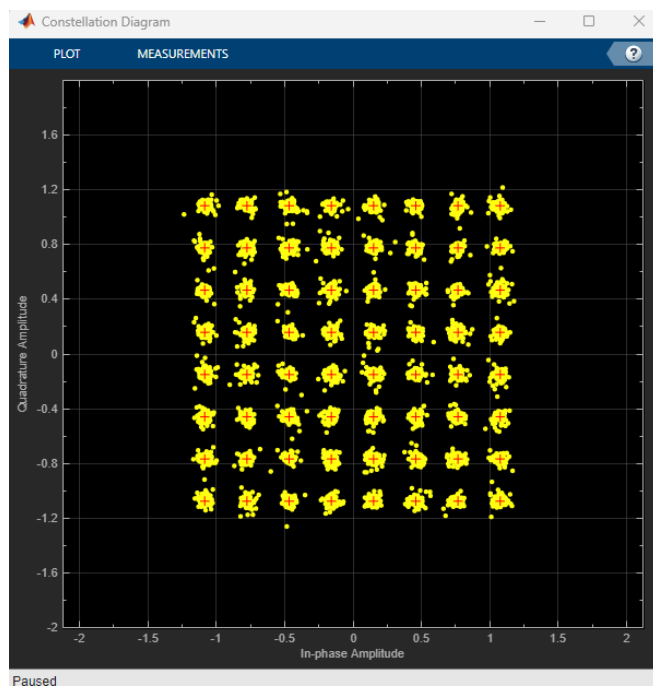
Εικόνα 26: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για offset = 2

Και αντίστοιχα για offset = 4 (τετραπλασιασμός):



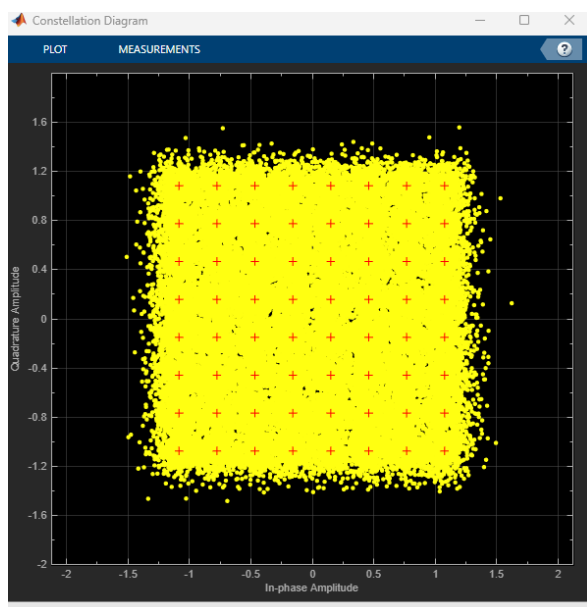
Εικόνα 27: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για offset = 4

Και αντίστοιχα για offset = 100 (100πλασιασμός):

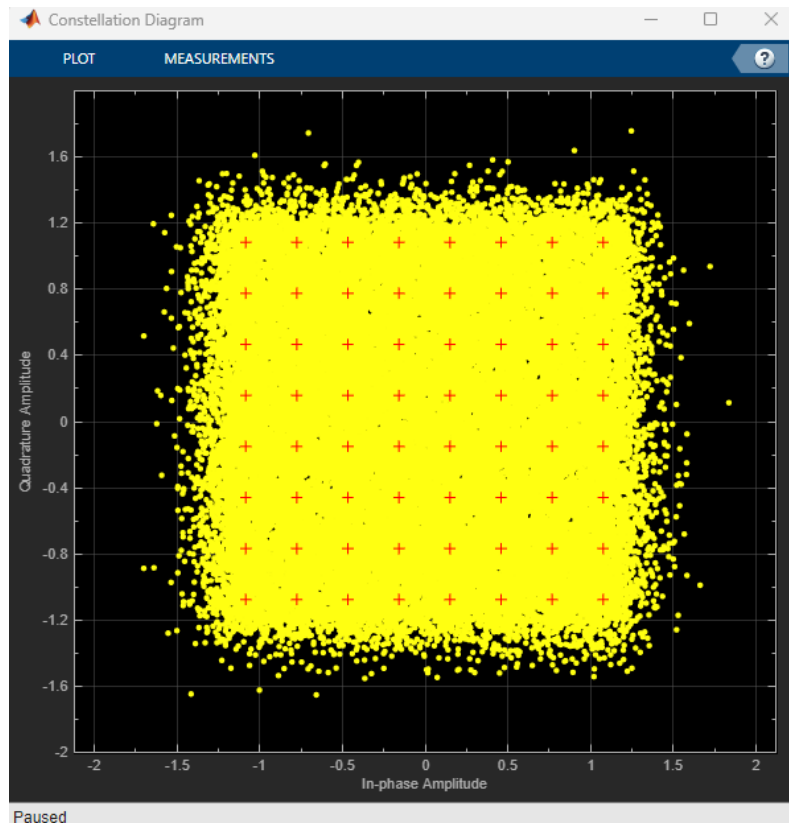


Εικόνα 28: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για offset = 100

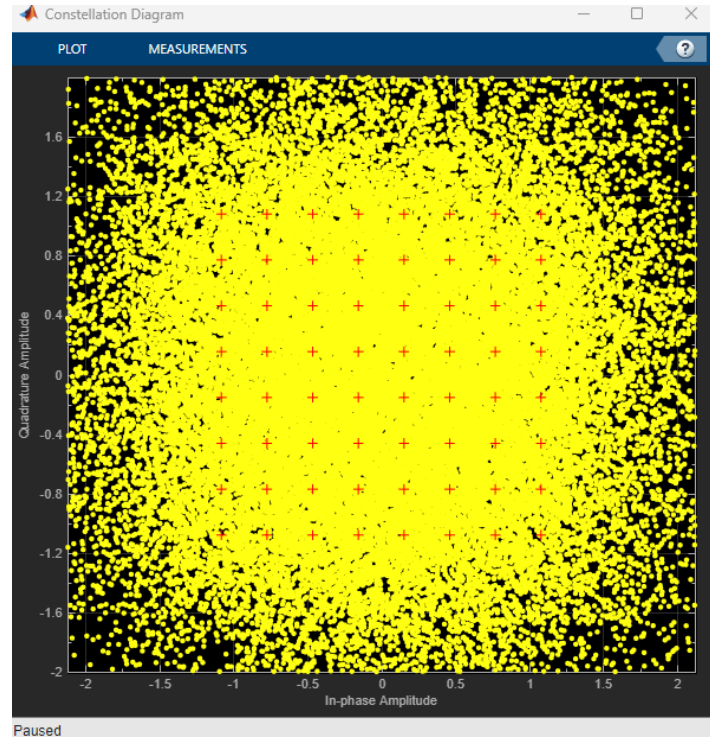
Στην περίπτωση που αρχίζουμε να πειράζουμε την ισχύ του θορύβου, πολλαπλασιάζοντας με 2, με 4 και τέλος με 100, αντίστοιχα λαμβάνουμε:



Εικόνα 29: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για ισχύ θορύβου (*2)



Εικόνα 30: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για ισχύ θορύβου (*4)



Εικόνα 31: Constellation Διάγραμμα (Αστερισμός) για ισχύ θορύβου (*100)

Με ξεκάθαρη αλλαγή στο αντίστοιχο διάγραμμα που δικαιολογείται από την μεγαλύτερη ισχύ του θορύβου.

7.4. Σύγκριση – Αποτελέσματα

Στο συγκεκριμένο σύστημα, φαίνεται ξεκάθαρα ότι η επιρροή τόσο του SNR στην κατασκευή του σήματος θορύβου όσο και της ισχύος του AWGN, είναι σε θέση να προκαλέσει, σε ακραίες τιμές, την ελαχιστοποιημένη ύπαρξη και την ολική διασπορά των σημείων στο IQ plane αποκλειστικά, λόγω του γεγονότος ότι μεγάλες τιμές θορύβου επηρεάζουν σημαντικά τις απώλειες και το σφάλμα.

8. Συμπεράσματα

Η εργασία αυτή είχε ως θέμα τον τηλεπικοινωνιακό θόρυβο που προκύπτει με εστίαση στις αιτίες και τους τρόπους αντιμετώπισης αυτού του προβλήματος.

Στο δεύτερο κεφάλαιο αναλύθηκε ο θόρυβος φάσης, όπου αναφέρθηκαν οι πηγές θορύβου και τα μοντέλα θορύβου φάσης.

Στο τρίτο κεφάλαιο παρουσιάστηκαν τα μοντέλα συστημάτων επικοινωνίας παρουσίας θορύβου φάσης. Από αυτά αναλύθηκαν τα μοντέλα συστήματος SISO με θόρυβο φάσης καθώς και το μοντέλο συστήματος SISO με θόρυβο φάσης και εξασθένιση καναλιού. Παρουσιάστηκαν, τέλος, συστήματα MIMO και συστήματα MIMO πολλαπλών χρηστών και μαζικής MIMO.

Στο τέταρτο κεφάλαιο έγινε αναφορά στα εργαλεία για την ανάλυση και το σχεδιασμό επικοινωνιακών συστημάτων με θόρυβο φάσης. Επιπλέον, παρουσιάστηκαν οι μέθοδοι εξαγωγής συμπερασμάτων κατά Bayes και οι εφαρμογές τους σε συστήματα SISO με θόρυβο φάσης, ο ανιχνευτής συμβόλων MAP καθώς και τα γραφήματα παραγόντων και αλγόριθμος αθροιστικού προϊόντος και το μεταβλητό πλαίσιο Μπέιζ. Τέλος, έγινε αναφορά στη χωρητικότητα καναλιών θορύβου φάσης και στη θεωρία τυχαίων πινάκων και ασυμπτωτικά αποτελέσματα.

Το πέμπτο κεφάλαιο είχε ως θέμα το σχεδιασμό του συστήματος παρουσία θορύβου φάσης. Παρουσιάστηκαν οι προσεγγίσεις σχεδιασμού για συστήματα SISO με θόρυβο φάσης και ο τρόπος παρακολούθησης του θορύβου φάσης. Τέλος, αναλύθηκαν οι αλγόριθμοι κοινής εκτίμησης φάσης-ανίχνευσης δεδομένων, ο σχεδιασμός αστερισμού και η κωδικοποίηση.

Στο έκτο κεφάλαιο αναλύθηκε η Μαζική MIMO με διαταραχές θορύβου φάσης και το κανάλι MU-MIMO Uplink. Αναλύθηκε επίσης η Μαζική MIMO και η Μαζική MIMO με θόρυβο φάσης. Τέλος, παρουσιάστηκε η εκπαίδευση Uplink, η μετάδοση δεδομένων και το εναλλακτικό όριο χωρητικότητας για μαζική MIMO με θόρυβο φάσης.

Τέλος, το έβδομο κεφάλαιο αποτελεί το υλοποιητικό μέρος της εργασίας.

Βιβλιογραφικές Αναφορές

- [1]. Akemann, G., Baik, J., & Di Francesco, P. (2011). *The Oxford handbook of random matrix theory*. Oxford University Press.
- [2]. Amblard, P. O., Brossier, J. M., & Moisan, E. (2003). Phase tracking: what do we gain from optimality? Particle filtering versus phase-locked loops. *Signal Processing*, 83(1), 151-167.
- [3]. Anastasopoulos, A., & Chugg, K. M. (2001). Adaptive iterative detection for phase tracking in turbo-coded systems. *IEEE Transactions on Communications*, 49(12), 2135-2144.
- [4]. Babaeian, M., Blanche, P. A., Norwood, R. A., Kaplas, T., Keiffer, P., Svirko, Y., ... & Peyghambarian, N. (2018). Nonlinear optical components for all-optical probabilistic graphical model. *Nature communications*, 9(1), 1-8.
- [5]. Barbieri, A., & Colavolpe, G. (2011). On the information rate and repeat-accumulate code design for phase noise channels. *IEEE transactions on communications*, 59(12), 3223-3228.
- [6]. Barbieri, A., Colavolpe, G., & Caire, G. (2007). Joint iterative detection and decoding in the presence of phase noise and frequency offset. *IEEE Transactions on Communications*, 55(1), 171-179.
- [7]. Barsoum, M. F., Jones, C., & Fitz, M. (2007, June). Constellation design via capacity maximization. In *2007 IEEE International Symposium on Information Theory* (pp. 1821-1825). IEEE.
- [8]. Björnson, E., Matthaiou, M., Pitarokoilis, A., & Larsson, E. G. (2015, August). Distributed massive MIMO in cellular networks: Impact of imperfect hardware and number of oscillators. In *2015 23rd European Signal Processing Conference (EUSIPCO)* (pp. 2436-2440). IEEE.
- [9]. Björnson, E., Sanguinetti, L., Hoydis, J., & Debbah, M. (2015). Optimal design of energy-efficient multi-user MIMO systems: Is massive MIMO the answer?. *IEEE Transactions on wireless communications*, 14(6), 3059-3075.

- [10]. Busari, S. A., Huq, K. M. S., Mumtaz, S., Dai, L., & Rodriguez, J. (2017). Millimeter-wave massive MIMO communication for future wireless systems: A survey. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 20(2), 836-869.
- [11]. Chorti, A., & Brookes, M. (2006). A spectral model for RF oscillators with power-law phase noise. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 53(9), 1989-1999.
- [12]. Chowdhury, M. Z., Hossan, M. T., Shahjalal, M., Hasan, M. K., & Jang, Y. M. (2020). A new 5g ehealth architecture based on optical camera communication: An overview, prospects, and applications. *IEEE Consumer Electronics Magazine*, 9(6), 23-33.
- [13]. Clarke, R. H. (1968). A statistical theory of mobile-radio reception. *Bell system technical journal*, 47(6), 957-1000.
- [14]. Colavolpe, G., Barbieri, A., & Caire, G. (2005). Algorithms for iterative decoding in the presence of strong phase noise. *IEEE Journal on selected areas in communications*, 23(9), 1748-1757.
- [15]. Dauwels, J., & Loeliger, H. A. (2003, June). Joint decoding and phase estimation: an exercise in factor graphs. In *IEEE International Symposium on Information Theory, 2003. Proceedings.* (pp. 231-231). IEEE.
- [16]. Demir, A. (2006). Computing timing jitter from phase noise spectra for oscillators and phase-locked loops with white and $1/f$ noise. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 53(9), 1869-1884.
- [17]. Duan, R., Wang, X., Yigitler, H., Sheikh, M. U., Jantti, R., & Han, Z. (2020). Ambient backscatter communications for future ultra-low-power machine type communications: Challenges, solutions, opportunities, and future research trends. *IEEE Communications Magazine*, 58(2), 42-47.
- [18]. Elayan, H., Stefanini, C., Shubair, R. M., & Jornet, J. M. (2018). End-to-end noise model for intra-body terahertz nanoscale communication. *IEEE transactions on nanobioscience*, 17(4), 464-473.

- [19]. Ferrari, G., Colavolpe, G., & Raheli, R. (2007). On linear predictive detection for communications with phase noise and frequency offset. *IEEE transactions on vehicular technology*, 56(4), 2073-2085.
- [20]. Foschini, G. J., Gitlin, R. D., & Weinstein, S. B. (1973). On the Selection of a Two-Dimensional Signal Constellation in the Presence of Phase Jitter and Gaussian Noise. *Bell System Technical Journal*, 52(6), 927-965.
- [21]. Gesbert, D., Kountouris, M., Heath, R. W., Chae, C. B., & Salzer, T. (2007). Shifting the MIMO paradigm. *IEEE signal processing magazine*, 24(5), 36-46.
- [22]. Ghozlan, H., & Kramer, G. (2013, July). On Wiener phase noise channels at high signal-to-noise ratio. In *2013 IEEE International Symposium on Information Theory* (pp. 2279-2283). IEEE.
- [23]. Goebel, B., Essiambre, R. J., Kramer, G., Winzer, P. J., & Hanik, N. (2011). Calculation of mutual information for partially coherent Gaussian channels with applications to fiber optics. *IEEE Transactions on Information Theory*, 57(9), 5720-5736.
- [24]. Grami, A. (2015). *Introduction to digital communications*. Academic Press.
- [25]. Hampton, T., Crunkhorn, R., Lowe, N., Bhat, J., Hogg, E., Afifi, W., ... & Sharma, S. (2020). The negative impact of wearing personal protective equipment on communication during coronavirus disease 2019. *The Journal of Laryngology & Otology*, 134(7), 577-581.
- [26]. Hariri, A., & Babaie-Zadeh, M. (2017). Compressive detection of sparse signals in additive white Gaussian noise without signal reconstruction. *Signal Processing*, 131, 376-385.
- [27]. Herzet, C., Noels, N., Lottici, V., Wymeersch, H., Luise, M., Moeneclaey, M., & Vandendorpe, L. (2007). Code-aided turbo synchronization. *Proceedings of the IEEE*, 95(6), 1255-1271.

- [28]. Hoydis, J., Ten Brink, S., & Debbah, M. (2013). Massive MIMO in the UL/DL of cellular networks: How many antennas do we need?. *IEEE Journal on selected Areas in Communications*, 31(2), 160-171.
- [29]. Jin, S. N., Yue, D. W., & Nguyen, H. H. (2020). Spectral efficiency of a frequency-selective cell-free massive MIMO system with phase noise. *IEEE Wireless Communications Letters*, 10(3), 483-487.
- [30]. Karuppasami, S., & Cowley, W. G. (2008). Construction and iterative decoding of LDPC codes over rings for phase-noisy channels. *EURASIP Journal on wireless communications and networking*, 2008, 1-9.
- [31]. Kayhan, F., & Montorsi, G. (2014). Constellation design for memoryless phase noise channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 13(5), 2874-2883.
- [32]. Khanzadi, M. R., Panahi, A., Kuylenstierna, D., & Eriksson, T. (2012, May). A model-based analysis of phase jitter in RF oscillators. In *2012 IEEE International Frequency Control Symposium Proceedings* (pp. 1-4). IEEE.
- [33]. Klimovitch, G. V. (2000, March). A nonlinear theory of near-carrier phase noise in free-running oscillators. In *Proceedings of the 2000 Third IEEE International Caracas Conference on Devices, Circuits and Systems* (Cat. No. 00TH8474) (pp. T80-1). IEEE.
- [34]. Krishnan, R., Khanzadi, M. R., Krishnan, N., Amat, A., Eriksson, T., Mazzali, N., & Colavolpe, G. (2014). On the impact of oscillator phase noise on the uplink performance in a massive MIMO-OFDM system. *arXiv preprint arXiv:1405.0669..*
- [35]. Krishnan, R., Khanzadi, M. R., Krishnan, N., Wu, Y., i Amat, A. G., Eriksson, T., & Schober, R. (2015). Linear massive MIMO precoders in the presence of phase noise—A large-scale analysis. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(5), 3057-3071
- [36]. Kwak, B. J., Song, N. O., Park, B., & Kwon, D. S. (2008, September). Spiral QAM: A novel modulation scheme robust in the presence of

phase noise. In 2008 IEEE 68th Vehicular Technology Conference (pp. 1-5). IEEE.

- [37]. Larsson, E. G., Edfors, O., Tufvesson, F., & Marzetta, T. L. (2014). Massive MIMO for next generation wireless systems. *IEEE communications magazine*, 52(2), 186-195.
- [38]. Lee, D. C. (2002). Analysis of jitter in phase-locked loops. *IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Analog and Digital Signal Processing*, 49(11), 704-711.
- [39]. Lehmann, F. (2016). A factor graph approach to iterative channel estimation, detection, and decoding for two-path successive relay networks. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 15(8), 5414-5429.
- [40]. Leshem, A., & Yemini, M. (2017). Phase noise compensation for OFDM systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65(21), 5675-5686.
- [41]. Li, X., Bjornson, E., Larsson, E. G., Zhou, S., & Wang, J. (2015, December). A multi-cell MMSE detector for massive MIMO systems and new large system analysis. In 2015 IEEE global communications conference (GLOBECOM) (pp. 1-6). IEEE.
- [42]. Macchi, O., & Scharf, L. (1981). A dynamic programming algorithm for simultaneous phase estimation and data decoding on random-phase channels. *IEEE Transactions on Information Theory*, 27(5), 581-595.
- [43]. Mengali, U., & D'Andrea, A. N. (1997). Principles, Methods and Performance Limits. In *Synchronization Techniques for Digital Receivers* (pp. 9-77). Springer, Boston, MA.
- [44]. Minowa, T., Ochiai, H., & Imai, H. (2004). Phase-noise effects on turbo trellis-coded over M-ary coherent channels. *IEEE transactions on communications*, 52(8), 1333-1343.
- [45]. Ngo, H. Q. (2015). *Massive MIMO: Fundamentals and system designs* (Vol. 1642). Linköping University Electronic Press.

- [46]. Ngo, H. Q., Larsson, E. G., & Marzetta, T. L. (2013). Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems. *IEEE Transactions on Communications*, 61(4), 1436-1449.
- [47]. Nissila, M., & Pasupathy, S. (2009). Adaptive iterative detectors for phase-uncertain channels via variational bounding. *IEEE transactions on communications*, 57(3), 716-725.
- [48]. Peleg, M., Shamai, S., & Galan, S. (2000). Iterative decoding for coded noncoherent MPSK communications over phase-noisy AWGN channel. *IEE Proceedings-Communications*, 147(2), 87-95.
- [49]. Pitarokoilis, A., Mohammed, S. K., & Larsson, E. G. (2014). Uplink performance of time-reversal MRC in massive MIMO systems subject to phase noise. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 14(2), 711-723.
- [50]. Rusek, F., Persson, D., Lau, B. K., Larsson, E. G., Marzetta, T. L., Edfors, O., & Tufvesson, F. (2012). Scaling up MIMO: Opportunities and challenges with very large arrays. *IEEE signal processing magazine*, 30(1), 40-60.
- [51]. Savory, S. J. (2010). Digital coherent optical receivers: Algorithms and subsystems. *IEEE Journal of selected topics in quantum electronics*, 16(5), 1164-1179.
- [52]. Simoens, F., Duyck, D., Cirpan, H., Panayırçı, E., & Moeneclaey, M. (2009). Monte Carlo solutions for blind phase noise estimation. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2009, 1-11.
- [53]. Sohrabi, F., & Yu, W. (2015, April). Hybrid digital and analog beamforming design for large-scale MIMO systems. In *2015 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)* (pp. 2929-2933). IEEE.
- [54]. Studer, C., & Durisi, G. (2016). Quantized massive mu-mimo-ofdm uplink. *IEEE Transactions on Communications*, 64(6), 2387-2399.

- [55]. Tamaru, S., Kubota, H., Yakushiji, K., Fukushima, A., & Yuasa, S. (2016). Analysis of phase noise in a spin torque oscillator stabilized by phase locked loop. *Applied Physics Express*, 9(5), 053005.
- [56]. Tao, T. (2012). *Topics in random matrix theory* (Vol. 132). American Mathematical Soc..
- [57]. Tulino, A. M., & Verdú, S. (2004). Random matrix theory and wireless communications. *Foundations and Trends® in Communications and Information Theory*, 1(1), 1-182.
- [58]. Ungerboeck, G. (1974). New application for the Viterbi Algorithm: Carrier-phase tracking in synchronous data-transmission systems. IBM Thomas J. Watson Research Division.
- [59]. Viterbi, A. J. (1963). Phase-locked loop dynamics in the presence of noise by Fokker-Planck techniques. *Proceedings of the IEEE*, 51(12), 1737-1753.
- [60]. Wagner, S., Couillet, R., Debbah, M., & Slock, D. T. (2012). Large system analysis of linear precoding in correlated MISO broadcast channels under limited feedback. *IEEE transactions on information theory*, 58(7), 4509-4537.
- [61]. Yang, L., Xu, S., & Yang, H. (2008, October). Design of circular signal constellations in the presence of phase noise. In *2008 4th International Conference on Wireless Communications, Networking and Mobile Computing* (pp. 1-8). IEEE.
- [62]. Yang, X., Matthaiou, M., Yang, J., Wen, C. K., Gao, F., & Jin, S. (2019). Hardware-constrained millimeter-wave systems for 5G: challenges, opportunities, and solutions. *IEEE Communications Magazine*, 57(1), 44-50.
- [63]. Zhang, G., Li, H., Han, C., Shi, C., & Zhang, X. (2021). Multiple symbol detection for convolutional coded O-QPSK signals in smart metering utility networks without channel state information. *Physical Communication*, 49, 101490.

- [64]. Zhang, L., Chen, X. Q., Liu, S., Zhang, Q., Zhao, J., Dai, J. Y., ... & Cui, T. J. (2018). Space-time-coding digital metasurfaces. *Nature communications*, 9(1), 1-11.