

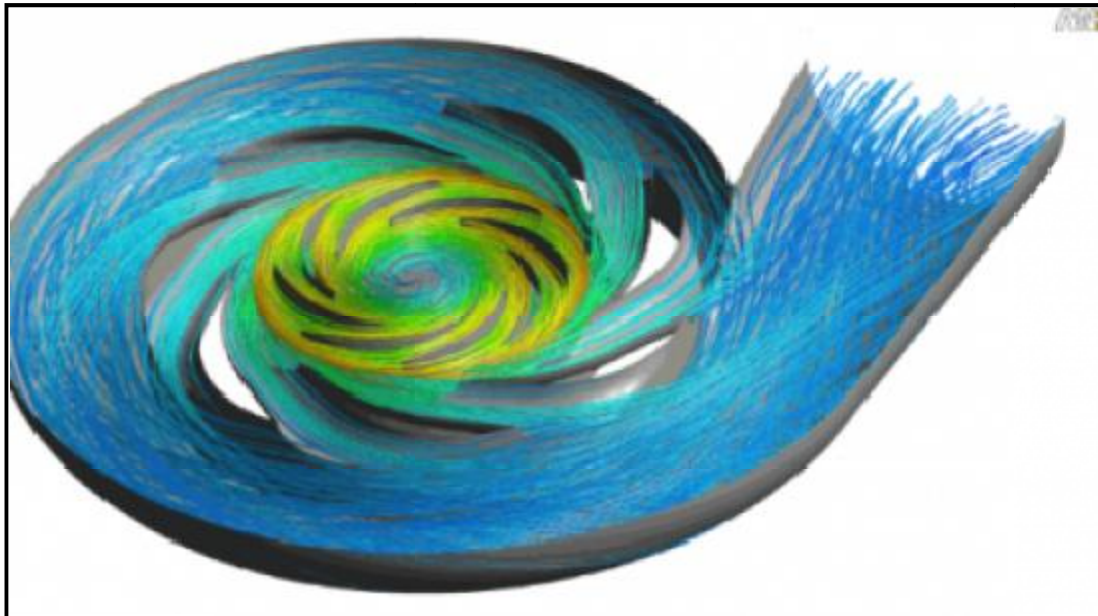
**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΩΝ ΕΦΑΡΜΟΓΩΝ**

**ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Τ.Ε.**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΟΜΟΙΩΣΗ ΡΟΗΣ ΣΕ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ  
ΑΓΩΓΟΥΣ**



**ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ-ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ:**

**Κακαβάς Παναγιώτης**  
**Πολιτικός Μηχανικός**  
**Καθηγητής Α.Τ.Ε.Ι.**

**ΣΠΟΥΔΑΣΤΡΙΕΣ:**

**Σιατερλή Ουρανία**  
**Νούση Βασιλική**  
**Τσεκέ Μαρία**

**ΠΑΤΡΑ 2015**

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Παραδίδοντας την πτυχιακή εργασία, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τον κύριο Κακαβά Παναγιώτη, Δρ. καθηγητή του τμήματος μας και επόπτη της πτυχιακής, για την καθοδήγηση και βοήθεια που μας παρείχε καθόλα την διάρκεια σύνταξης της εργασίας.

*Πάτρα, 2015*

**Υπεύθυνη Δήλωση Σπουδαστή:** Ο κάτωθι υπηχρωμένος σπουδαστής έχω επίγνωση των συνεπειών του Νόμου περί λογοκλοπής και δηλώνω οικειόθυνα ότι είμαι συγγραφέας αυτής της Πτυχιακής Εργασίας, έχω δε αναφέρει στην Βιβλιογραφία μου όλες τις πηγές τις οποίες χρησιμοποίησα και έληξα ιδέες ή ήχοι μου. Δηλώνω επίσης ότι, ετοιμάησα στοιχείο ή κείμενο το οποίο έχω ενσωματώσει στην εργασία μου προερχόμενο από Βιβλία ή άλλες εργασίες ή το δικό μου, γραμμένο ακριβώς ή παραφρασμένο, το έχω πλήρως αναγνωρίσει ως πνευματικό έργο άλλου συγγραφέα και έχω αναφέρει ανελλιπώς το όνομά του και την πλήρη προέλευσή.

Ο σπουδαστής  
(Όνομα επίσημο)  
.....

(Υπογραφή)



## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Η παρούσα Πτυχιακή Εργασία πραγματεύεται την σχέση της επιστήμης της υδραυλικής των ανοικτών αγωγών και της επιστήμης του προγραμματισμού.

Στο πρώτο κεφάλαιο περιγράφουμε όλη την θεωρία που αφορά τους ανοικτούς αγωγούς, όπως τα είδη των ροών, την ειδική ενέργεια, το οριακό στρώμα κ.α.

Στο δεύτερο κεφάλαιο παρουσιάζουμε τα προγράμματα σε γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN, που με την βοήθεια τους φτιάξαμε τα διαγράμματα ροής, φανερώνοντας έτσι την σχέση μεταξύ βάθους – παροχής και βάθους – ταχύτητας.

Τέλος αναφερόμαστε συμπερασματικά στην χρησιμότητα των ηλεκτρονικών προγραμμάτων στην επιστήμη του Πολιτικού Μηχανικού.

## ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ

ΠΡΟΛΟΓΟΣ .....	2
ΠΕΡΙΛΗΨΗ .....	4
ΠΙΝΑΚΑΣ ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΩΝ .....	5
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ .....	6
1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	6
1.2 ΕΙΔΗ ΡΟΗΣ.....	11
1.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ .....	16
1.4 ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ.....	29
1.5 ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΤΟΜΗ ΑΝΟΙΧΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ.....	39
1.6 ΔΙΑΤΜΙΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ.....	42
1.7 ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ.....	47
1.8 ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ.....	58
ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ FORTRAN ΓΙΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ .....	60
2.1 ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ FORTRAN.....	60
2.2 ΚΑΝΑΛΙΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ .....	65
2.3 ΚΑΝΑΛΙΑ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ .....	71
2.4 ΚΑΝΑΛΙΑ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ (ΜΗ ΠΛΗΡΩΜΕΝΟ) .....	77
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ.....	84
ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ .....	85
ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ .....	86

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1. ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ

### 1.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ<sup>1</sup>

Στον ανοικτό αγωγό το νερό ρέει με ελεύθερη την επιφάνειά του, ενώ στους κλειστούς αγωγούς η διατομή της ροής καθορίζεται πλήρως από τις στέρεες επιφάνειες που την περιβάλλουν. Η διατομή της ροής των ανοικτών αγωγών δύναται να μεταβάλλεται ελεύθερα.

Ως αποτέλεσμα, οι συνθήκες οι οποίες ελέγχουν την ροή είναι διαφορετικές εκείνων οι οποίες κυβερνούν την ροή εντός των κλειστών αγωγών. Σε γενικές γραμμές η ροή του ύδατος με ελεύθερη επιφάνεια είναι πολυπλοκώτερη της ροής εντός κλειστών αγωγών. Ροή με ελεύθερη επιφάνεια εμφανίζεται σε ανοικτούς αγωγούς όπου η ελεύθερη αυτή επιφάνεια υπόκειται συνήθως (μόνιμος ροή) μόνον σε ατμοσφαιρική πίεση. Επειδή λοιπόν, η πίεση είναι σταθερή, η ροή προκαλείται από το ίδιο βάρος του ρευστού.

Παραδείγματα ανοικτών αγωγών αποτελούν οι ποταμοί, οι τεχνητές διώρυγες (channels), οι κλειστοί αγωγοί οι οποίοι δεν είναι πεπληρωμένοι με υγρά κλπ. Όλα τα διαθέσιμα πειραματικά δεδομένα εις ανοικτούς αγωγούς αναφέρονται προς το νερό με κανονική θερμοκρασία και πίεση. Στις περισσότερες των περιπτώσεων η ροή των υγρών των ανοικτών αγωγών αναφέρεται στην ροή ύδατος. Ακόμη και αν υποθέσουμε ότι η ροή είναι σταθερή και ομοιόμορφη και πάλι η λύση των προβλημάτων των ανοικτών αγωγών είναι δυσκολότερη απ' ότι η λύση των προβλημάτων των κλειστών αγωγών. Ενώ δε οι περισσότεροι των κλειστών αγωγών είναι κυκλικής διατομής, στους ανοικτούς αγωγούς οι διατομές ποικίλλουν εκ των πλέον απλών γεωμετρικών σχημάτων μέχρι των τελείως ακανόνιστου σχήματος διατομών των ποταμών.

Υπάρχει επίσης μεγάλη ανομοιομορφία στις στερεές επιφάνειες των ανοικτών αγωγών οι οποίες ποικίλλουν εκ της λείας επιφανείας των ξύλινων

---

<sup>1</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ », συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

κατασκευών μέχρι της πετρώδους και ανωμάλου επιφανείας του πυθμένα των ποταμών. Έτσι, η εκλογή ενός καταλλήλου συντελεστού τριβής για την περίπτωση των ανοικτών αγωγών είναι αρκετά δύσκολος, σε σύγκριση βεβαίως προς την αντίστοιχη εκλογή για κλειστούς αγωγούς. Επίσης και λόγω της ελευθέρως επιφανείας του ύδατος, δύναται να εμφανισθούν και άλλα φυσικά φαινόμενα τα οποία επί της ουσίας δύναται να διαφοροποιήσουν την όλη συμπεριφορά της ροής.

Τα ρευστά είναι υγρά και αέρια. Τα ρευστά είναι υλικά σώματα χωρίς ειδικό σχήμα και υπόκεινται σε μεγάλες παραμορφώσεις της γεωμετρίας τους όταν ευρίσκονται υπό την επίδραση δυνάμεων. Η κίνηση τους είναι γνωστή ως ροή και μελετάται υπό την επιστήμη της Μηχανικής των Ρευστών.

Τα υγρά καταλαμβάνουν καθορισμένο όγκο και σχετικώς είναι ασυμπίεστα. Τα αέρια καταλαμβάνουν τον μέγιστο διαθέσιμο προς αυτούς όγκο και είναι συμπίεστα. Όταν όμως η ταχύτητα των αερίων είναι σχετικώς μικρή  $p < 60.0m/s$  τότε η ροή αυτών είναι ασυμπίεστη και οι εξισώσεις που διέπουν την ροή είναι ίδιες με αυτές των υγρών.

Σε όλη την εργασία χρησιμοποιείται το Διεθνές Σύστημα μονάδων SI (Systeme International). Οι βασικές μονάδες που αφορούν την Υδραυλική Ανοικτών αγωγών είναι:

μήκος	μέτρο	(m)
μάζα	χιλιόγραμμα	(Kg)
χρόνος	δευτερόλεπτο	(s)
θερμοκρασία Κέλβιν	οΚ	

Η σχέση μεταξύ βαθμών Κέλβιν ( $^{\circ}K$ ) και Κελσίου ( $^{\circ}C$ ) είναι :

$$^{\circ}K = ^{\circ}C + 273.15 \quad (1.1.1)$$

Μεταξύ της μάζας  $m$  (kg) και του βάρους  $B$  (N) ενός σώματος ρευστού υφίσταται η εξίσωση,

$$B = m \cdot g \quad (1.1.2)$$

όπου  $g(m/s^2)$  είναι η επιτάχυνση της βαρύτητας. Συνήθως η τιμή αυτής για τα Ελληνικά γεωγραφικά πλάτη είναι  $9.807 (m/s^2)$ .

Πυκνότητα  $\rho(kg/m^3)$  είναι η μάζα του ρευστού η περιεχομένη στην μονάδα του όγκου του  $V(m^3)$ . Είναι :

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1.1.3)$$

Στους τους  $4^\circ C$  η πυκνότητα του καθαρού ύδατος είναι  $1000.0 kg/m^3$ , ενώ στους  $20(o^C)$  είναι  $998.2 kg/m^3$ . Ειδικό βάρος  $\gamma (N/m^3)$  είναι η δύναμη η οποία δρά επί της μάζας του υλικού του, περιεχομένου στην μονάδα του όγκου. Είναι :

$$\gamma = \rho g \quad (1.1.4)$$

Το Ιξώδες  $\mu (kg/m*s)$  είναι η παράμετρος η οποία παριστά την ύπαρξη επαπτομενικών δυνάμεων επί του ρευστού κατά την κίνηση του. Για την στρωτή ροή, ισχύει :

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad (1.1.5)$$

ή

$$\mu = \frac{\tau}{du/dy} = \frac{\text{διατμητική τάσις}}{\text{κλίσις διατμητικής επιμηκίνσεως}} \quad (1.1.6)$$

Αναλυτικά ,  $\tau (N/m^2)$  είναι η διατμητική τάση και  $du/dy$  η κλίση των ταχυτήτων (μεταβολή της ταχύτητας προς την απόσταση  $Y (m)$ ). Τα ρευστά τα



οποία υπακούουν στην εξίσωση (5) ονομάζονται Νευτώνια ρευστά. Εάν το ιξώδες του ρευστού είναι συνάρτηση της ταχύτητας του τότε η εξίσωση της διαμητρικής τάσεως στην οποία υπακούουν τα ρευστά είναι μη- γραμμική και τα ρευστά αυτά ονομάζονται μη-Νευτώνια ρευστά. Στους 10°C και υπό ατμοσφαιρική πίεση η τιμή του ιξώδους του καθαρού ύδατος  $\mu$  (kg/m\*s) είναι  $1315 \times 10^6$  ενώ στους 20(οC) και επίσης υπό την ατμοσφαιρική πίεση η τιμή του ιξώδους του καθαρού ύδατος πέφτει στους  $1010 \times 10^6$ (kg/m\*s).

Το κινηματικό ιξώδες  $\nu$  (m<sup>2</sup>/s) είναι ο λόγος του ιξώδους του ρευστού προς την πυκνότητά του. Είναι :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (1.1.7)$$

Στους 10 (°C) και στους 20(°C) υπό ατμοσφαιρική πίεση η τιμή του κινηματικού ιξώδους του καθαρού ύδατος  $\nu$  (m<sup>2</sup>/s) είναι  $1.31 \times 10^6$  και  $1.01 \times 10^6$ , αντιστοίχως. Το κινηματικό ιξώδες μεταβάλλεται λόγω της θερμοκρασίας. Αναλυτικοί πίνακες δίνουν τις φυσικές ιδιότητες του καθαρού ύδατος και του αέρα. Παρουσιάζονται επίσης πίνακες ανάλογα την αλατότητα τους ύδατος.

Η δύναμη F(N) περιγράφεται από τον δευτέρου νόμο της κίνησης του Νεύτωνα και συνοψίζεται ως,

$$F = m \gamma \quad (1.1.8)$$

όπου  $\gamma$  (m/s<sup>2</sup>) η επιτάχυνση του ρευστού. Στατική πίεση ή πίεση  $p$ (N/m<sup>2</sup>) είναι η δύναμη η ασκούμενη επί της μονάδος επιφανείας A. Είναι :

$$p = \frac{F}{A} \quad (1.1.9)$$

Η πίεση μετριέται σε  $\text{N/m}^2$  ή σε bar και είναι  $1.0 \text{ bar} = 100000.0 \text{ N/m}^2$ . Η πίεση αναφέρεται ως προς μεν την ατμοσφαιρική πίεση οπότε ονομάζεται σχετική πίεση, ως προς δε το απόλυτο κενό ονομάζεται απόλυτη πίεση. Στην Υδραυλική Μηχανική η πίεση μετρείται σε μονάδες ύψους στήλης ύδατος. Εάν θεωρηθείνερόσε ακινησία ύψους  $h$  (m) τότε η ασκούμενη πίεση  $P$  είναι,

$$p = \rho g h \quad (1.1.10)$$

άρα,

$$h = \frac{p}{\rho g} \quad (1.1.11)$$

## 1.2 ΕΙΔΗ ΡΟΗΣ <sup>2</sup>

Οι ανοικτοί αγωγοί μπορούν να έχουν ομοιόμορφη ή μή, σταθερά ή μή-σταθερά. Η ροή είναι ομοιόμορφη εάν η ταχύτητα του υγρού δεν αλλάζει είτε ως προς το μέγεθος είτε ως προς την διεύθυνση από μία διατομή στην επομένη, στο υπό θεώρηση τμήμα του ανοικτού αγωγού. Αυτή όμως η συνθήκη μπορεί να ικανοποιηθεί μόνο όταν η υγρή διατομή του ρευστού παραμένει αμετάβλητη κατά μήκος του αγωγού. Ως αποτέλεσμα, το βάθος του υγρού πρέπει επίσης να παραμείνει αμετάβλητο. Συνεπώς, η ομοιόμορφη ροή χαρακτηρίζεται από μία υγρή επιφάνεια η οποία είναι παράλληλη προς τον πυθμένα του ανοικτού αγωγού, βλέπε παρακάτω εικόνα. Σε κάθε μία διατομή ή ταχύτητα του υγρού δύναται να μεταβάλλεται λόγω π.χ. ιξωδών τάσεων, αλλά για να χαρακτηριστεί η ροή ως ομοιόμορφη πρέπει η ταχύτητα στα αντίστοιχα σημεία των διαφόρων διατομών να είναι η ίδια. Ροή της οποίας η υγρή επιφάνεια δεν είναι παράλληλη προς τον πυθμένα του ανοικτού αγωγού χαρακτηρίζεται ως ανομοιόμορφη ή μεταβαλλόμενη, βλέπε παρακάτω εικόνα. Η αλλαγή του βάθους δύναται να πραγματοποιείται είτε βαθμιαία είτε ταχέως και ούτως είναι πλέον σύνηθες φαινόμενο να ομιλή τις διά ταχέως μεταβαλλόμενη ροή και διά βαθμιαίως μεταβαλλόμενη ροή. Πρέπει να σημειωθεί ότι οι ανωτέρω χαρακτηρισμοί αναφέρονται για τυχαίες μεταβολές εκ μιας διατομής στην άλλη και όχι για μεταβολές ως προς τον χρόνο. Είναι δυνατόν σε ένα τμήμα του ανοικτού αγωγού να εμφανισθεί ομοιόμορφη ροή και σε ένα άλλον τμήμα του ιδίου αγωγού να εμφανισθεί ανομοιόμορφη ροή, βλέπε παρακάτω εικόνα.

Η ροή δύναται να χαρακτηριστεί ως σταθερή ή μή-σταθερή με το αν η ταχύτητα και κατά συνέπεια το βάθος ροής σε ένα επιμέρους σημείο του ανοικτού αγωγού μεταβάλλεται με τον χρόνο. Στα περισσότερα των προβλημάτων ροής εντός των ανοικτών αγωγών η ροή θεωρείται ότι είναι προσεγγιστικά σταθερή. Φυσικά, υπάρχουν και προβλήματα μη-σταθερής ροής, όπως Π.χ. στην περίπτωση των κυμάτων εμβολισμού (surgewaves) όπου το βάθος ροής σε ένα επιμέρους σημείο του ανοικτού αγωγού

---

<sup>2</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ», συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

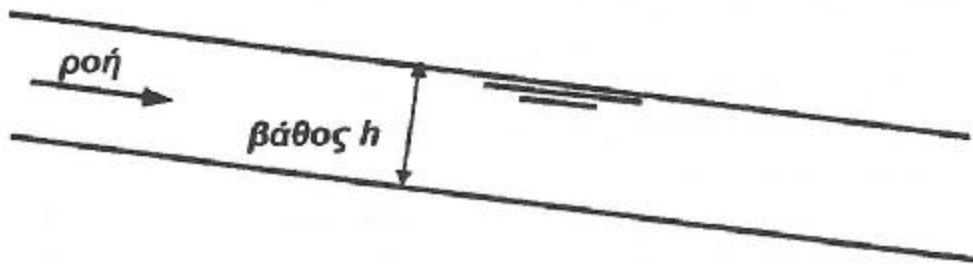
μεταβάλλεται αιφνιδίως καθώς το κύμα περνά κοντά του. Για την αναλυτική μελέτη η πλέον πρόσφορος περίπτωση είναι η σταθερή ομοιόμορφη ροή στην οποία το βάθος του υγρού παραμένει αμετάβλητο και κατά μήκος του ανοικτού αγωγού αλλά και σχετικά προς τον χρόνο. Στην παρακάτω εικόνα η κλίση της επιφανείας του πυθμένα έχει επί τούτοις υπερεκτιμηθεί. Στην πραγματικότητα η κλίση των ανοικτών αγωγών είναι πολύ μικρή της τάξεως του 0.001. Στην πράξη το είδος της συχνότερης εμφανιζόμενης ροής είναι η ανομοιόμορφη παρά η ομοιόμορφη ροή.

Αυτό είναι πλέον αληθοφανές σε μικρού μήκους ανοικτούς αγωγούς, διότι για να αναπτυχθεί η ροή σε ομοιόμορφη τοιαύτην χρειάζεται να προηγηθεί αρκετό μήκος ανοικτού αγωγού όπου βεβαίως η ροή είναι ανομοιόμορφη.

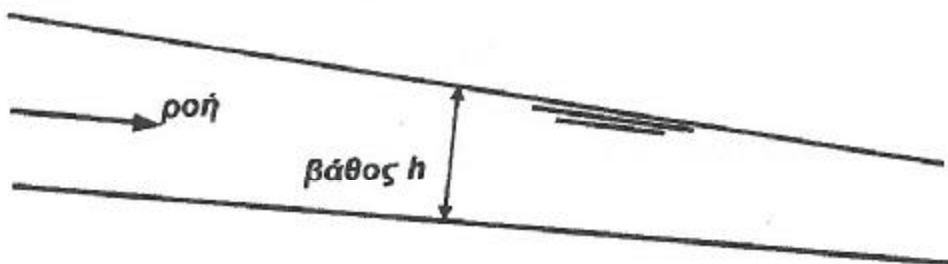
Η ροή εντός των ανοικτών αγωγών, όπως ακριβώς και στους κλειστούς αγωγούς, δύναται να θεωρηθεί ότι είναι είτε στρωτή είτε τυρβώδης. Ποιά ακριβώς είδος ροής εμφανίζεται ενώστη πραγματικότητα εξαρτάται κυρίως εκ του σχετικού μεγέθους των δυνάμεων αδρανείας (δηλ. της ταχύτητας) προς τις δυνάμεις ιξώδους δράσεως. Ο αριθμός Reynolds χρησιμοποιείται για να προσδιορισθεί το είδος της εμφανιζόμενης ροής. Ο αριθμός  $Re$ , ισούται προς,

$$Re = \frac{u \bar{h} \rho}{\mu} \quad (1.2.13)$$

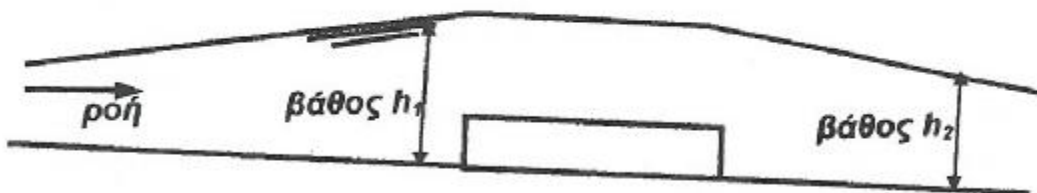
Όπου,  $u$  η ταχύτης του υγρού ( $m / s$ ),  $\mu$  το ιξώδες του υγρού ( $kg / m*s$ ),  $\rho$  η πυκνότητα του υγρού ( $kg/ m^3$ ) και  $h$  είναι ένα χαρακτηριστικό μέγεθος ( $m$ ) το οποίον στις περισσότερων των περιπτώσεων είναι το υδραυλικό μέσο βάθος.



Ομοιόμορφος ροή



Μή-ομοιόμορφος ή μεταβαλλομένη ή ανομοιόμορφος ροή



Διάφορα είδη ροής εντός ανοικτών αγωγών

Εικόνα 1. Διάφορες ροές.

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}} \quad (1.2.14)$$

$$\bar{h} = \frac{A}{B} \quad (1.2.15)$$

Όπου, A η υγρά διατομή (m<sup>2</sup>) και B το πλάτος της υγρής επιφανείας (m) . Αριθμοί Reynolds μικρότεροι του 600.0 δεικνύουν ότι η ροή είναι στρωτή. Το 600.0 λοιπόν είναι η χαμηλότερη κρίσιμη τιμή του αριθμού Reynolds.

Τα προβλήματα των ανοικτών αγωγών είναι ελάχιστα. Τα πλείστα των προβλημάτων με μηχανικής εφαρμογής έχουν μία πλήρως αναπτυγμένη τυρβώδη ροή. Το γεγονός ότι μερικές φορές η επιφάνεια του κινούμενου υγρού εμφανίζεται ως ομαλή δεν πρέπει να οδηγεί στο συμπέρασμα ότι η ροή είναι στρωτή και ότι δεν υπάρχει τυρβώδης ζώνη κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια του υγρού. Είναι σύνηθες φαινόμενο οι δυνάμεις αδρανείας να είναι κατά πολύ μεγαλύτερες των ιξωδών δυνάμεων.

Ένας άλλος σημαντικός χαρακτηρισμός της ροής των ανοικτών αγωγών δίνεται και από το μέγεθος του αριθμού Froude της ροής,

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}} \quad (1.2.16)$$

όπου  $g$  (m/s<sup>2</sup>) η επιτάχυνση της βαρύτητας και  $h$  (m) το βάθος ροής. Αν και γίνεται συστηματική μελέτη του αριθμού Froude, εν τούτοις πρέπει να αναφερθεί ότι όταν η ταχύτητα της ροής του υγρού είναι μικρή τότε είναι δυνατό μία μικρή διαταραχή η οποία εισάγεται οπουδήποτε στον χώρο ροής να κατευθυνθεί και προς την αντίθετη κατεύθυνση της ροής δηλαδή προς τα ανάντη και ούτως να επιδράσει στις συνθήκες ροής στην ανάντη περιοχή. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα ο αριθμός Froude είναι μικρότερος της μονάδος και η ροή ονομάζεται ήρεμος ή ποτάμια. Εάν όμως η ταχύτητα ροής είναι τόσο

μεγάλη ώστε μία μικρή διαταραχή να μην είναι δυνατόν να μεταδοθεί προς τα ανάντη, τότε συμπαρασύρεται μετά του ύδατος προς τα κατόντη. Τότε ο αριθμός Froude είναι μεγαλύτερος της μονάδος και η ροή ονομάζεται ταχεία ή χειμαρρώδης. Όταν ο αριθμός Froude είναι ίσος προς την μονάδα τότε η ροή ονομάζεται κρίσιμος. Στην περίπτωση όπου ο αριθμός Froude είναι μεγαλύτερος της μονάδος η ροή χαρακτηρίζεται ως υπερκρίσιμος, ενώ όταν είναι μικρότερος της μονάδος η ροή χαρακτηρίζεται ως υποκρίσιμος.

Η ροή του ρευστού μπορεί να είναι στροβιλή ή αστρόβιλη. Ως στροβιλή θεωρείται η ροή εάν κάθε σωματίο του ρευστού έχει μία γωνιακή ταχύτητα γύρω από το ίδιο το κέντρο της μάζας του. Η παρακάτω εικόνα δείχνει μια τυπική κατανομή ταχύτητας με τυρβώδη ροή όπως διαμορφώνεται υπεράνω επιπέδου επιφανείας. Η ροή είναι στροβιλή.

Προς ανακεφαλαίωση των ανωτέρω η ροή δύναται να είναι,

- ✚ είτε στροβιλή είτε αστρόβιλος,
- ✚ είτε στρωτή είτε τυρβώδης,
- ✚ είτε ήρεμος ή ποτάμια είτε ταχεία ή χειμαρρώδης.
- ✚ είτε ομοιόμορφος είτε ανομοιόμορφος ή μεταβαλλόμενη,
- ✚ είτε σταθερά είτε μή- σταθερά ή μή- μόνιμος ή ασταθής

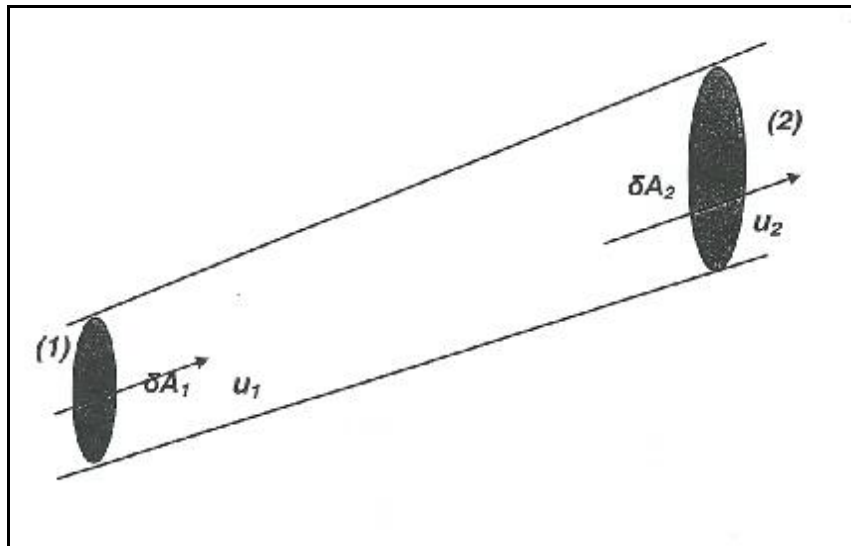
### 1.3 ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΓΙΑ ΑΝΟΙΧΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ<sup>3</sup>

#### Εξίσωση συνέχειας

Στη παρακάτω εικόνα φαίνεται ένας στοιχειώδης «ροϊκός σωλήνας» ο οποίος σχηματίζεται εξ ενός συνόλου εσωκλειστων ροϊκών γραμμών. Επειδή εξ ορισμού δεν υπάρχει ροή κάθετη προς τις ροϊκές γραμμές, το ρευστό πρέπει να εισέλθει και να εξέλθει εντός του αγωγού από τα άκρα μέρη του και μόνο. Ας σημειωθεί ότι τα εμβαδά των διατομών εισόδου είναι  $\delta A_1$  ( $m^2$ ) και εξόδου  $\delta A_2$  ( $m^2$ ), ενώ οι αντίστοιχες ταχύτητες είναι  $u_1$  και  $u_2$ . Είναι προφανές ότι η στοιχειώδης παροχή  $\delta Q$  ( $m^3 / s$ ) δίδεται από την εξίσωση,

$$\delta Q = u_1 \delta A_1 = u_2 \delta A_2, \quad (1.3.17)$$

Μετά την ολοκλήρωση σε όλο τον χώρο ροής η παροχή  $Q$  θα είναι,



Εικόνα 2.Απεικόνιση της εξίσωσης της συνέχειας.

$$Q = U_1 A_1 = U_1 A_2, \quad (1.3.18)$$

<sup>3</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ», συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ



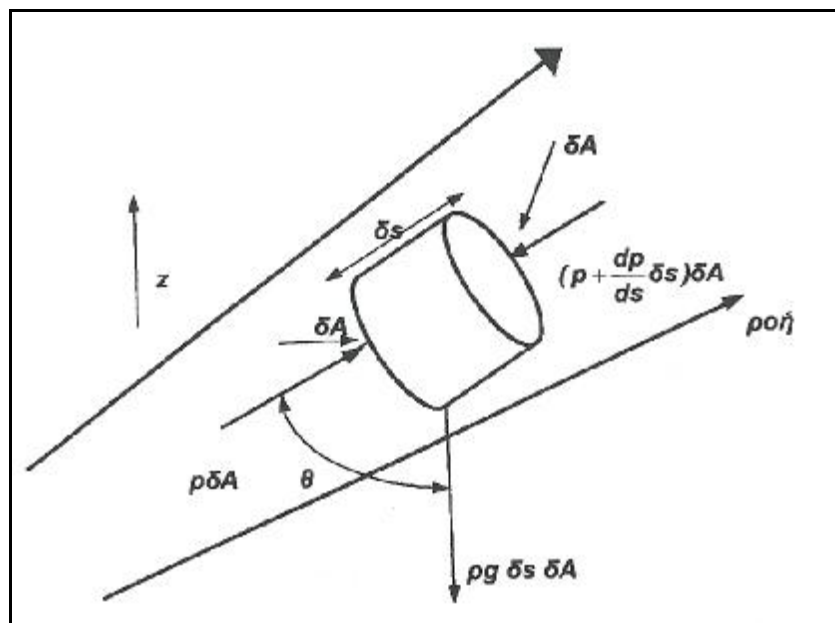
όπου  $U_1$  και  $U_2$  είναι οι μέσες τιμές των ταχυτήτων ενώ  $A_1$  και  $A_2$  είναι τα εμβαδά των διατομών στην είσοδο 1 και έξοδο 2, αντιστοίχως. Η τελική εξίσωση της συνεχείας της μάζας δίνεται ως :

$$Q = UA = \text{σταθερά} \quad (1.3.19)$$

### Εξίσωση του BERNOULLI

Στη παρακάτω εικόνα φαίνεται εν κυλινδρικό στοιχείο του ροϊκού σωλήνα κατά μήκος μιας ροϊκής γραμμής. Το μήκος και το εμβαδόν της διατομής είναι  $\delta s$  (m) και  $\delta A$ , αντιστοίχως. Το βάρος του στοιχείου θα είναι  $\rho \cdot g \cdot \delta s \cdot \delta A$ . Η δύναμη η οποία επενεργεί στο οπίσθιο τμήμα είναι  $p \cdot \delta A$  (N) ενώ στο εμπρόσθιο τμήμα είναι :

$$\left[ p + \left( \frac{dp}{ds} \right) \delta s \right] \delta A \quad (\text{N}) \quad \text{ένθα } p \text{ (N/m}^2\text{) η στατική πίεση.}$$



Εικόνα 3. Απεικόνιση Εξίσωσης του BERNOULLI

Οι κάθετες δυνάμεις οι οποίες δρουν επί των πλευρικών τοιχωμάτων του στοιχειώδους κυλίνδρου βρίσκονται σε ισορροπία. Το ρευστό θεωρείται

ότι είναι ιδεατό ή μή-συνεκτικό και κατά συνέπεια οι ασκούμενες διατμητικές δυνάμεις ισούνται προς μηδέν. Η ταχύτητα μεταβάλλεται κατά μήκος της ροϊκής γραμμής και ως εκ τούτου υπάρχει μία δύναμη επιταχύνσεως η οποία πρέπει να ληφθεί υπόψη στην εξισορρόπηση των δυνάμεων των δρώντων κατά μήκος του άξονος της ροής. Θεωρώντας το ίδιο βάρος του στοιχειώδους όγκου θα είναι,

$$- \rho g \delta s \delta A \cos\theta + p \delta A - \left( p + \frac{dp}{ds} \delta s \right) \delta A = \frac{\rho g \delta s}{g} \frac{du}{dt} \quad (1.3.20)$$

ή

$$- \rho g \cos\theta - \frac{dp}{ds} = \rho \frac{du}{dt} \quad (1.3.21)$$

Επίσης ισχύει ότι,

$$\cos\theta = 1 + \frac{dz}{ds} \quad (1.3.22)$$

όπου Z είναι ο κατακόρυφος άξονας. Επειδή η ροή είναι σταθερά, το οποίο σημαίνει ότι όλες οι μεταβολές των φυσικών ποσοτήτων εν αναφορά προς τον χρόνο t (s) είναι μηδέν, θα είναι,

$$\mathbf{u} = \mathbf{1} + \frac{ds}{dt} \quad (1.3.23)$$

και άρα,

$$\frac{du}{dt} = \mathbf{u} \frac{du}{ds} \quad (1.3.24)$$

επομένως η εξίσωση (24) γράφεται,

$$\rho \mathbf{g} \frac{dz}{ds} + \frac{dp}{ds} + \rho \mathbf{u} \frac{du}{ds} = 0 \quad (1.3.25)$$

ή

$$\frac{d}{ds} \left( z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u du}{g} \right) = 0 \quad (1.3.26)$$

Δι' ολοκλήρωσης κατά μήκος της ροϊκής γραμμής θα είναι,

$$z + \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} = \text{σταθερό} = H \quad (1.3.27)$$

Η παραπάνω εξίσωση ονομάζεται εξίσωση του Bernoulli και εκφράζει την ενεργειακή εξισορρόπηση κατά την ροή του ρευστού. Εάν έκαστος όρος της εξισώσεως (27) πολλαπλασιασθεί με το σταθερό ποσό  $\rho \cdot g \cdot Q$ , θα είναι,

$$(\rho g Q) z + (\rho g Q) \frac{p}{\rho g} + (\rho g Q) \frac{u^2}{2g} = \text{σταθερο} \quad (1.3.28)$$

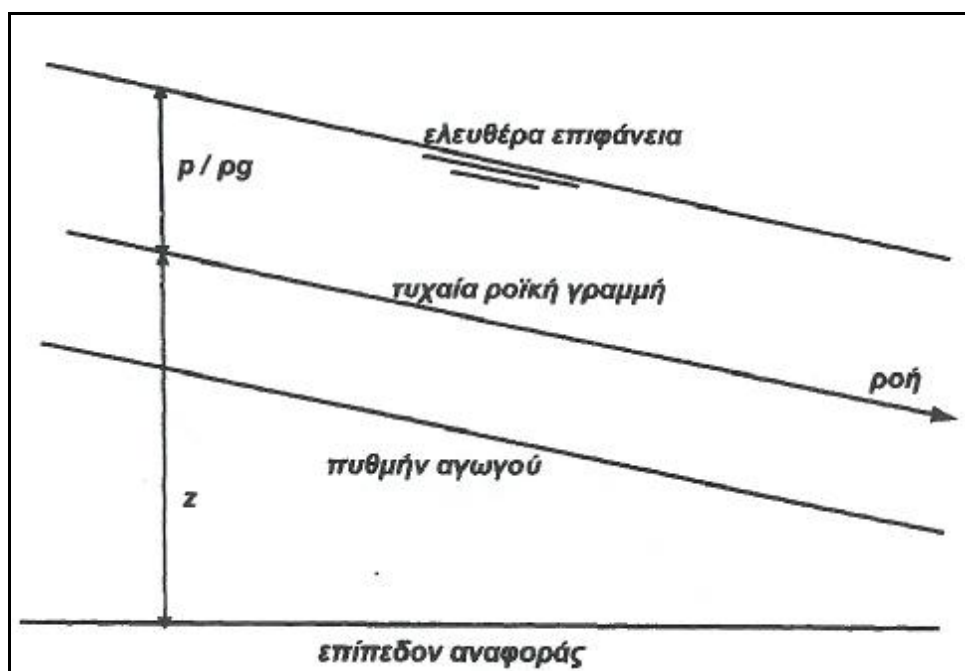
Έκαστος όρος της ανωτέρω εξισώσεως έχει μονάδας ισχύος (W). Στην εξίσωση (27) έκαστος όρος έχει μονάδας (m) και ως εκ τούτου είναι φρόνιμο κάθε όρος να αναφέρεται με την έκφραση ύψος. Ο πρώτος όρος της εξισώσεως (27) είναι το ύψος λόγω θέσεως του ρευστού, ο δεύτερος όρος είναι το ύψος πίεσεως του ρευστού και ο τρίτος όρος το κινητικό ύψος του ρευστού. Το άθροισμα όλων των ανωτέρω όρων δίνει το ολικό ενεργειακό ύψος ή φορτίο H (m).

## Η εξίσωση ενέργειας στους ανοικτούς αγωγούς

Για την απόδειξη της εξίσωσης Bernoulli, δεν γίνεται καμιά παραδοχή σχετικώς προς τα όρια του χώρου εντός του οποίου ρέει το υγρό. Ως αποτέλεσμα, η εξίσωση του Bernoulli δύναται να εφαρμοσθεί και στους ανοικτούς αγωγούς, βλέπε παρακάτω εικόνα. Πρέπει όμως να σημειωθεί ότι η εξίσωση του Bernoulli εφαρμόζεται μόνο σε σταθερή ροή.

Τότε και επειδή υπάρχει ενδιαφέρον για ρευστά με σταθερή την πυκνότητα, ο όρος  $p / \rho g$  (m) είναι η στατική πίεση του υγρού,  $U^2 / 2g$  (m) είναι το κινητικό ύψος και  $Z$  (m) το ύψος της υπό μελέτη θέσεως το οποίο μετρείται εκ του οριζοντίου επιπέδου. Αν οι ροϊκές γραμμές είναι ευθείς και παράλληλες, τότε η κατανομή της πίεσεως σε κάθε μία διατομή της ροής είναι υδροστατική.

Ακόμη και στην περίπτωση της βαθμιαίας μεταβαλλόμενης ροής η καμπυλότητα των ροϊκών γραμμών είναι αμυδρά. Δηλαδή η πίεση κάθε σημείου εντός του χώρου ροής εξαρτάται μόνο εκ του κατά πόσο ευρίσκεται το σημείο αυτό κάτωθι της ελεύθερης επιφανείας του ύδατος.

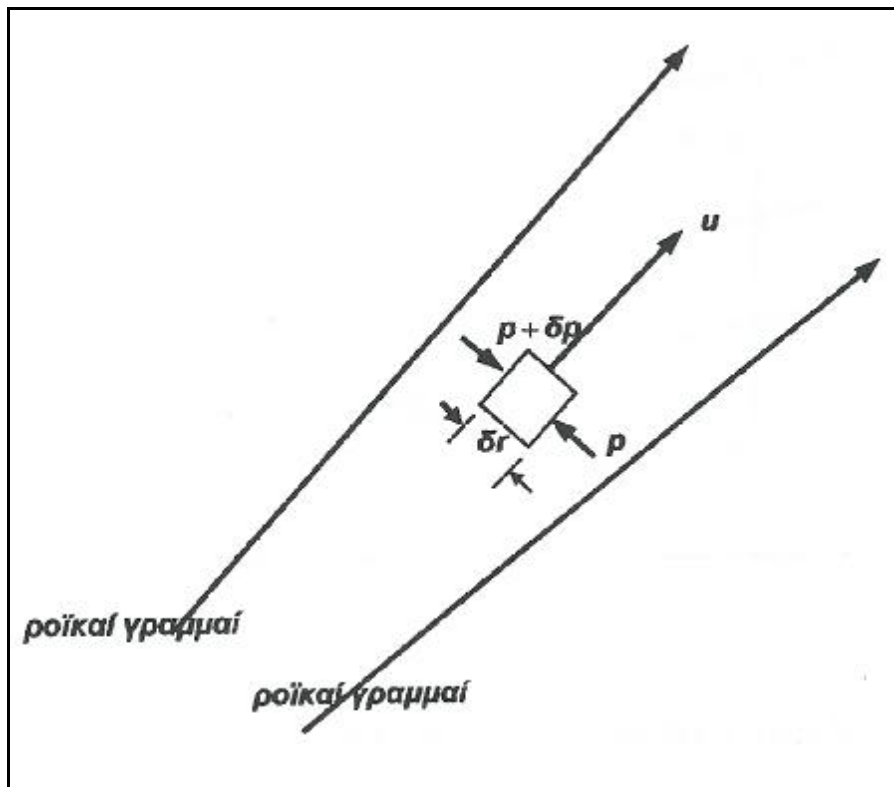


Εικόνα 4. Υδροστατική πίεση και ύψος

## Υδροστατική και Μή-υδροστατική κατανομή πίεσης

Σε συγκεκριμένη χρονική στιγμή  $t$  η ταχύτητα είναι  $u$  και η ακτίνα καμπυλότητας  $r$  (m) . Η σχετική επιτάχυνση  $a$  ( $m / s^2$ ), όπου δημιουργείται λόγω της καμπύλης τροχιάς, θα είναι,

$$a = \frac{u^2}{r} \quad (1.3.29)$$



Εικόνα 5. Ροή σε καμπύλη

Η κεντρόφυγος δύναμη  $F(N)$  θα είναι,

$$F = ma = \frac{\rho g}{g} \delta r \delta A \frac{u^2}{r} \quad (1.3.30)$$

όπου  $\delta r$  είναι το ύψος του όγκου ελέγχου και  $\delta A$  η διατομή. Η εξισορρόπηση της δύναμης  $F$  γίνεται με την διαφορά των εξασκούμενων δυνάμεων,  $\rho \delta A$  και  $(p + \delta p)A$  της οποίας ασκούν οι πιέσεις μεταξύ της εσωτερικής και

εξωτερικής πλευράς, αντιστοίχως,

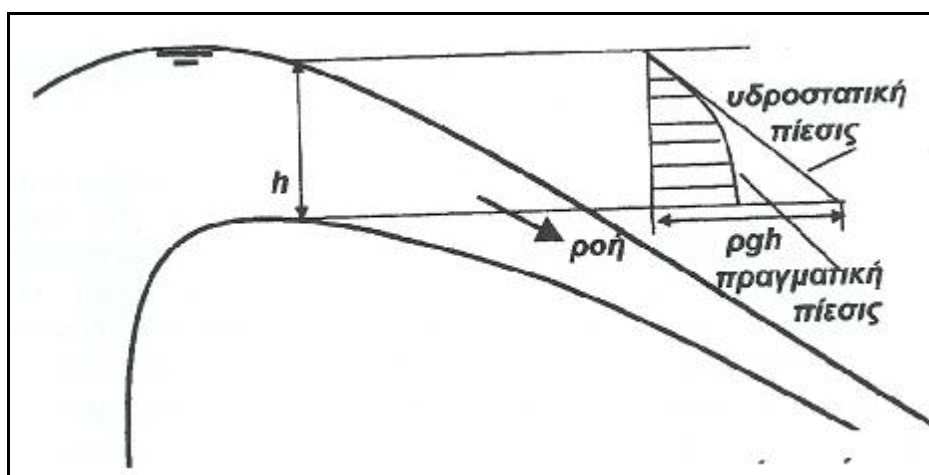
$$(p + \delta p)\delta A = p\delta A + \frac{\rho g}{g} \delta r \delta A \frac{u^2}{r} \quad (1.3.31)$$

$$\delta p \delta A = \frac{\rho g}{g} \delta r \delta A \frac{u^2}{r} \quad (1.3.32)$$

ή

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho g}{g} \frac{u^2}{r} \quad (1.3.33)$$

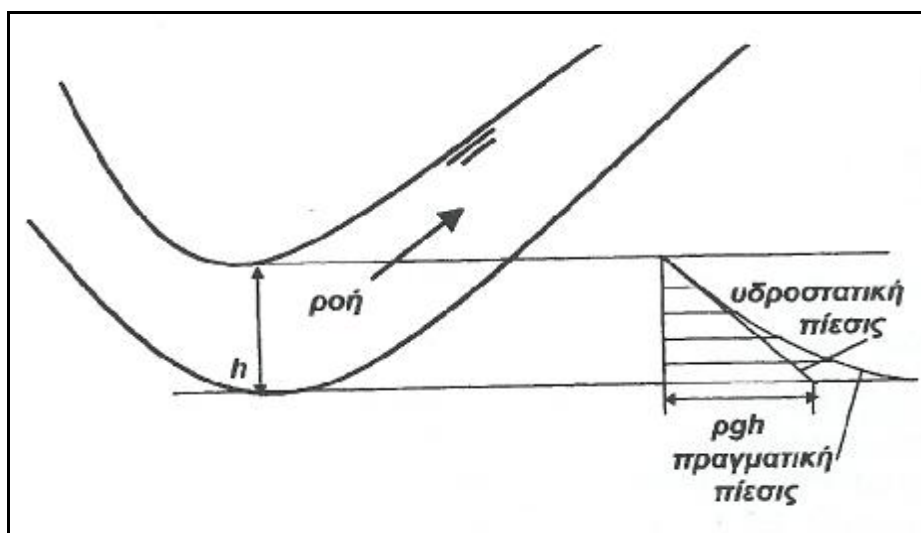
Εάν η ακτίνα καμπυλότητας είναι πολύ μεγάλη, δηλαδή εάν  $r \rightarrow \infty$  τότε  $dp/dr = 0$  και επομένως η πίεση  $p$  είναι σταθερά κάθετη  $dr$  προς τις ροϊκές γραμμές. Εάν θεωρηθεί η εικόνα 5, τότε η πίεση κατά το βάθος ροής είναι υδροστατική οπότε η ποσότητα  $p/\rho g$  είναι το βάθος του ύδατος στην υπό θεώρηση ροϊκή γραμμή. Στη γενική όμως περίπτωση η ταχύτητα  $u$  και η ακτίνα  $r$  είναι άγνωστα. Στην εικόνα 6 φαίνεται η ροή πέριξ κυρτής επιφάνειας με την αντίστοιχη κατανομή πιέσεως που είναι μή-υδροστατική.



Εικόνα 6. Κατανομή πίεσης σε κυρτή επιφάνεια

Σε ακραίες περιπτώσεις ταχύτητας και κυρτότητας η καμπύλη οδηγεί

σε αρνητικές πιέσεις, πιέσεις δηλαδή με τιμές ευρισκόμενες κάτωθι της ατμοσφαιρικής πίεσεως. Στη παρακάτω εικόνα φαίνεται η ροή πέριξ κοίλης επιφανείας και η αντίστοιχη κατανομή πιέσεως.



Εικόνα 7. Κατανομή πίεσης σε κοίλη επιφάνεια

Να σημειωθεί ότι η καμπυλότητα των κατανομών της πίεσεως για τις περιπτώσεις των εικόνων 6 και 7.

Εάν η κλίση του ανοικτού αγωγού είναι σχετικά μεγάλη, π.χ. μεγαλύτερη του 1 προς 10, τότε είναι δυνατόν να υπάρξει τροποποίηση της τιμής της υδροστατικής πίεσεως ακόμη και αν οι ροϊκές γραμμές είναι ευθείς και παράλληλες μεταξύ τους. Όταν λοιπόν η μεταβολή της πίεσεως είναι υδροστατική, ένα σημείο στο οποίο η πίεση είναι  $p$  ευρίσκεται σε βάθος  $p / \rho * g$  κάτωθι της ελεύθερης επιφανείας και ούτως το άθροισμα  $(p / \rho * g) + Z$ , βλέπε εικόνα 4, όπου αναπαριστά το ύψος της ελεύθερης επιφανείας του ύδατος υπεράνω του επιπέδου αναφοράς. Τότε η εξίσωση του Bernoulli απλοποιείται ως εξής,

$$\text{ύψος ελεύθερης επιφανείας} + u^2/2g = \text{σταθερό} \quad (1.3.34)$$

Διαπιστώνουμε ότι το επιμέρους ύψος μιας ροϊκής γραμμής υπεράνω του επιπέδου αναφοράς δεν συμμετέχει στην ανωτέρω εξίσωση. Αν τώρα

θεωρηθεί ότι σε μία διατομή η ταχύτητα είναι η ίδια επί όλων των ροϊκών γραμμών τότε η εξίσωση (34) ισχύει για όλη την ροή.

#### Διόρθωση της ενεργειακής εξισώσεως και της εξισώσεως ορμής

Οι καμπυλώσεις της ροής καθώς και η τραχύτητα των στερεών επιφανειών επιδρούν επί της ταχύτητας της ροής. Οι ανωμαλίες των στερεών ορίων των ανοικτών αγωγών είναι τόσο μεγάλες και υπάρχουν σε τυχαία κατανομή ώστε κάθε ανοικτός αγωγός έχει την δική του κατανομή ταχύτητας. Σε γενικές γραμμές δύναται να ελεγχθεί ότι η μεγίστη τιμή της ταχύτητας εμφανίζεται σε σημεία τα οποία ευρίσκονται ολίγο κάτωθι της ελεύθερης επιφανείας του υγρού, συνήθως από 0.05 μέχρι 0.25 φορές το πλήρες βάθος ροής, ενώ η μέση ταχύτητα η οποία έχει τα 85.0% της ταχύτητας της ελεύθερης επιφανείας εμφανίζεται επί θέσεως κειμένης σε απόσταση 0.6 φορές το πλήρες βάθος ροής κάτωθι της ελεύθερης επιφανείας. Πρακτικά είναι σχεδόν αδύνατον να ληφθεί ομοιόμορφη κατανομή ταχύτητας σε μία διατομή. Η πραγματική κατανομή της ταχύτητας στους ανοικτούς αγωγούς δέχεται επιδράσεις και εκ των στερεών ορίων αλλά και εκ της ελεύθερης επιφανείας του ύδατος.

Μια τυπική κατανομή ταχυτήτων εντός ενός ανοικτού αγωγού τραπεζοειδούς διατομής φαίνεται στην εικόνα 8. Ούτως η έκφραση  $u^2 / 2g$  όπου παριστά την κινητική ενέργεια του ρευστού ανά μονάδα βάρους αυτού, δηλαδή το κινητικό ύψος, έχει υποεκτιμηθεί, εάν βεβαίως ο υπολογισμός έχει γίνει με την μέση τιμή  $\bar{u}$  της ταχύτητας στην διατομή. Για να διορθωθεί λοιπόν η τιμή πολλαπλασιάζεται το κινητικό ύψος  $\bar{u}^2 / 2g$  με τον αριθμό  $\alpha$  έναν δηλαδή συντελεστή  $\nu$  διορθώσεως της κινητικής ενεργείας και ο οποίος λαμβάνει τιμές από 1.03 μέχρι και 1.6 για φυσικούς ανοικτούς αγωγούς. Το  $\alpha$  λαμβάνει μεγαλύτερες τιμές σε μικρότερες διατομές ανοικτών αγωγών.

Συνήθως η τιμή του  $\alpha$  για ανοικτό αγωγό σύνθετης διατομής  $A$  αποτελούμενης εκ των διατομών  $A_1, A_2, A_3, \dots A_n$  με μέσες ταχύτητες  $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \bar{u}_3, \dots \bar{u}_n$  ανά διατομή και  $U = Q / A$  την μέση ταχύτητα όλης της συνθέτης



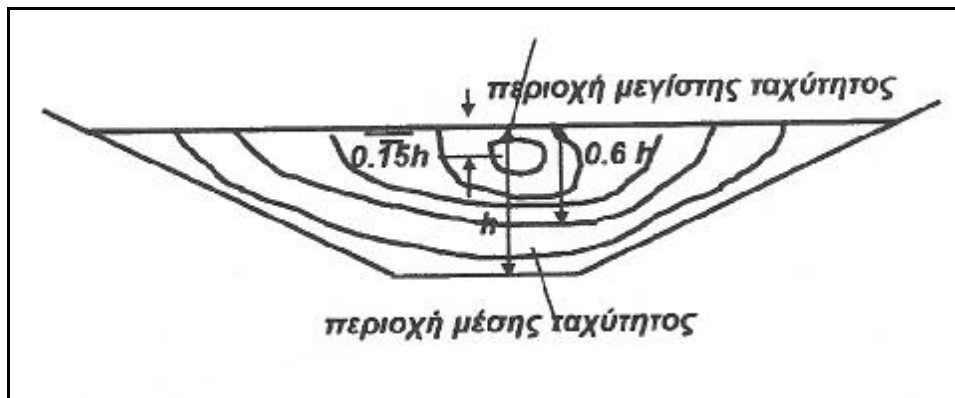
διατομής είναι,

$$\alpha = \frac{\bar{u}_1^3 A_1 + \bar{u}_2^3 A_2 + \bar{u}_3^3 A_3 + \dots + \bar{u}_n^3 A_n}{\bar{u}^3 (A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_n)} \quad (1.3.35)$$

Τέλος, να αναφερθεί επίσης ότι η ορμή της ροής του υγρού πρέπει να διαφοροποιηθεί αναλόγως με ένα συντελεστή  $\nu$  διορθώσεως της ορμής  $\beta$ . Ούτως, η ορθή έκφραση για τον υπολογισμό της ορμής, θα είναι,

$$\text{ορμή} = \beta \rho Q \bar{u} \quad (1.3.36)$$

ενώ ο συντελεστής  $\beta$  μεταβάλλεται από 1.01 μέχρι και 1.2.



Εικόνα 8. Περιοχή μέσης ταχύτητας σε τραπέζια διατομή

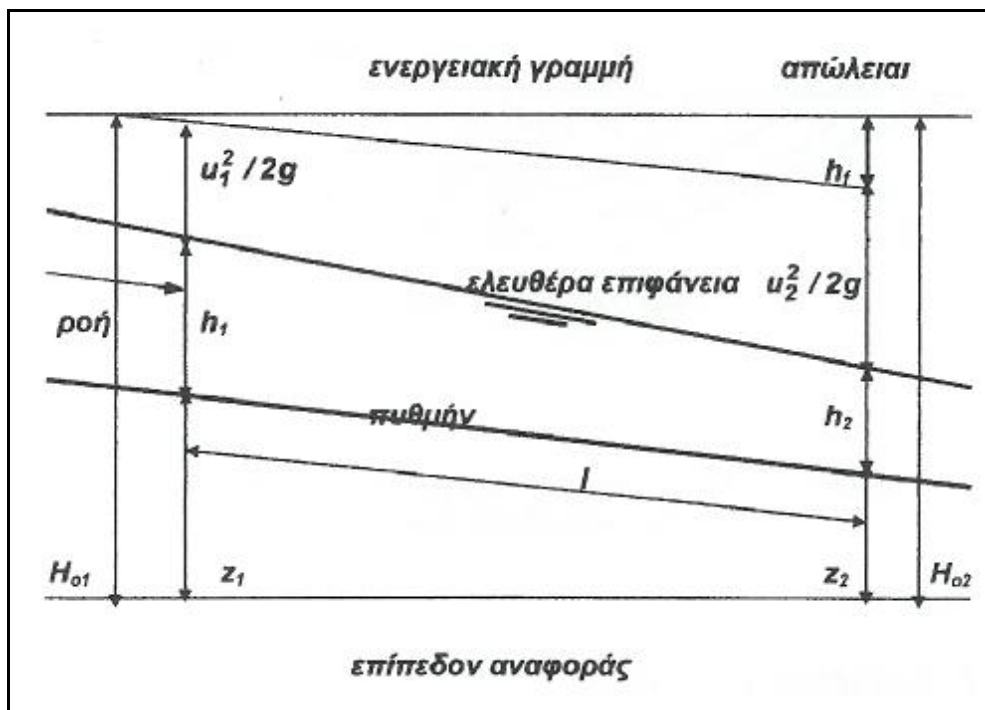
### Απώλειες ενέργειας

Όταν το υγρό ρέει από μια διατομή σε μια άλλη αναπτύσσονται τριβές οι οποίες και μετατρέπουν την διαθέσιμη ενέργεια σε θερμότητα. Ούτως, δημιουργούνται οι απώλειες ενέργειας. Εάν ονομάσουμε ως  $hf$ , οι απώλειες ενέργειας ανά μονάδα βάρους του ρευστού, τότε για σταθερή ροή μεταξύ των διατομών 1 και 2, έχουμε τα παρακάτω,

$$H_{o1} = (\text{ύψος ελευθέρας επιφανείας})_1 + \frac{u_1^2}{2g} = (\text{ύψος ελευθέρας επιφανείας})_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \quad (1.3.37)$$

ή

$$h_1 + z_1 + \frac{u_1^2}{2g} = h_2 + z_2 + \frac{u_2^2}{2g} + h_f \quad (1.3.38)$$



Εικόνα 9. Ενεργειακή κλίση

$$H_{o1} = H_{o2} + h_f \quad (1.3.39)$$

όπου  $H_{o1}$  (m) και  $H_{o2}$  (m) είναι τα ολικά ύψη ή φορτία στις διατομές 1 και 2 ενώ  $h_1$  και  $h_2$  είναι τα βάθη της επιφανείας του υγρού στις διατομές 1 και 2. Το βάθος εννοείται κάθετο προς τον πυθμένα του αγωγού.  $Z_1$  και  $Z_2$  είναι τα

ύψη του πυθμένα του ανοικτού αγωγού από το επίπεδο αναφοράς. Αν ληφθεί υπόψη η μή-ομοιομορφία της κατανομής της ταχύτητας σε κάθε μία διατομή τότε,

$$h_1 + z_1 + a_1 \frac{\overline{u_1^2}}{2g} = h_2 + z_2 + a_2 \frac{\overline{u_2^2}}{2g} + h_f \quad (1.3.40)$$

Το ποσό της ενεργείας το οποίο μετατρέπεται σε τριβές, δηλαδή η απώλεια φορτίου  $h_f$ , δύνανται να εκφρασθεί και ως,

$$S_f = \frac{h_f}{l} \quad (1.3.41)$$

όπου  $l$  (m) είναι το μήκος του ανοικτού αγωγού επί του οποίου αναφέρονται οι απώλειες ενεργείας (ύψους). Η ποσότητα  $S$ , ονομάζεται ενεργειακή κλίση, διότι αντιστοιχεί προς την κλίση μιας ευθείας γραμμής γραφικής παραστάσεως με άξονα των  $Y$  την απώλεια ενέργειας ανά μονάδα βάρους  $h_f$  και άξονα  $x$  το μήκος  $l$  κατά μήκος του ανοικτού αγωγού. Στην ειδική περίπτωση ομοιόμορφης ροής είναι,

$$\bar{u}_1 = \bar{u}_2, a_1 = a_2 \text{ και } h_1 = h_2 \quad (1.3.42)$$

τότε η εξίσωση 42 δίδει,

$$h_f = z_1 - z_2 \quad (1.3.43)$$

Τότε η απώλεια φορτίου ή ύψους ισούται ακριβώς με την πτώση του πυθμένα του ανοικτού αγωγού, στην ίδια απόσταση. Η ενεργειακή κλίση λοιπόν είναι η ίδια με την γεωμετρική κλίση και του πυθμένα του ανοικτού

αγωγού αλλά και της ελεύθερης επιφανείας του υγρού ( $h_1 = h_2$ ). Πρέπει να αναφερθεί και πάλι ότι τα ανωτέρω ισχύουν μόνο για την περίπτωση της ομοιόμορφης ροής. Όταν θα αναφερθεί η θεωρία της μή- ομοιομόρφης ροής τότε θα γίνει διάκριση μεταξύ των,

- ✓ κλίσεως της ελευθέρως επιφανείας  $S_w$ .
- ✓ κλίσεως του πυθμένα  $S_o$  και
- ✓ ενεργειακής κλίσεως  $S_f$

#### 1.4 ΟΡΙΑΚΟ ΣΤΡΩΜΑ<sup>4</sup>

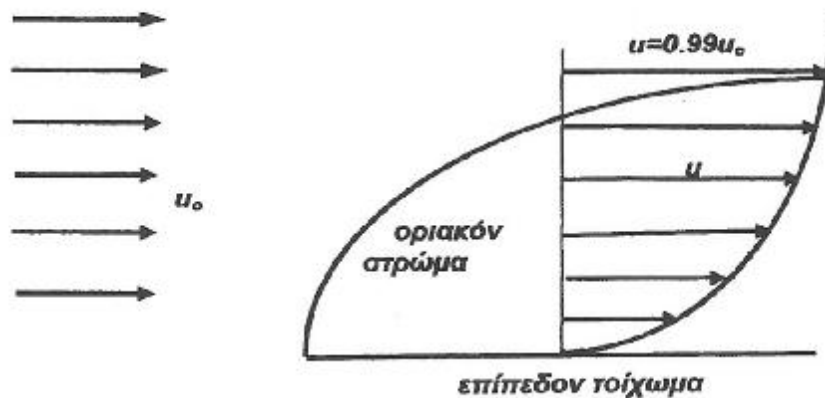
Για την κατανόηση του οριακού στρώματος (boundary layer theory) είναι σκόπιμο η ανάλυση να περιλάβει ροή η οποία περιορίζεται εκ μιας μόνο στερεάς επιφανείας, βλέπε εικόνα 10. Η ροή βαίνει παράλληλα προς το στερεό όριο (τοίχωμα) και η αδιατάρακτος τιμή της ομοιόμορφης ταχύτητας στον ανάντη χώρο είναι  $U_0$ . Καθώς το ρευστό έρχεται σε επαφή προς το στερεό όριο η ταχύτητα του στρώματος του ρευστού το οποίο πρόσκειται προς το τοίχωμα επιβραδύνεται λόγω της τριβής μεταξύ ρευστού-στερεού και ακριβώς επί του τοιχώματος η ταχύτητα αυτή μηδενίζεται. Συνεπεία των ανωτέρω αναπτύσσεται λοιπόν σημαντική διατμητική τάση μεταξύ των στρωμάτων του ρευστού του προσκειμένου επί του τοιχώματος και του αμέσως επομένου στρώματος ροής.

Οι διατμητικές τάσεις επεκτείνονται εντός του χώρου της ροής και ονομάζεται οριακό στρώμα. Έξω του οριακού τούτου στρώματος οι αναπτυσσόμενες λόγω τριβών ροής διατμητικές τάσεις είναι σχετικώς μικρές και οφείλονται, κυρίως, στην συνεκτικότητα (ιξώδης δράσης) των μορίων του ρευστού. Η ροή εντός του οριακού στρώματος μπορεί να είναι στρωτή ή τυρβώδης. Παρακάτω φαίνεται μία πιθανή κατανομή του είδους της αναπτυσσομένης ροής εντός του οριακού στρώματος. Η κατ' αρχάς στρωτή ροή που εμφανίζεται στην είσοδο μετατρέπεται (μεταβατική περιοχή) σε τυρβώδη ροή. Σε άμεση επαφή με το στερεό τοίχωμα ευρίσκεται πάντα το οριακό υπόστρωμα εντός του οποίου η ροή είναι στρωτή.

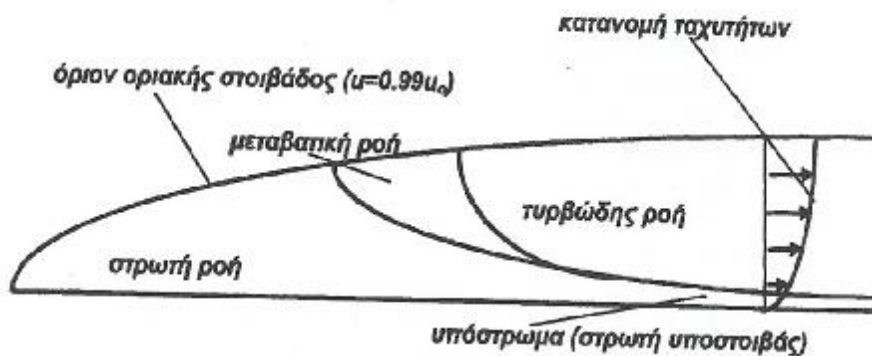
Η μεταβολή της ταχύτητας κατά την κάθετο προς αυτήν διεύθυνση σε τυρβώδες οριακό στρώμα και στον πλησίον των τοιχωμάτων χώρο ροής είναι απότομη. Αντιθέτως, στην περίπτωση στρωτής ροής η μεταβολή αυτή της ταχύτητας είναι ομαλή.

---

<sup>4</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ», συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ



Ανάπτυξις οριακής στοιβάδος επί επιπέδου τοιχώματος



Στρωτή, μεταβατική και τουρβώδης ροή εντός οριακού στρώματος. Στρωτό υπόστρωμα

Εικόνα 10. Οριακό στρώμα

## . Εξισώσεις

Το πάχος του οριακού στρώματος  $\delta$ (m), ονομαζόμενο και πάχος της οριακής στοιβάδας, εννοείται ως το μήκος εκ του στερεού ορίου ως το εξωτερικό τμήμα του οριακού στρώματος κατά μήκος της διεύθυνσης-Y κάθετου προς το τοίχωμα. Το εξωτερικό όριο του οριακού στρώματος καθορίζεται ως εκεί όπου η ταχύτητα  $u$  δίνει,

$$\frac{u}{u_o} = 0.99 \quad (1.4.45)$$

Το πάχος μετατοπίσεως  $\delta(m)$  ορίζεται ως το ολοκλήρωμα,

$$\delta^* = \int_0^\delta \left(1 - \frac{u}{u_o}\right) dy \quad (1.4.46)$$

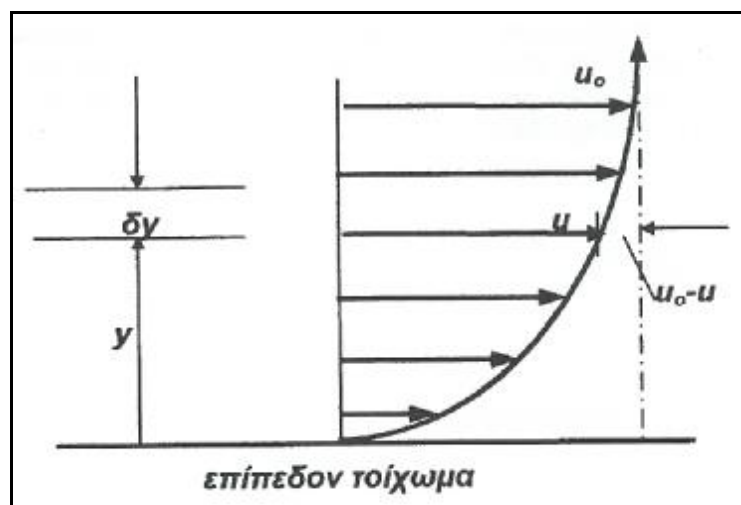
και εκφράζει την "μετατόπιση" του στερεού τοιχώματος κατά απόσταση  $\delta'$ . Η παροχή, βλέπε εικόνα 11, διά του οριακού στρώματος είναι μικρότερη της παροχής της κυρίως ροής (έξωθεν του οριακού στρώματος) διά μέσω του ίδιου εμβαδού διατομής.

Αυτό συμβαίνει διότι η ταχύτητα  $u$  εντός του οριακού στρώματος είναι μικρότερη της  $u_o$ , ταχύτητα της κύριας ροής. Η ελάττωση της παροχής λόγω της αναπτύξεως του οριακού στρώματος είναι:

$$0 \rightarrow \delta$$

$$u_o \delta^* = \text{παροχή ανά μονάδα πλάτους} = \int_0^\delta (u_o - u) dy \quad (1.4.47)$$

Είναι δηλαδή η εξίσωση (46).



Εικόνα 11. Κατανομή ταχυτήτων

Το πάχος της ορμής  $\theta$  (m) δίδεται υπό μιας αναλόγου εξίσωσης της (46) και εκφράζει την ελάττωση της ορμής λόγω μείωσης της ταχύτητας εντός του οριακού στρώματος. Είναι,

$0 \rightarrow \delta$

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy \quad (1.4.48)$$

Είναι δηλαδή η εξίσωση (48). Η ποσότητα  $\rho u_0^2 \theta$  (N) ονομάζεται διαμητική δύναμη και εκφράζει την αντίσταση της ροής λόγω των στερεών ορίων. Είναι προφανές ότι εάν  $L$ (m) είναι το μήκος του οριακού στρώματος τότε,

$0 \rightarrow L$

$$\rho u_0^2 \theta = \int_0^L \tau_o dx \quad (1.4.49)$$

όπου  $x$  (m) η κατά μήκος απόσταση επί του τοιχώματος και  $T_o$ (N/m<sup>2</sup>) η διαμητική τάση επί των τοιχωμάτων.

Παρακάτω δίδονται οι περιπτώσεις ένθα η ροή εντός του οριακού στρώματος είναι κατά πρώτον στρωτή και κατά δεύτερον τυρβώδης.

Στρωτή ροή εντός οριακού στρώματος

Η κατανομή της ταχύτητας εντός στρωτού οριακού στρώματος δύναται, σε μία γενική μορφή, να είναι της μορφής,

$$\frac{u}{u_0} = \left[ A \frac{y}{\delta} - y \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right] \quad (1.4.50)$$

εάν οι τιμές των σταθερών  $A$ ,  $B$  είναι γνωστές τότε η εξίσωση του υπολογισμού του πάχους της ορμής, εξίσωση (48) γράφεται,



$$\delta^* = \int_0^\delta \frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy = \int_0^\delta \left[ A \frac{y}{\delta} - B \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right] \left\{ 1 - \left[ A \frac{y}{\delta} - B \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right] \right\} dy \quad (1.4.51)$$

και είναι ολοκληρώσιμη. Με τον ίδιο τρόπο η εξίσωση υπολογισμού του πάχους μετατοπίσεως  $\delta$  εξίσωση (46), δύναται να υπολογισθεί,

$$\delta^* = \int_0^\delta \frac{u}{u_0} \left(1 - \frac{u}{u_0}\right) dy = \int_0^\delta \left\{ 1 - \left[ A \frac{y}{\delta} - B \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right] \right\} dy \quad (1.4.52)$$

Η διατμητική τάση  $\tau_0$  επί του τοιχώματος (δηλαδή επί της θέσεως  $Y=0.0$  m) υπολογίζεται από την εξίσωση (4),

$$T_0 = \mu \frac{du}{dy} = \mu u_0 \frac{d}{dy} \left[ A \frac{y}{\delta} - B \left(\frac{y}{\delta}\right)^2 \right]_{y=0} = \mu u_0 \left[ \frac{A}{\delta} - \frac{2By}{\delta} \right]_{y=0} = \frac{\mu u_0 A}{\delta} \quad (1.4.53)$$

Τυρβώδης ροή εντός οριακού στρώματος

Έξω του στρωτού οριακού υποστρώματος και εντός του χώρου της αναπτύξεως της τυρβώδους οριακής στοιβάδας έχει επιβεβαιωθεί πειραματικώς ο νόμος της κατανομής του 1/7 (Prandtl). Ισχύει δηλαδή,

$$\frac{u}{u_0} = \left(\frac{y}{\delta}\right)^{1/7} \quad (1.4.54)$$

Η αντικατάσταση της ανωτέρω κατανομής των ταχυτήτων στην εξίσωση (46) δίνει την τιμή της  $\delta$ . Ομοίως, από την εξίσωση (48) υπολογίζεται η τιμή του  $\theta$ . Πρόβλημα προκύπτει κατά τον υπολογισμό της διατμητικής τάσεως το όπου στην θέση  $y=0.0$  m η τιμή  $du/dy$  μηδενίζεται. Μετρήσεις δείχνουν ότι,

$$T_o = \frac{0.023\rho u_o^2}{Re_\delta^{1/4}} \quad (1.4.55)$$

όπου,

$$Re_e = \frac{\rho u_o \delta}{\mu} = \frac{u_o \delta}{\nu} \quad (1.4.56)$$

Το οριακό στρώμα στους ανοικτούς αγωγούς

Ο συντελεστής τριβής της ροής είναι συνδεδεμένος μετά της σχετικής τραχύτητας  $\frac{k}{D}$  των τοιχωμάτων του αγωγού, όπου  $k$  (m) είναι η τραχύτητα της επιφανείας και  $D$  είναι η εσωτερική διάμετρος του αγωγού. Είναι φυσικό λοιπόν να αναμένεται ότι στους ανοικτούς αγωγούς ο συντελεστής τριβής κατά Chezy  $C$  να είναι και αυτός συνδεδεμένος με την τραχύτητα των ορίων του ανοικτού αγωγού.

Όπως στους υπό πίεση αγωγούς κυκλικής διατομής η διάμετρος θεωρείται ως βασικό χαρακτηριστικό της γεωμετρίας όπως και στους ανοικτούς αγωγούς η υδραυλική ακτίνα  $R$  εξυπηρετεί ως χαρακτηριστικό μέγεθος στις μετρήσεις στους ανοικτούς αγωγούς. Η θεώρηση της διατμητικής τάσεως επί των ορίων του ανοικτού αγωγού δείχνει ότι ο συντελεστής κατά Chezy  $C$  συνδέεται μετά του συντελεστού τριβής  $f$  με την εξίσωση,

$$C = \left(\frac{2g}{f}\right)^{1/2} \quad (1.4.57)$$

Τα σχετικά διαγράμματα τα οποία συνδέονται με την υδραυλική μελέτη των κλειστών αγωγών, διαγράμματα τριβής κατά Moody, δύνανται να

επαναχρησιμοποιηθούν αν βεβαίως πραγματοποιηθεί η αντικατάσταση της διαμέτρου  $D$  των κλειστών αγωγών με την τιμή  $4R$  διότι στους κλειστούς αγωγούς (κυκλικής διατομής) ισχύει ότι,

$$R = \frac{A}{P} = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4} \quad (1.4.58)$$

Η παρακάτω εικόνα δείχνει τον τρόπο με τον οποίο αναμένεται να εξαρτάται ο συντελεστής  $C$  με τον αριθμό Reynolds. Στην τραχεία ζώνη της γραφικής παραστάσεως ο συντελεστής  $C$  είναι σταθερός διά μία επί μέρους

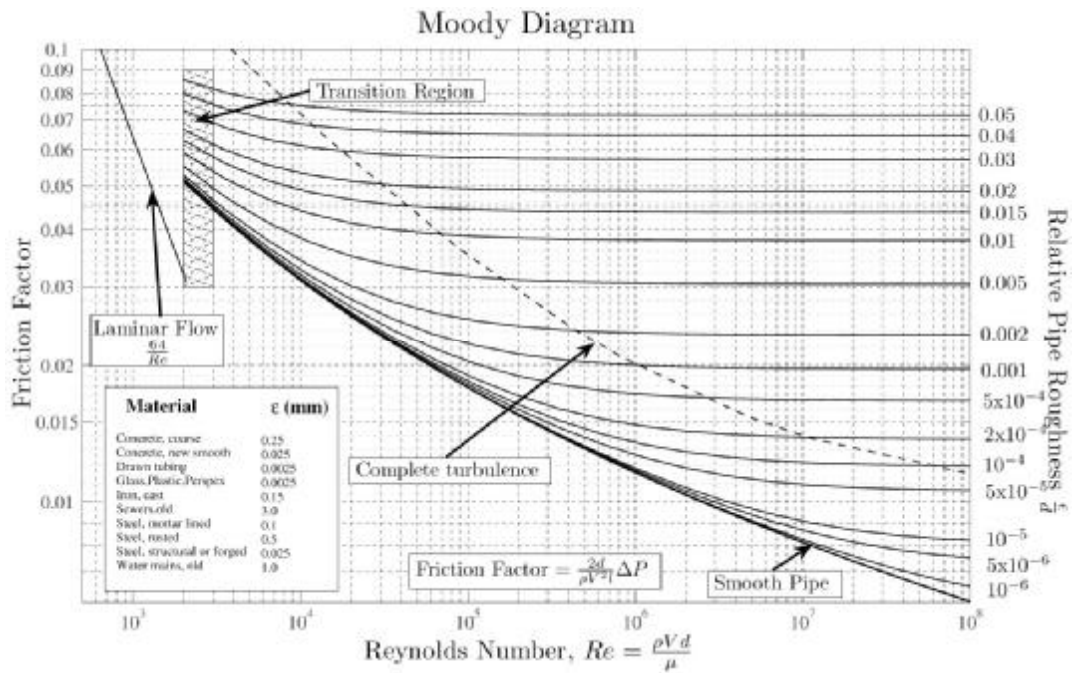
τιμή του λόγου τραχύτητας  $\frac{k}{R}$  και επομένως είναι προφανές ότι η εξίσωση κατά Manning δύναται να εφαρμοσθεί με σχετικώς μεγάλη ακρίβεια. Για την τραχεία ζώνη η κάτωθι εξίσωση δίνει τον τρόπο της μεταβολής του συντελεστού τραχύτητας  $f$  σε τυρβώδη ροή και εντός τραχέων κλειστών αγωγών κυκλικής διατομής,

$$f^{1/2} = 4.0 \log \left( \frac{D}{K} \right) + 2.28 \quad (1.4.59)$$

ή

$$\frac{C}{(2g)^{1/2}} = 4.0 \log \left( \frac{D}{K} \right) + 2.28 \quad (1.4.60)$$

Δι' αντικατάστασεως του  $D$  με  $4R$  εκ της εξισώσεως (58) και επίσης δι' αντικαταστάσεως του συντελεστού  $C$  με  $R^{1/6}$  γίνονται,



**Εικόνα 12. Διάγραμμα Moody**

$$\frac{R^{1/6}}{n19.62^{1/2}} = 4.0 \log\left(\frac{4R}{K}\right) + 2.28 \quad (1.4.61)$$

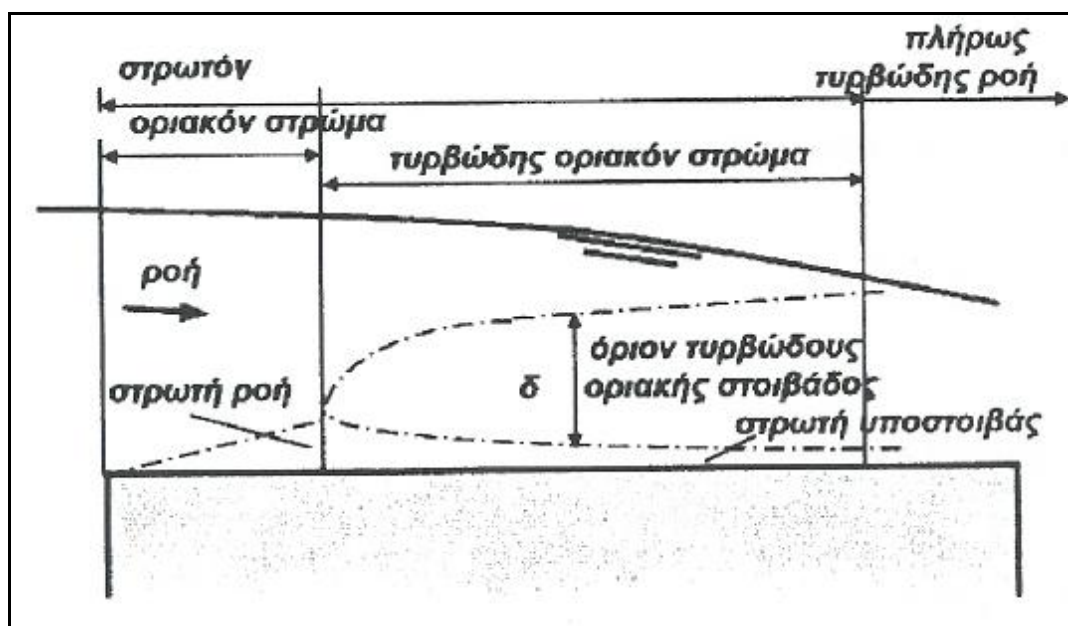
επομένως,

$$n = \frac{0.0564R^{1/6}}{\log\left(14.86\frac{R}{K}\right)} \quad (1.4.62)$$

Επειδή όμως η ροή στους ανοικτούς αγωγούς είναι κάθε τι άλλο παρά συμμετρικώς διευθετημένη, οι αριθμητικοί συντελεστές της ανωτέρω εξίσωσης έχουν μεγάλη ασάφεια. Παρά ταύτα η εξίσωση (61) δείχνει ότι με λογαριθμική κατανομή της τραχύτητας στους ανοικτούς αγωγούς σε τυρβώδη ροή, ο συντελεστής κατά Manning  $n$  έχει μικρότερο βαθμό εξαρτήσεως εκ του συντελεστή τραχύτητας  $k$  και ακόμη μικρότερη εκ της υδραυλικής ακτίνας  $R$ .

## Υδραυλικά ήπια και τραχέα στερεά όρια

Οι στερεές επιφάνειες οι οποίες περιβάλλουν την ροή των ανοικτών αγωγών χαρακτηρίζονται ως υδραυλικά ήπιες ή τραχείς λαμβάνοντας ως κριτήριο το πάχος της στρωτής οριακής υποστοιβάδος (υποστρώματος), παρακάτω εικόνα, και του μεγέθους του συντελεστού της τραχύτητας της επιφανείας  $k$ .



Εικόνα 13. Περιοχές διαγράμματος Moody

Σε αυτήν την περίπτωση η τραχύτητα δεν επιδρά επί της ροής πλην μόνο εντός της οριακής υποστοιβάδος. Τουναντίον εάν τα μεγέθη της τραχύτητας είναι τόσο μεγάλα ώστε να προβάλλουν διά της οριακής στοιβάδος, τότε εξ ορισμού το στερεό όριο είναι υδραυλικά τραχύ και η ροή έξωθεν της στρωτής οριακής υποστοιβάδος εξαρτάται από την τραχύτητα. Ισχύουν τα κάτωθι όρια, French (1986),

υδραυλικά ήπιο στερεό όριο,

$$0 \leq \frac{Ku^*}{\nu} \leq 5.0 \quad (1.4.63)$$

μεταβατικό στερεό όριο,

$$5.0 \leq \frac{Ku^*}{\nu} \leq 70.0 \quad (1.4.64)$$

υδραυλικά τραχύ στερεό όριο,

$$70.0 \leq \frac{Ku^*}{\nu} \quad (1.4.65)$$

όπου  $u$  η διαμητική ταχύτης,

$$u^* = \sqrt{gRS} \quad (1.4.66)$$

## 1.5 ΒΕΛΤΙΣΤΗ ΔΙΑΤΟΜΗ ΑΝΟΙΧΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ<sup>5</sup>

Οι εξισώσεις κατά Chezy και κατά Manning, ή οποιαδήποτε άλλη σχέση η οποία δύναται να περιγράψει την ομοιόμορφη ροή στους ανοικτούς αγωγούς δείχνουν ότι για οποιανδήποτε δοθείσα κλίση  $S$  τραχύτητα επιφάνειας  $n$  ή  $m$  κατά περίπτωση και διατομή  $A$ , η παροχή  $Q$  αυξάνει καθώς αυξάνει η υδραυλική ακτίνα  $R$ . Ούτως, για δοθείσα διατομή  $A$ , η παροχή είναι η μέγιστη δυνατή όταν το  $R$  είναι το μέγιστο δυνατό, δηλαδή όταν η υγρή περίμετρος  $P$  είναι ελαχίστη διότι  $R = A/P$ . Μία διατομή η οποία έχει τέτοιο σχήμα ώστε η βρεχόμενη περίμετρος να είναι η ελαχίστη τότε από υδραυλικής απόψεως είναι η πλέον αποτελεσματική.

Με τον τρόπο αυτό όχι μόνο θα αυξηθεί η παροχή  $Q$  αλλά η ελαχίστη βρεχόμενη περίμετρος απαιτεί, όπως είναι και φυσικό άλλωστε, το ελάχιστο υλικό επιστρώσεως και ούτως η πλέον αποδοτική διατομή είναι και η πλέον φθηνή. Πρέπει όμως να αναφερθεί ότι σε πάρα πολλές υδραυλικές κατασκευές η χρήση διατομής μέγιστης παροχής δεν είναι και το μοναδικό κριτήριο εφαρμογής. Υπάρχουν και άλλοι λόγοι οι οποίοι επιδρούν τελικώς στην τελική εκλογή της διατομής του ανοικτού αγωγού. Αν όμως η υδραυλική απόδοση είναι το τελικό κριτήριο για την κατασκευή, τότε ο καθορισμός της πλέον αποτελεσματικής διατομής για δοθείσα επιφάνεια πραγματοποιείται αν ληφθεί μία έκφραση για την υδραυλική ακτίνα και εάν διαφορισθεί θέτοντάς την ίση προς μηδέν.

Για παράδειγμα για έναν ανοικτό αγωγό, βλέπε εικόνα 14, ο οποίος είναι ένα συμμετρικό τραπέζιο με οριζόντια βάση πλάτους  $b$ , κλίση πρανών  $\varphi$  είναι,

$$A = bh + h^2 \sigma \varphi \varphi \quad (1.5.67)$$

---

<sup>5</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ », συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

$$P = b + \frac{2h}{\eta\mu\varphi} \quad (1.5.68)$$

άρα,

$$R = \frac{A}{P} = \frac{A}{b + \frac{2h}{\eta\mu\varphi}} = \frac{A}{\frac{A}{h} - h\sigma\varphi\varphi + \frac{2h}{\eta\mu\varphi}} \quad (1.5.69)$$

Για δοθείσα τιμή A, η R είναι μέγιστη όταν ο παρανομαστής είναι ελάχιστος, δηλαδή,

$$\frac{d(\text{παρανομαστού})}{dh} = 0 \quad (1.5.70)$$

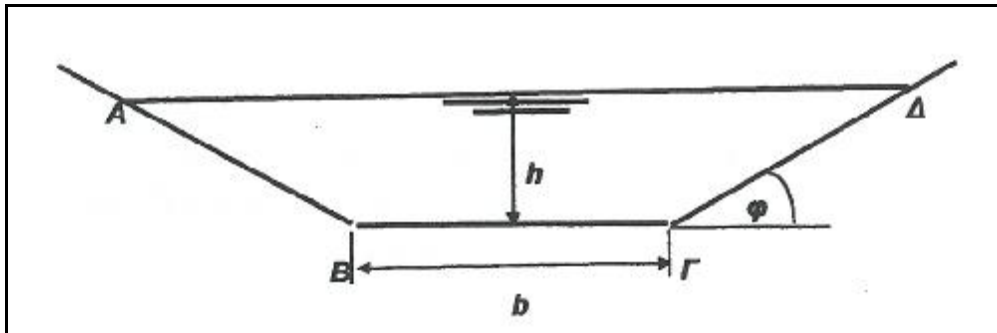
ή,

$$-A \frac{A}{h^2} - \sigma\varphi\varphi + \frac{2}{\eta\mu\varphi} = 0 \quad (1.5.71)$$

Η δευτέρα παράγωγος είναι ίση προς  $\frac{2A}{h^3}$  και είναι θετική ποσότητα διότι οι φυσικές τιμές των A και h είναι θετικές, και ως εκ τούτου υπάρχει ελάχιστον. Ούτως λοιπόν,

$$A = h^2 \left( \frac{2}{\eta\mu\varphi} - \sigma\varphi\varphi \right) \quad (1.5.72)$$





Εικόνα 14. Τραπεζοειδής διατομή ανοικτού αγωγού.

Αντικαθιστώντας έχουμε :

$$R_{\max} = \frac{h}{2} \quad (1.5.74)$$

Ούτως, για να ληφθεί η μεγαλύτερη απόδοση εκ του ανοικτού τραπεζοειδούς διατομής αγωγού πρέπει να ληφθούν οι αναλογίες κατά τοιούτον τρόπον του ώστε η υδραυλική ακτίνα  $R$  να είναι το ήμισυ του βάθους στο κέντρο της ροής.

Προκειμένου περί ορθογωνικών διατομών όπου δηλαδή  $\varphi = 90.00$ , τότε το  $R_{\max} = h/2$  και επειδή  $A = bh = 2h^2$  (εκ της εξισώσεως (72) δοθέντος ότι  $\varphi = 90.00$ ), πρέπει να είναι,

$$b = 2h \quad (1.5.75)$$

Εάν το  $\varphi$  είναι μεταβλητή ποσότητα τότε δύναται να αποδειχθεί ότι το ελάχιστον της βρεχόμενης περιμέτρου και ως εκ τούτου το μέγιστο  $R$  λαμβάνεται όταν  $\varphi = 60.00$ . Όλα τα ανωτέρω ισχύουν για ανοικτούς αγωγούς με σταθερά τοιχώματα (πρανή). Για αγωγούς των οποίων τα τοιχώματα είναι διαβρώσιμα, αποτελούνται δηλαδή εξ υλικών όπως Π.χ. άμμος, πηλός κλπ, ο σχεδιασμός πρέπει να λάβει υπ' όψιν του την κρίσιμη επιφανειακή τάση  $T_{\sigma_{cr}}$  επί των ορίων.

## 1.6 ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΕΣ ΤΑΣΕΙΣ<sup>6</sup>

Εάν θεωρήσουμε ότι ο πυθμένας και τα πρηνή ανοικτού αγωγού είναι επιστρωμένα με στερεά σωματίδια ομοιομόρφου μεγέθους τα οποία είναι δυνατόν να μετατοπισθούν. Έστω ότι ο φυσικός ή τεχνητός αυτός ανοικτός αγωγός παροχετεύει ρευστό. Να υποτεθεί ότι η διατομή είναι σταθερή σε όλο το μήκος του αγωγού και ότι η ροή είναι σταθερά ως προς τον χρόνο.

Καθώς αρχίζει η ροή, οι υδροδυναμικές δυνάμεις εξασκούνται επί όλων των σωματιδίων του πυθμένα και των πρηνών. Εάν αυξηθεί η ταχύτητα ροής του ρευστού προφανώς θα αυξηθούν και οι επενεργούμενες δυνάμεις επί των σωματιδίων τούτων. Τα πρώτα σωματίδια θα αρχίζουν να μετακινούνται όταν δεν θα δυνηθούν να υπερνικήσουν τις δρώσες επ' αυτών υδροδυναμικές δυνάμεις. Η πρώτη αυτή κίνηση των σωματιδίων ονομάζεται κρίσιμη συνθήκη και επιστημονικά έχει γίνει προσπάθεια να εξηγηθεί για διάφορους τρόπους, οι κυριότεροι των οποίων είναι:

- α) θεώρηση κρίσιμων ταχυτήτων,
- β) κρίσιμη διατμητική τάση
- γ) θεώρησις ανυψωτικής δύναμης

Από τεχνικής απόψεως πρέπει να δοκιμασθεί η σταθερότητα του πυθμένα και των πρηνών, ούτως ώστε να αποφευχθεί η διάβρωση των από το ρέον ρευστό. Παλαιότερα, η θεώρηση κρίσιμων ταχυτήτων υποχρέωνε τον καθορισμό δι' ένα έκαστο υλικό επικαλύψεως ένα ανώτατον όριο ταχύτητας που υποτίθεται εξασφάλιζε την σταθερότητα του πυθμένα και των πρηνών. Η διεθνής πραγματικότητα προσανατολίζεται για την χρήση της κρίσιμου διατμητικής τάσεως  $T_{o_{cr}}$ .

Κατά την θεωρία η ανάπτυξη διατμητικής τάσεως εντός ενός ανοικτού αγωγού μεγάλου πλάτους, με ομοιόμορφες συνθήκες ροής, με κλίση  $S_o$  και

---

<sup>6</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ », συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

βάθος ύδατος  $h$  είναι,

$$T_o = \rho g h_n S_o \quad (1.6.76)$$

Στην πλέον γενική περίπτωση, ένθα το πλάτος του αγωγού δεν θεωρείται ότι είναι μεγάλο, ισχύει η εξίσωση,

$$T_o = \rho g R S_o \quad (1.6.77)$$

Κρίσιμη διατμητική τάση ονομάζεται  $t_{ocr}$  η διατμητική τάση πέραν της οποίας τα υλικά του πυθμένα αρχίζουν να μετακινούνται. Εάν ονομασθεί ως κρίσιμη διατμητική ταχύτητα η  $u$  (m/s), τότε η κάτωθι εξίσωση συσχετίζει την διατμητική ταχύτητα και την διατμητική τάση,

$$u_* = \sqrt{\frac{T_o}{\rho}} \quad (1.6.78)$$

Η καμπύλη του Shields, Graf (1984), προσδιορίζεται εκ της εξισώσεως,

$$\frac{T_{ocr}}{(\rho_s - \rho)gh} = \text{συνάρτησις} \left( \frac{hu_*}{v} \right) \quad (1.6.79)$$

ένθα  $P_s$ (kg/m<sup>3</sup>) η πυκνότητα του υλικού επικαλύψεως του πυθμένα και πρηνών και  $\rho$ (kg/m<sup>3</sup>) η πυκνότητα του ρέοντος ρευστού.

Απλές εξισώσεις υπολογισμού κρίσιμου διατμητικής τάσεως

Προκειμένου περί υλικών επικαλύψεως μέσης διαμέτρου:  $d \geq 0.006$  m, ισχύει Graf (1984),

$$T_{ocr} = 0.076(\rho_s - \rho)h \quad \text{Kg}^*/\text{m}^2 \quad (1.6.80)$$

Δι' υλικά διαμέτρου:  $0.0001 \leq d \leq 0.003 \text{ m}$ , ισχύει Graf (1984),

$$T_{ocr} = 0.000285(\rho_s - \rho)h^{1/3} \quad \text{Kg}^*/\text{m}^2 \quad (1.6.81)$$

ενώ ισχύει μεταβατική ζώνη μεταξύ των ανωτέρω δύο περιπτώσεων.

Προκειμένου περί αδρών, μή-συνεκτικών υλικών η κρίσιμος διατμητική τάση αυτή εκφράζεται σε  $\text{Kg}^*/\text{m}^2$  με τον ίδιο αριθμό όπως και η διάμετρος των υλικών εκφρασθείσα σε  $\text{cm}$  στην οποία αντιστοιχεί το 75.0% των υλικών με μικρότερη διάμετρο. Η διάμετρος αυτή υπολογίζεται εκ της καμπύλης κοκκομετρικής συνθέσεως και παριστάνεται με το  $d_{75}$ . Με περιθώριο ασφαλείας, Lencastre (1987), είναι,

$$T_{ocr} = (\text{Kg}^*/\text{m}^2) = 0.8d_{75}(\text{cm}) \quad (1.6.82)$$

Η ανωτέρω εξίσωση είναι εφαρμόσιμη επί υλικών πυκνότητας ίση προς  $2560.0 \text{ Kg} / \text{m}^3$ .

#### Επίδραση των πρηνών

Σε έναν οριζόντιο πυθμένα ανοικτών αγωγών, η έναρξη της μεταφοράς των υλικών εξαρτάται αποκλειστικώς εκ της κρίσιμης διατμητικής τάσεως  $T_{ocr}$ . Η διατμητική αυτή τάση είναι το τελικό αποτέλεσμα των υδροδυναμικών δυνάμεων οι οποίες ωθούν τα σωματίδια προς τα κατάντη στην διεύθυνση

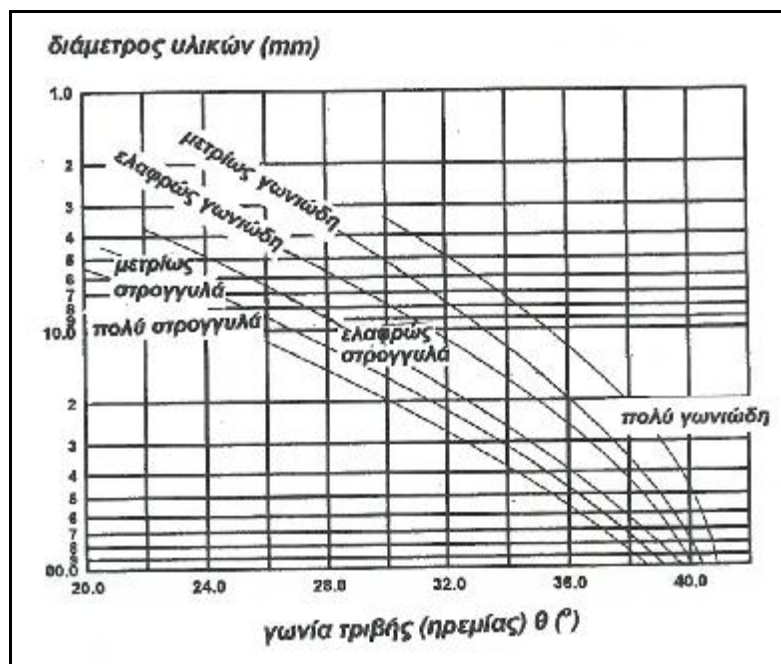
ροής. Επί των πρανών όμως επιπλέον των υδροδυναμικών δυνάμεων υπάρχουν και οι δυνάμεις βαρύτητας οι οποίες ωθούν τα σωματίδια στην διεύθυνση της κλίσεως των πρανών. Προκειμένου περί υλικού αδρού και μη-συνεκτικού και εκ πρακτικής απόψεως οι επιπλέον αυτές δυνάμεις δύναται να εκφραστούν υπό ενός συντελεστού  $K$  οποίος ορίζεται εκ του λόγου της αναγκαίας κρίσιμης διατμητικής τάσεως διά την μετακίνηση του υλικού των πρανών προς την κρίσιμη διατμητική τάση διά την μετακίνηση του ίδιου υλικού όταν τούτο ευρίσκεται τοποθετημένο επί του οριζοντίου πυθμένα. Άρα,

$$T'_{orc} = KT_{ocr} \quad (1.6.83)$$

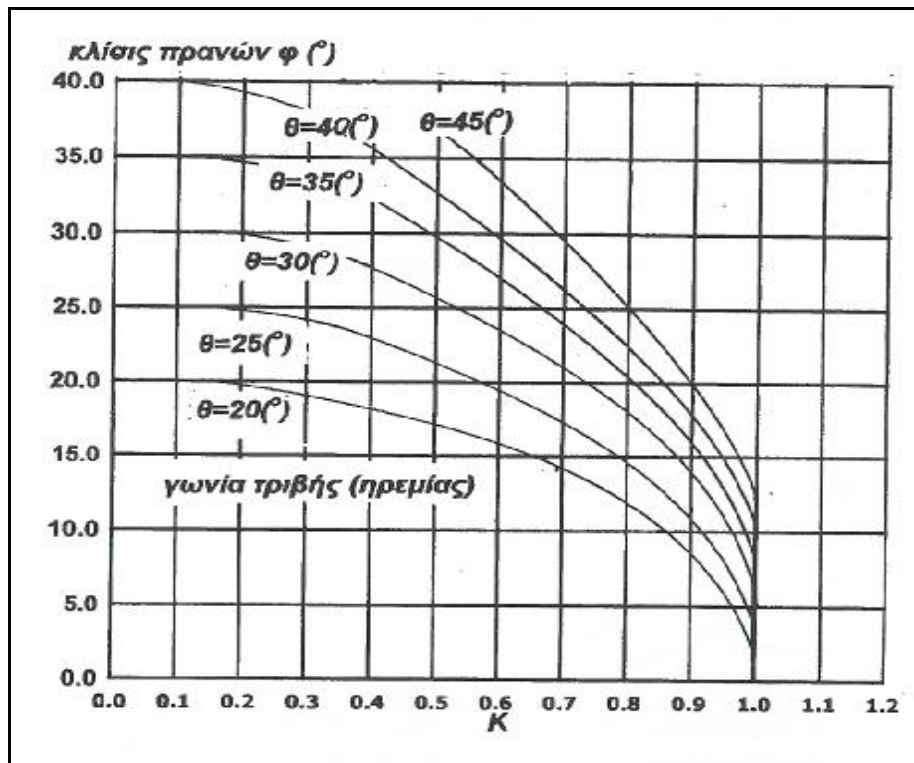
Η τιμή του συντελεστού  $K$  δίδεται, Graf (1984), ως,

$$K = \text{συν}\varphi \sqrt{1 - \frac{\varepsilon\varphi^2\varphi}{\varepsilon\varphi^2\theta}} \quad (1.6.84)$$

όπου  $\varphi$  η γωνία των πρανών του ανοικτού αγωγού με το οριζόντιο επίπεδο και  $\theta$  η γωνία τριβής του υλικού. Οι τιμές των  $\theta$  και  $K$  δίδονται παρακάτω.



Εικόνα 15. Μεταβολή της γωνίας ηρεμίας σε σχέση με τη διάμετρο των υλικών



Εικόνα 16. Μεταβολή του  $K$  σε σχέση με την κλίση των πρανών

## 1.7 ΕΙΔΙΚΗ ΕΝΕΡΓΕΙΑ<sup>7</sup>

Η επίλυση προβλημάτων ροής εντός ανοικτών αγωγών υποβοηθείται από τον όρο της ειδικής ενέργειας  $E$  (m). Η διαθέσιμη ενέργεια του ρεόντος ρευστού σε δοθέν σημείο διατομής ανοικτού αγωγού εν αναφορά προς τον πυθμένα του αγωγού ονομάζεται ειδική ενέργεια ή ειδικό φορτίο. Όπως αναφέρθηκε, το ολικό ύψος  $H$  (m) δηλαδή η ολική ενέργεια ανά μονάδα βάρους του υγρού, δίδεται από την εξίσωση,

$$H_o = \frac{p}{\rho g} + \frac{u^2}{2g} + z \quad (1.7.85)$$

όπου το  $z$  αναπαριστά το ύψος του σημείου εφαρμογής της εξίσωσης υπεράνω οριζοντίου επιπέδου που λαμβάνεται ως χώρος αναφοράς. Αν η κλίση του ανοικτού αγωγού είναι μικρή και αν οι ροϊκές γραμμές είναι ευθείς και παράλληλες μεταξύ τους τότε η μεταβολή της πίεσεως με το βάθος του υγρού είναι υδροστατική και τότε και μόνο το άθροισμα είναι ισοδύναμο με το  $\rho^*g$  ύψος της ελευθέρως επιφανείας του υγρού εκ του επιπέδου αναφοράς,  $h+z$ .

Σε αντίθεση προς το ολικό ύψος  $H_o$ , το οποίο μετρείται εκ του επιπέδου αναφοράς, η ειδική ενέργεια  $E$  μετρείται ως ανεφέρθη από τον πυθμένα. Δηλαδή, η ειδική ενέργεια σε ένα σημείο δίδεται ως,

$$E = h + \frac{u^2}{2g} \quad (1.7.86)$$

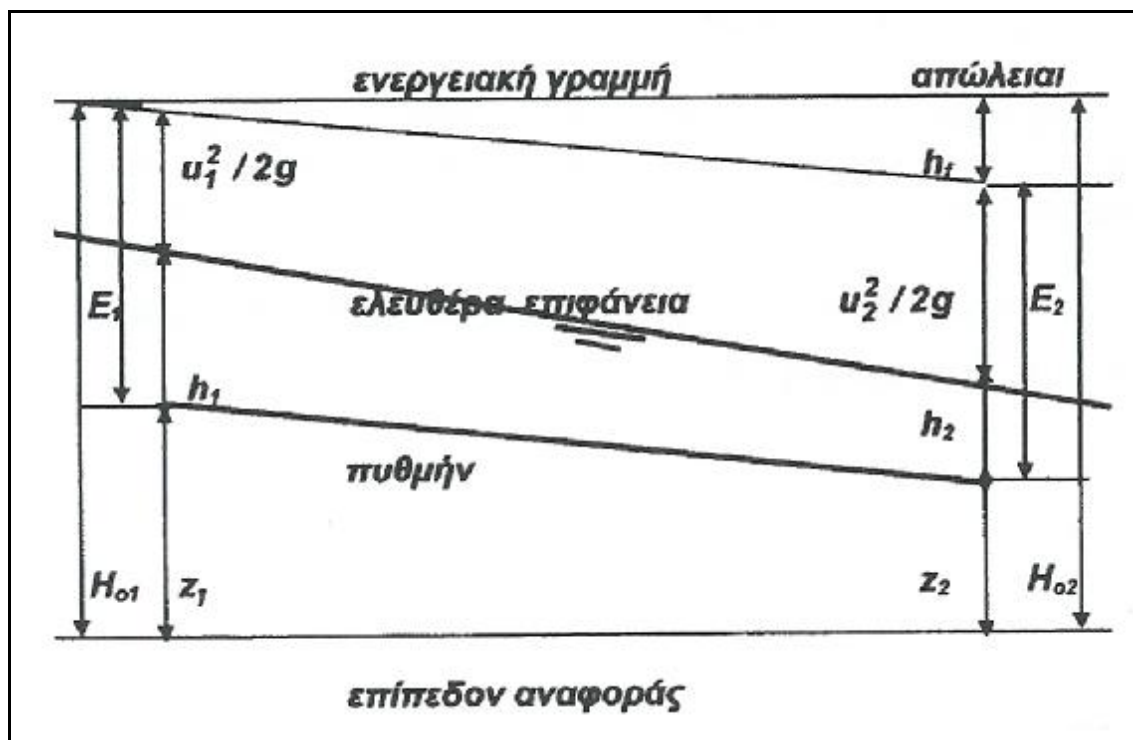
Λόγω των αναπτυσσομένων τριβών το ολικό ύψος  $H_o$  μειώνεται προς την διεύθυνση της ροής ενώ η ειδική ενέργεια  $E$  δύναται να αυξάνει ή να μειώνεται ή να μένει σταθερά στην περίπτωση ομοιόμορφης ροής. Πρέπει να τονισθεί ότι η ειδική ενέργεια δεν αναπαριστά όλη την διαθέσιμη ενέργεια του

---

<sup>7</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ », συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

ρέοντος ρευστού ανά μονάδα βάρους του υγρού διότι αναφέρεται σε ένα δεδομένο επίπεδο πυθμένα ο οποίος δεν είναι κατ' ανάγκην οριζόντιος. Δύναται να ληφθεί μία γεωμετρική αναπαράσταση των ανωτέρω εννοιών θεωρώντας την παρακάτω εικόνα. Ας θεωρηθεί μία γραμμή σε απόσταση  $u^2/2g$  υπεράνω της επιφανείας του υγρού. Το ύψος της γραμμής αυτής λέγεται ενεργειακή γραμμή. Υπεράνω ενός οριζοντίου επιπέδου ονομάζεται ολικό ύψος του υγρού ενώ το ύψος της ενεργειακής γραμμής υπεράνω του πυθμένα του αγωγού αναπαριστά την ειδική ενέργεια  $E$ .

Είναι αναγκαίο όπως η υπό μελέτη ροή να δίνει είτε ομοιόμορφη ροή είτε βαθμιαίως μεταβαλλόμενη. Να αναφερθεί επίσης ότι κλίσεις πυθμένα αγωγού τάξεως μεγαλύτερης του 0.1% επιφέρουν σημαντική ταχύτητα ροής και κατά συνέπεια ασταθή ροή, γεγονός το οποίο είναι αντίθετο προς τις παραδοχές ισχύος των εξισώσεων (85) και (86)



Εικόνα 17. Ειδική ενέργεια της ροής

Επειδή δε η μέση ταχύτητα  $u$  είναι,



$$u = \frac{Q}{A} \quad (1.7.87)$$

τότε,

$$E = h + \frac{u^2}{2g} = h + \frac{Q^2}{2gA^2} \quad (1.7.88)$$

Ορθογωνική διατομή

Αν θεωρήσουμε ότι υπάρχει ένας πλατύς ανοικτός αγωγός ορθογωνικής διατομής. Οι αρχές της ειδικής ενέργειας εφαρμόζονται και σε ανοικτούς αγωγούς οιασδήποτε διατομής. Εάν το πλάτος ενός ορθογωνικής διατομής αγωγού είναι  $b$  τότε  $Q/b$  είναι η παροχή ανά μονάδα πλάτους και συμβολίζεται με  $q$  ( $m^2 / s$ ), δηλαδή,

$$q = \frac{Q}{b} \quad (1.7.89)$$

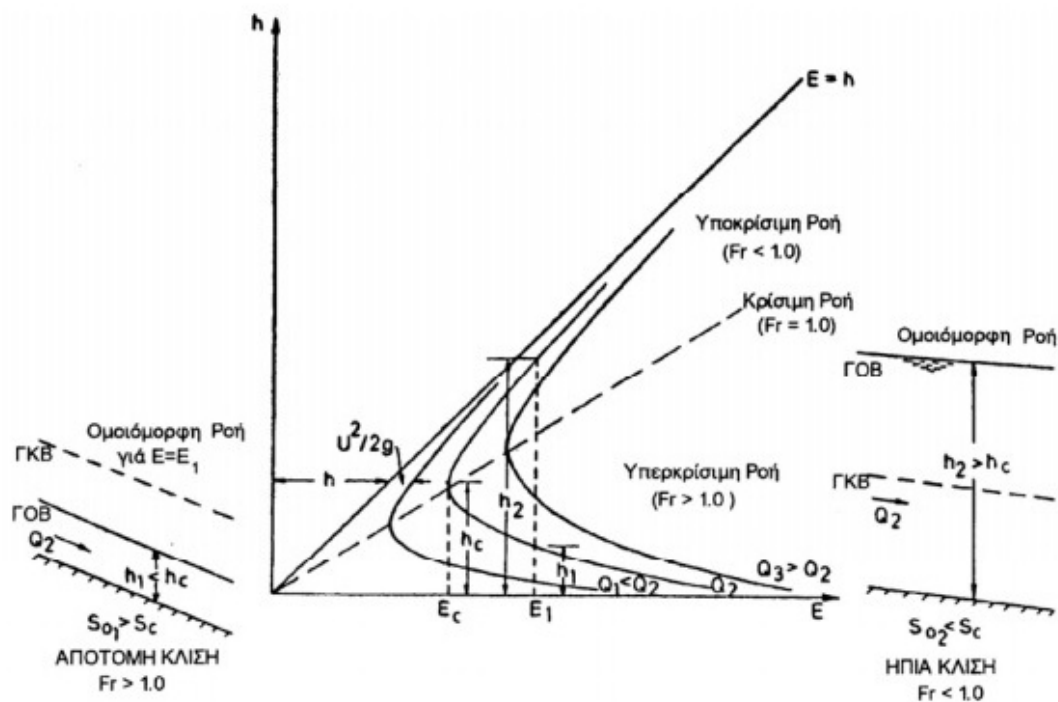
Εκ της εξίσωσης(88),

$$E = h + \frac{Q^2}{2g(bh)^2} = h + \frac{1}{2g} \frac{q^2}{h^2} \quad (1.7.90)$$

Η παραπάνω εξίσωση συσχετίζει την ειδική ενέργεια  $E$ , το βάθος ροής  $h$  και την ειδική παροχή  $q$ . Οποιαδήποτε εκ των ανωτέρω μεταβλητών δύναται να θεωρηθεί ότι εξαρτάται εκ των άλλων δύο. Οι δύο πλέον σημαντικές περιπτώσεις είναι :

- α) η q είναι σταθερά ενώ μεταβάλλονται E και h,  
 β) η E είναι σταθερά ενώ μεταβάλλονται q και h.

Οι γραφικές παραστάσεις των ανωτέρω δύο καμπυλών δεικνύονται παρακάτω.



Εικόνα 18.Ενεργοδιάγραμμα, Ειδικής ενέργειας.

Διάγραμμα  $h - E$  για σταθερά παροχή  $q$ <sup>8</sup>

Ας θεωρηθεί το παραπάνω διάγραμμα το οποίο είναι γνωστό ως διάγραμμα της ειδικής ενέργειας. Με την παροχή ανά μονάδα πλάτους  $q$  σταθερή, μικρά τιμή της  $h$  αντιστοιχεί προς υψηλή ταχύτητα (κινητικό ύψος)  $u^2/2g$  και καθώς το  $h$  τείνει προς το μηδέν το  $u^2/2g$  τείνει προς το άπειρον όπως

<sup>8</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ », συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

επίσης και το  $E$ . Ούτως η καμπύλη της ειδικής ενεργείας είναι ασύμπτωτος προς τον άξονα  $E$ . Αντιστρόφως, καθώς το  $h$  αυξάνει η ταχύτητα μικραίνει και το  $u^2/2g$  είναι αισθητώς μικρότερο του  $h$ , ούτως η ειδική ενέργεια  $E$  τείνει προς το  $h$ . Εκ των ανωτέρω το άνω τμήμα της καμπύλης του διαγράμματος της ειδικής ενεργείας είναι ασύμπτωτος προς την γραμμή  $E = h$ , η οποία, εφ' όσον βεβαίως χρησιμοποιούνται ίδιες κλίμακες μετρήσεων επί των δύο αξόνων  $h$  και  $E$ , έχει και κλίση ίση προς την μονάδα. Μεταξύ των δύο μεγίστων υπάρχει ένα ελάχιστο. Το ελάχιστο αναφέρεται επί μιας τιμής η οποία είναι γνωστή ως κρίσιμο βάθος ροής  $h_c$ . Για οποιονδήποτε άλλη τιμή  $E$  εκτός της ελαχίστης υπάρχουν δύο τιμές της  $E$  μία μικρότερη και μία μεγαλύτερη του κρίσιμου βάθους ροής  $h_c$ . Οι δύο αυτές τιμές είναι γνωστές ως εναλλακτικά βάθη ροής.

Οι συνθήκες για κρίσιμο βάθος ροής δύναται να καθορισθούν διαφορίζοντας ως προς  $h$  την εξίσωση (90). Ούτως,

$$\frac{\partial E}{\partial h} = 1 + \frac{q^2}{2g} \left( -\frac{2}{h^3} \right) \quad (1.7.91)$$

Η ανωτέρω μερική παράγωγος μηδενίζεται όταν,

$$\frac{q^2}{gh^3} = 1 \quad (1.7.92)$$

ή,

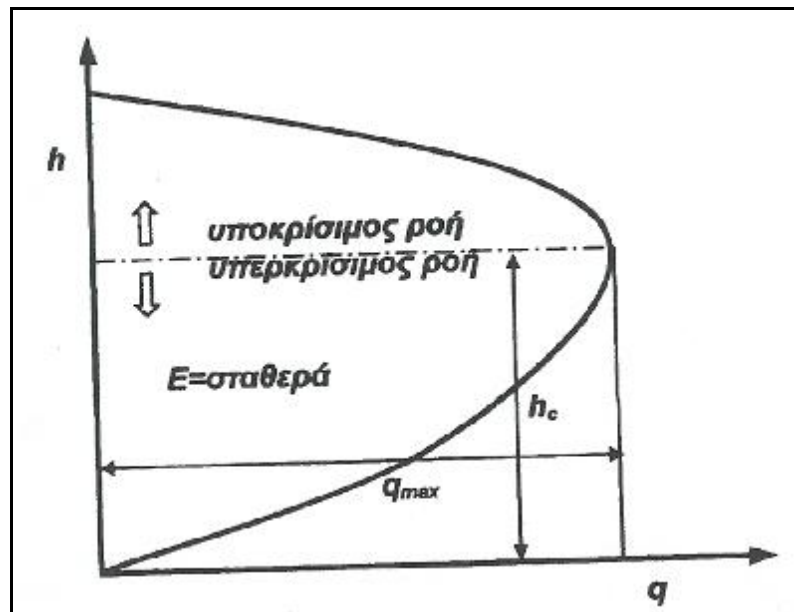
$$h = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = h_c \quad (1.7.93)$$

Η αντίστοιχη ελαχίστη τιμή του  $E$  υπολογίζεται εάν αντικατασταθεί η  $h_c = (q^2/g)^{2/3}$  τιμή του  $E$  υπολογίζεται εάν αντικατασταθεί η τιμή εις την εξίσωση (90), οπότε,

$$E_{\min} = h_c + \frac{gh^3c}{2gh^3c} = \frac{3}{2} h_c \quad (1.7.94)$$

Διάγραμμα  $h - q$  για σταθερή ειδική ενέργεια  $E$ <sup>9</sup>

Στην περίπτωση που η ειδική ενέργεια  $E$  παραμένει σταθερή ενώ τα  $h$  και  $q$  μεταβάλλονται, λαμβάνεται το παρακάτω διάγραμμα.



Εικόνα 19. Διάγραμμα βάθους ροής και ειδικής παροχής.

Η καμπύλη δεικνύει ότι η ειδική παροχή  $q$  λαμβάνει την μέγιστη τιμή για μία επιμέρους τιμή του βάθους  $h$ . Η εξίσωση (90) γράφεται,

$$q^2 = 2gh^2(E - h) \quad (1.7.95)$$

Διαφορίζοντας ως προς  $h$  και έχοντας σταθερή την ειδική ενέργεια  $E$ ,

<sup>9</sup> « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ », συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ

$$2q = \frac{\partial q}{\partial h} = 2g(2hE - 3h^2) \quad (1.7.96)$$

Και

$$\frac{\partial q}{\partial h} = 0$$

όταν,

$$2hE = 3h^2 \quad (1.7.97)$$

ή

$$h = \frac{2}{3}E = h_c \quad (1.7.98)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι ταυτόσημη προς την εξίσωση (94), και ούτως επί του κρίσιμου βάθους η παροχή είναι η μέγιστη δυνατή για δοθείσα ειδική ενέργεια, ή ότι η ειδική ενέργεια είναι η ελαχίστη δυνατή για δοθείσα παροχή. Η παροχή ανά μονάδα πλάτους είναι, τότε, η αντιστοιχούσα προς το κρίσιμο βάθος ταχύτης είναι,

$$q = (h_1)u = h_u \quad (1.7.99)$$

τότε η αντιστοιχούσα προς το κρίσιμο βάθος ταχύτης είναι,

$$h_c^3 = \frac{q^2}{g} = \frac{u_c^2 h_c^2}{g} \quad (1.7.100)$$

δηλαδή,

$$u_c = \sqrt{gh_c} \quad (1.7.101)$$

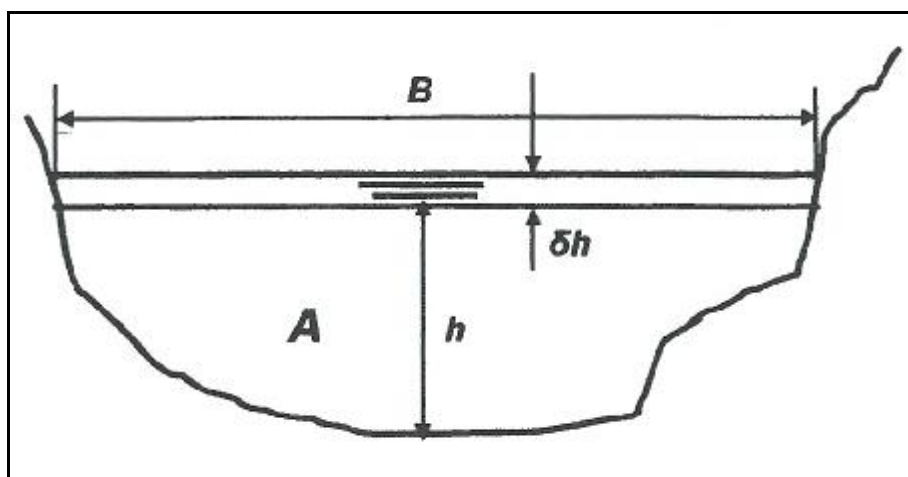
Η ταχύτητα  $U_c$  η οποία εμφανίζεται όταν το βάθος ροής είναι κρίσιμο  $h_c$ , είναι γνωστή ως κρίσιμο ταχύτητα. Δεν υπάρχει καμία σχέση με την κρίσιμο ταχύτητα την εμφανιζόμενη εις τυρβώδη ή στρωτή ροή.

Κρίσιμο βάθος εις μή - ορθογωνικής διατομής ανοικτούς αγωγούς

Ας θεωρηθεί μία μή - ομαλή διατομή  $A$  διά της οποίας διέρχεται παροχή  $Q$ . Διαφορίζοντας την εξίσωση (90) ως προς  $h$  και διατηρώντας ως σταθερά την παροχή, είναι,

$$\frac{dE}{dh} = 1 + \frac{Q^2}{2g} \left( -\frac{2}{A^3} \frac{dA}{dh} \right) \quad (1.7.102)$$

Στην ανωτέρω εξίσωση πρέπει να τεθεί και να λυθεί ως προς το κρίσιμο βάθος διά δοθείσα παροχή. Τώρα, η διατομή  $A$  δύναται να εκφράζεται με μία γνωστή εξίσωση (συνάρτηση) του βάθους  $h$  ή όχι. Εις την γενική περίπτωση είναι  $dA = Bdh$ , ούτως, ένθα  $B$  το πλάτος της επιφανείας του ύδατος στην διατομή. Η εξίσωση (102) γράφεται,



Εικόνα 20. Τυχαιά διατομή

$$\frac{Q^2}{g} = \left( \frac{A^3}{B} \right)_{h=h_c} \quad (1.7.103)$$

διότι τότε υπάρχει κρίσιμο βάθος. Για δοθείσα διατομή το δεξιό μέρος της ανωτέρω εξίσωσης είναι συνάρτηση μόνο του βάθους  $h$ . Για να λυθεί λοιπόν η εξίσωση (103), ένα βρεθεί δηλαδή το  $h_c$ , χρειάζεται να επιχειρηθεί μία σειρά δοκιμαστικών λύσεων. Επειδή δε,

$$Q = A_c u_c$$

όπου  $A_c$  είναι η διατομή όπου εμφανίζεται το κρίσιμο βάθος, τότε η εξίσωση (103) γράφεται,

$$\frac{A_c^2 u_c^2}{g} = \frac{A_c^3}{B_c} \quad (1.7.104)$$

όπου  $B_c$  είναι το πλάτος της υγρής επιφανείας στην κρίσιμη διατομή, ή

$$u_c = \sqrt{\frac{A_c g}{B_c}} \quad (1.7.105)$$

Αν ο ανοικτός αγωγός είναι ορθογωνικής διατομής τότε,

$$A_c = B_c h_c \quad (1.7.106)$$

και τότε η ανωτέρω εξίσωση (105) είναι όμοια της εξίσωσης (101). Πρέπει να

αναφερθεί ότι το πλείστον των διατομών των ανοικτών αγωγών οι οποίες συναντώνται εν τη πράξει είναι τραπεζοειδείς.

### Κλίση αγωγού και εναλλακτικά βάθη ροής

Την ροή όπου η ταχύτης είναι υποκρίσιμη και την ροή όπου η ταχύτης είναι υπερκρίσιμη. Η κρίσιμη ταχύτητα  $u_c = (g \cdot h_c)^{0.5}$  για ορθογωνικής διατομής αγωγούς αντιστοιχεί προς την ταχύτητα διαδόσεως επιφανειακών κυμάτων εις αβαθή υγρά. Ούτως, όταν η ταχύτης της ροής είναι υποκρίσιμη είναι δυνατόν δι' ένα μικρό επιφανειακό κύμα να μεταδοθεί και προς την ανάντη αλλά και προς την κατάντη ροή. Οποιαδήποτε μικρή διαταραχή της ροής δύναται να προκαλέσει την δημιουργία ενός μικρού επιφανειακού κύματος. Το κύμα δύναται να θεωρηθεί ότι μεταφέρει πληροφορίας σχετικές προς την προκληθείσα διαταραχή. Αν το κύμα δύναται να διαδοθεί προς την ανάντη ροή τότε η επιφάνεια του υγρού εις τα ανάντη θα πληροφορηθεί για την διαταραχή και αναλόγως θα επηρεασθεί από αυτή. Όταν η ταχύτης είναι μικρότερα του  $\sqrt{gh_c}$  τότε η συμπεριφορά του υγρού εις τα ανάντη θα διαμορφωθεί εκ των κατάντη φυσικών συνθηκών.

Στη περίπτωση όπου η ταχύτητα της ροής είναι υπερκρίσιμη, όπου δηλαδή η ταχύτης είναι μεγαλύτερη της τιμής  $\sqrt{gh_c}$  τότε το ρευστό ρέει ταχύτερο απ' όσο ένα μικρό κύμα δύναται να μεταδοθεί εις τα ανάντη. Ούτως, η πληροφόρηση των γεγονότων τα οποία εμφανίζονται κατάντη δεν δύναται να επηρεάσουν την ανάντη ροή. Η συμπεριφορά του ρευστού δεν ελέγχεται εκ των κατάντη συνθηκών. Στην περίπτωση αυτή τα συμβάντα μεταδίδονται μόνο κατάντη του σημείου όπου εισήχθησαν οι διαταραχές.

Κατά την περίπτωση στην οποία η ροή είναι κρίσιμη, ένα μικρό επιφανειακό κύμα το οποίο προσπαθεί να μεταδοθεί στα ανάντη τελικώς δεν τα καταφέρνει. Υπάρχει τότε η περίπτωση στάσιμων κυμάτων. Ο λόγος

$$Fr = \frac{u}{\sqrt{gh}}$$

είναι γνωστός ως αριθμός Froude. Στην γενική περίπτωση



αντί του βάθους ροής  $h$  υπάρχει η τιμή  $\bar{h}_c$  όπου το  $\bar{h}_c$  ορίζεται ως ο λόγος υγρής διατομής προς το πλάτος της υγρής επιφανείας το οποίο είναι ένα χαρακτηριστικό μήκος. Κατά τις κρίσιμες συνθήκες ροής ο αριθμός Froude ισούται προς την μονάδα δηλ.,

$$F_r = 1 = \frac{u}{\sqrt{gh_c}} \quad (1.7.107)$$

Η τιμή της κλίσεως του πυθμένα ενός ανοικτού αγωγού για την οποία υπάρχει κρίσιμη ομοιόμορφη ροή λέγεται κρίσιμη κλίση και συμβολίζεται με  $S_c$ . Πρέπει να αναφερθεί ότι ομοιόμορφος ροή εμφανίζεται σε βάθος το οποίο εξαρτάται από,

- α) την παροχή,
- β) το σχήμα και την τραχύτητα της διατομής και
- γ) την κλίση του πυθμένα του ανοικτού αγωγού.

Εάν για δοθείσα τραχύτητα και σχήμα του ανοικτού αγωγού, η κλίση είναι τοιαύτη ώστε η ομοιόμορφος ροή να είναι υποκρίσιμη, η κλίση χαρακτηρίζεται ως ήπια  $S < S_c$ .

Εάν η ομοιόμορφος ροή είναι υπερκρίσιμος η κλίση χαρακτηρίζεται ως απότομος  $S > S_c$ . Πάντως μία απότομος κλίση για δοθέντα ανοικτό αγωγό  $n$  με λεία επικάλυψη δύναται να είναι ήπια κλίση για την ίδια ροή σε ανοικτό αγωγό με τραχεία επικάλυψη. Ακόμη, για τον ίδιο ανοικτό αγωγό, η κλίση δύναται να είναι ήπια για μικρή παροχή και απότομος για μεγαλύτερη παροχή.

## 1.8 ΤΥΠΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

Οι χρησιμοποιούμενοι τύποι υπολογισμού της ταχύτητας της μόνιμης ομοιόμορφης ροής σε ανοικτούς αγωγούς είναι της γενικής μορφής ]:  $V = c\sqrt{RJ}$  κατά chezy όπου  $V$  είναι η μέση ταχύτητα ροής σε m/s,  $C$  είναι συντελεστής τραχύτητας σε  $m^{1/2}/s$ ,  $J$  είναι η κλίση της γραμμής ενεργείας και  $R$  είναι η υδραυλική ακτίνα σε m. Η σχέση αυτή προτάθηκε από το Γάλλο μηχανικό Antoine Chezy ύστερα από μετρήσεις που έκανε σε χωμάτινη διώρυγα και στον ποταμό Seine το 1769. Ο τύπος του Chezy ισχύει μόνο για ομοιόμορφη ροή σε τραχείς αγωγούς και με μεγάλη σχετική ταχύτητα. Οι συνηθέστερες από τις εκφράσεις υπολογισμού του συντελεστή τραχύτητας, προτάθηκαν από τους Darcy-Weisbach, τους Manning - Strickler, τον Bazin, τους Kutter -Ganguillet, τον Kutter, και τον Powell. Από όλους αυτούς τους τρόπους υπολογισμού της τραχύτητας επικρατέστερος είναι ο υπολογισμός με την εξίσωση των Manning - Strickler.

Παρακάτω δίνονται οι τιμές του συντελεστή τραχύτητας του Chezy για τον υπολογισμό της μόνιμης ομοιόμορφης ροής σε ανοικτούς αγωγούς.

Όνομα ερευνητή	C	Παρατηρήσεις
1 Τύπος των Darcy – Weisbach [1]	$\sqrt{\frac{8g}{f}}$	Ο συντελεστής $f$ εξαρτάται από την τραχύτητα του αγωγού και τον αριθμό του Reynolds .
2 Τύπος των Manning – Strickler [5].	$\frac{m}{n}R^{1/6}$	Στο διεθνές σύστημα είναι $m=1$ και στο Αγγλοσαξονικό $m=1,49$ .
3 Τύπος του Bazin [6].	$\frac{87}{1 + \frac{\gamma}{\sqrt{R}}}$	Εφαρμόζεται μόνο στη Γαλλία και δίνει ικανοποιητικά αποτελέσματα για ταχύτητες 1,20 m/s.
4 Τύπος των Kutter – Ganguillet [7].	$\frac{23 + \frac{0,00155}{J} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{J}\right) \frac{n}{\sqrt{R}}}$	Η χρήση του είναι περιορισμένη και αντί για αυτόν χρησιμοποιείται ο τύπος του Manning.
5 Τύπος του Kutter [7].	$\frac{100\sqrt{R}}{m + R}$	Εφαρμόζεται κυρίως στον υπολογισμό δικτύων υπονόμων.
6 Τύπος του Powell [8].	$-m \log \left( \frac{C}{R_e} + \frac{\varepsilon}{R} \right)$	Στο Αγγλοσαξονικό σύστημα είναι $m=42$ και στο διεθνές $m=23,182$ .

Η επίλυση των προβλημάτων της μόνιμης ομοιόμορφης ροής των ασυμπίεστων ρευστών απαιτεί την ταυτόχρονη λύση της εξίσωσης συνεχείας και της ημιεμπειρικής εξίσωσης του Manning. Για την περίπτωση της τραπεζοειδούς διατομής ισχύουν οι σχέσεις

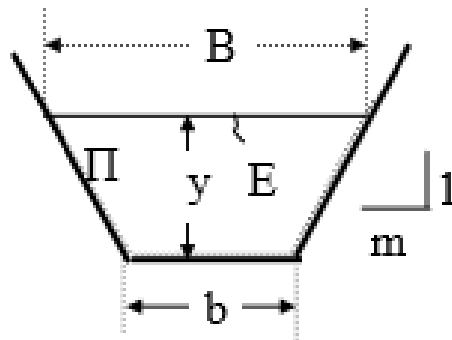
$$E = by + my^2$$

$$\Pi = b + 2y\sqrt{1 + m^2}$$

$$R = \frac{by + my^2}{b + 2y\sqrt{1 + m^2}}$$

Επομένως η εξίσωση του Manning παίρνει τη μορφή:

$$\frac{Q}{E} = \frac{1}{m} S^{1/2} \left( \frac{by + my^2}{b + 2y\sqrt{1 + m^2}} \right)$$



Εικόνα 21. Τραπεζοειδής διατομή

Οι μεταβλητές του προβλήματος είναι το βάθος ροής,  $y$ , το πλάτος του πυθμένα,  $b$ , η κλίση των πρανών,  $m$ , η παροχή του αγωγού,  $Q$ , ο συντελεστής του Manning,  $n$ , και η κατά μήκος κλίση του αγωγού,  $J$ . Όταν από αυτές είναι γνωστές οι πέντε μπορεί να υπολογιστεί η έκτη. Η τραπεζοειδής διατομή είναι γενική περίπτωση και μεταπίπτει σε ορθογωνική διατομή όταν  $m=0$ , καθώς επίσης σε τριγωνική διατομή όταν  $b=0$ .

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2. ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ FORTRAN ΓΙΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥΣ ΑΓΩΓΟΥΣ

### 2.1 ΓΛΩΣΣΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΙΣΜΟΥ FORTRAN

Η γλώσσα FORTRAN είναι μία από τις πρώτες γλώσσες προγραμματισμού υψηλού επιπέδου, η οποία χρησιμοποιήθηκε κυρίως σε επιστημονικές αλλά και σε εμπορικές εφαρμογές.

Δημιουργήθηκε τη δεκαετία του 1950 από την IBM και χρησιμοποιείται μέχρι και σήμερα. Αρχικά η FORTRAN ήταν προσανατολισμένη στην επίλυση μαθηματικών προβλημάτων.

Υπάρχουν οι εξής τυποποιημένες εκδόσεις της FORTRAN:

- 🚧 FORTRAN-66
- 🚧 FORTRAN-77
- 🚧 FORTRAN-90
- 🚧 FORTRAN-95
- 🚧 FORTRAN 2000
- 🚧 FORTRAN 2003
- 🚧 FORTRAN 2008

Βάση για την περιγραφή της FORTRAN παρακάτω θα είναι η έκδοση FORTRAN-77.

Ένα πρόγραμμα γραμμένο σε έκδοση της FORTRAN μέχρι και την FORTRAN-77 μπορεί να χρησιμοποιήσει οποιουδήποτε από τους εξής χαρακτήρες:

- 🚧 Τα 26 κεφαλαία γράμματα του αγγλικού αλφαβήτου: A, B, ..., Z
- 🚧 Τους 10 αραβικούς αριθμούς: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
- 🚧 Τους 12 ειδικούς χαρακτήρες: + - \* / = ( ) ' . , \$ :
- 🚧 Το κενό διάστημα.

Από την έκδοση FORTRAN-90 και μετά, προστέθηκαν επιπλέον ειδικοί χαρακτήρες:

! " & ; <> ?

Τα 26 μικρά γράμματα του αγγλικού αλφαβήτου: a, b, ..., z

Επιπλέον, από την έκδοση FORTRAN 2003 συμπεριλαμβάνονται οι ακόλουθοι χαρακτήρες:

~ \ [ ] ` ^ { } | # @

Οι εντολές της FORTRAN-77 είναι δηλωτικές ή εκτελέσιμες:

### Δηλωτικές εντολές

PROGRAM, FUNCTION, SUBROUTINE, BLOCKDATA

IMPLICIT

PARAMETER

INTEGER, REAL, DOUBLEPRECISION, COMPLEX, LOGICAL,  
CHARACTER

DIMENSION

COMMON, EQUIVALENCE

EXTERNAL, INTRINSIC, ENTRY

Ορισμός συνάρτησης – πρότασης

SAVE

DATA

FORMAT

### Δηλωτική εντολή τέλους κειμένου προγράμματος

END

## Εκτελέσιμες εντολές

- ✚ OPEN, CLOSE, INQUIRE, READ, WRITE, PRINT, PUNCH
- ✚ REWIND, BACKSPACE, ENDFILE
- ✚ (ανάθεση τιμής) =
- ✚ ASSIGN .. TO
- ✚ ανάθεση GOTO, χωρίς συνθήκη GOTO, υπολογιζόμενο GOTO
- ✚ αριθμητικό IF, λογικό IF, IF .. THEN .. ELSEIF .. ELSE .. ENDIF
- ✚ DO .. CONTINUE
- ✚ CALL, RETURN
- ✚ PAUSE, STOP

Σε επόμενη έκδοση της γλώσσας προστέθηκαν οι ENDDO και WHILE.

Οι εντολές της FORTRAN-77 κατατάσσονται σε 4 κατηγορίες:

- ✚ Εντολές εκχώρησης ή αντικατάστασης (assignmentstatements)
- ✚ Εντολές εισόδου/εξόδου (input/ outputstatements)
- ✚ Εντολές ελέγχου και λογικής (controlstatements)
- ✚ Πληροφοριακές εντολές και εντολές οργάνωσης (specificationstatements)

## **Δομή προγραμμάτων**

Κατά στήλες

Ένα αρχείο που περιέχει ένα πρόγραμμα FORTRAN χωρίζεται νοητά σε τρεις ομάδες στηλών:

- ✚ Η πρώτη ομάδα, που περιέχει τις στήλες 1-6, χρησιμοποιείται για την εισαγωγή των συμβόλων σχολίων (\* και c), των αριθμών εντολών και χαρακτήρων συνέχισης γραμμής.

Ειδικότερα:

1. Τα σύμβολα \* ή c είναι προαιρετικά και εισάγονται στην πρώτη στήλη. Ο μεταγλωττιστής αναγνωρίζει έτσι την αντίστοιχη γραμμή ως σχόλιο, και την προσπερνάει. Τα σχόλια δεν έχουν επίδραση στον εκτελέσιμο κώδικα, αλλά βοηθάνε τον προγραμματιστή στην κατανόηση και αποσφαλμάτωση του προγράμματος.
  2. Οι αριθμοί εντολών είναι προαιρετικοί 5-ψήφιοι αριθμοί, που εισάγονται στις στήλες 1 ως 5. Είναι χρήσιμοι για εντολές ανακατεύθυνσης της ροής του προγράμματος, αν και σπάνια πια χρησιμοποιούνται μετά την εισαγωγή της έννοιας του δομημένου προγραμματισμού.
  3. Ένας οποιοσδήποτε χαρακτήρας, εκτός του κενού διαστήματος και του μηδέν, υποδεικνύει στον μεταγλωττιστή ότι η αντίστοιχη γραμμή είναι συνέχεια της προηγούμενης. Καθίσταται έτσι δυνατή η συνέχιση μιας πολύ μεγάλης εντολής σε περισσότερες της μίας γραμμής. Ο μέγιστος αριθμός γραμμών για μια εντολή είναι 40.
- ✚ Στην δεύτερη, κύρια ομάδα στηλών 7-72, εισάγονται οι εντολές της FORTRAN.
- ✚ Τέλος η τρίτη ομάδα, στήλες 73-80, περιέχει κείμενο που αγνοείται από τον μεταγλωττιστή, εκτός αν πρόκειται για δεδομένα του προγράμματος.

Κατά γραμμές

Ένα πρόγραμμα FORTRAN μπορεί επίσης να χωριστεί κατά 4 τμήματα ως εξής:

Επικεφαλίδα (heading)

Η επικεφαλίδα σε ένα πρόγραμμα είναι προαιρετική και εισάγεται στην πρώτη γραμμή. Προσδιορίζει την αρχή του προγράμματος και το όνομά του. Έχει την εξής συγκεκριμένη μορφή:

Οι αγκύλες δεν εισάγονται. Προσδιορίζουν μια παράμετρο, όπως και στις υπόλοιπες εντολές παρακάτω.

#### Τεκμηρίωση (documentation)

Ακολουθεί η τεκμηρίωση. Είναι επίσης προαιρετικό τμήμα, το οποίο περιέχει σχόλια σχετικά με το πρόγραμμα, όπως:

- ✚ Σκοπό του προγράμματος,
- ✚ Σημασία των διαφόρων μεταβλητών,
- ✚ Πληροφορίες για την είσοδο/έξοδο του προγράμματος,
- ✚ Περιγραφή τυχόν τυποποιημένων αλγορίθμων,
- ✚ Όνομα/ονόματα προγραμματιστή/προγραμματιστών,
- ✚ Ημερομηνία σύνταξης, τροποποίησης, κ.τ.λ.

Σχόλια τεκμηρίωσης μπορεί να βρίσκονται και ανάμεσα από τις εκτελέσιμες εντολές.

#### Τμήμα προδιαγραφών/Τμήμα δηλώσεων (specification part)

Στο τμήμα προδιαγραφών/δηλώσεων δηλώνονται τα ονόματα και οι τύποι των μεταβλητών ή των σταθερών που θα χρησιμοποιηθούν, οι πίνακες, κτλ. Οι δηλωτικές εντολές γράφονται όλες πριν από τις εκτελέσιμες εντολές. (Εξαίρεση είναι η εντολή ENTRY.)

#### Εκτελέσιμο τμήμα

Τέλος, το σημαντικότερο τμήμα είναι το εκτελέσιμο. Περιέχει τις εκτελέσιμες εντολές, με τις οποίες τα δεδομένα της εισόδου μετατρέπονται σε αποτελέσματα.

#### Τέλος του προγράμματος

Το τέλος του προγράμματος δηλώνεται με την εντολή END.

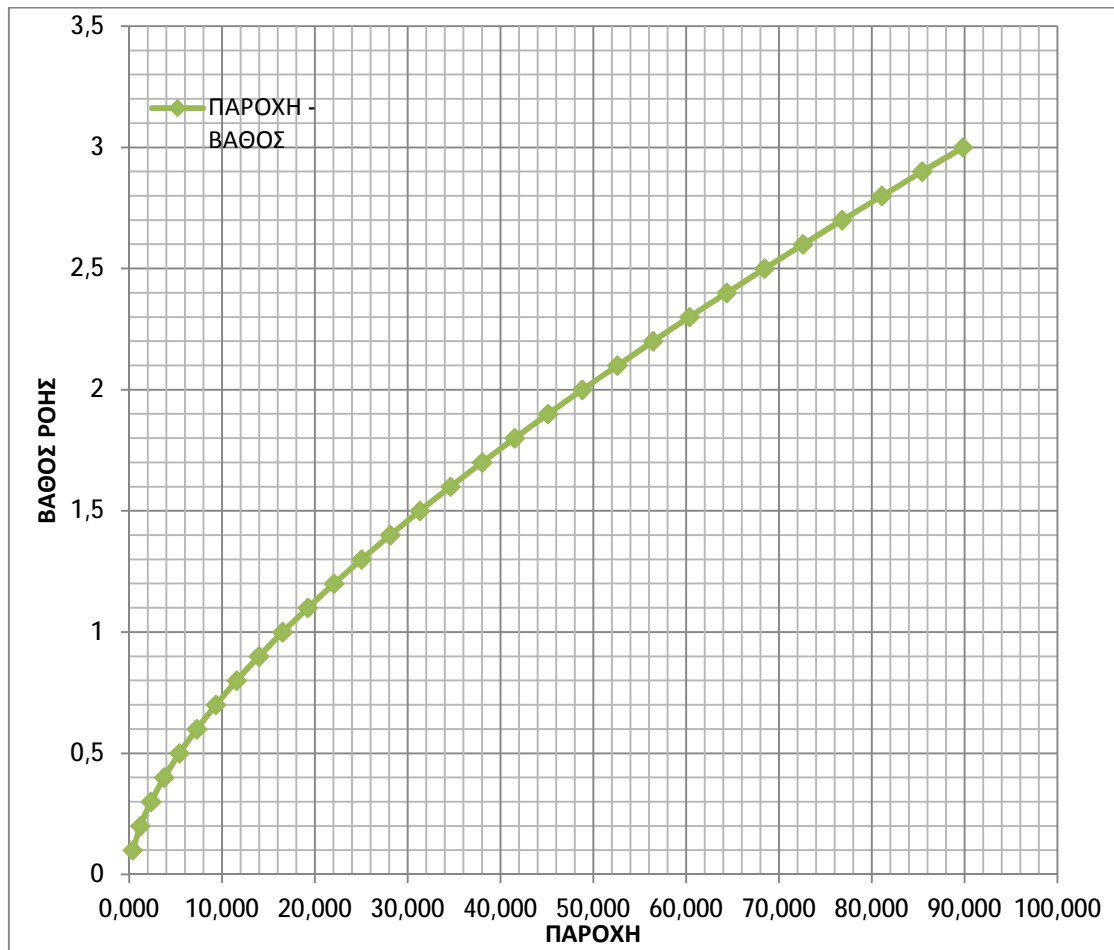


## 2.2 ΚΑΝΑΛΙΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Σύμφωνα με τα ανωτέρω γνωρίζουμε τα εξής :

- ∅ A : επιφάνεια διατομής του νερού
- ∅ B: πλάτος ορθογωνικού καναλιού
- ∅ D : βάθος ροής
- ∅ Π : βρεχόμενη περίμετρος
- ∅ R: υδραυλική ακτίνα
- ∅ V: ταχύτητα ροής
- ∅ Q: παροχή ροής
- ∅ n: ο συντελεστής τραχύτητας κατά Manning
- ∅ j : η κλίση του πυθμένα

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς μας προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα εξέλιξης των δεδομένων της ροής έχοντας ως μεταβλητή το βάθος D.



Παρακάτω έχουμε το πρόγραμμα υπολογισμού παροχής νερού σε ορθγωνική διατομή σε γλώσσα FORTRAN. Τα δεδομένα και τα αποτελέσματα δίνονται σε μορφή πίνακα. (όπως διδαχθήκαμε από την κυρία Κοντονή).

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΟΡΘΟΓΩΝΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ

```
DIMENSION BATHOS(10,10) , PAROXI(10,10)
DIMENSION DIATOMI(10,10) , PERIM(10,10) , YDRAULAKT(10,10)
MAXDIM=10
OPEN (5,FILE='DATAORTHOΓONIKH.OUT')
OPEN (6,FILE='OUTORTHOΓONIKH.OUT')
READ (5,*) M,N
IF(M.GT.MAXDIM.OR.N.GT.MAXDIM) STOP '???'
READ (5,*) ((BATHOS(I,J),J=1,N),I=1,M)
WRITE (6,110)
DO 10 I=1 , M
10  WRITE (6,100) (BATHOS(I,J) , J=1,N)
    READ (*,*) B , S , n
C . . YPOLOGISMOS ORTHOGONIKHS DIATOMHS AGOGOU
    DO 20 I=1 , M
    DO 20 J=1 , N
20  DIATOMI(I,J) = B * BATHOS(I,J)
C . . EKTIPOSH PINAKA DIATOMON
    WRITE (6,120)
    DO 30 I=1 , M
30  WRITE (6,100) (DIA(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOS BREXOMENIS PERIMETROY
    DO 40 I=1 , M
    DO 40 J=1 , N
40  PERIM(I,J) = (2* BATHOS(I,J)) + B
C . . EKTIPOSH PINAKA BREXOMENHS PERIMETROU
    WRITE (6,130)
```

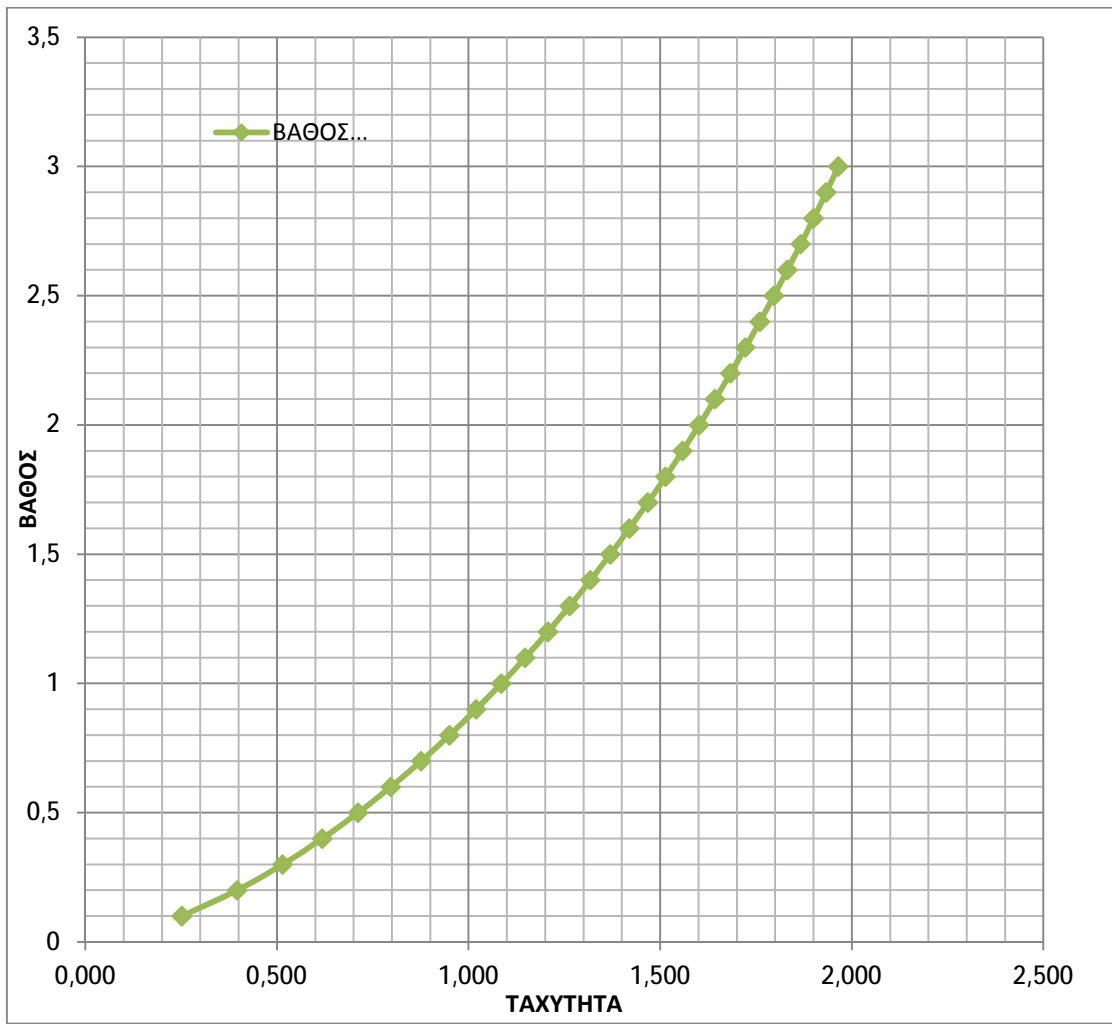
```

DO 50 I=1 , M
50 WRITE (6,100) (PERIM(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOS YDRAULIKHS AKTINAS
DO 60 I=1 , M
DO 60 J=1 , N
60 YDRAULAKT(I,J) = DIATOMI(I,J) / PERIM(I,J)
C . . EKIPOSH YDRAYLIKHS AKTINAS
WRITE (6,140)
DO 70 I=1 , M
70 WRITE (6,100) (YDRAULAKT(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOS PAROXIS (MANNING)
DO 80 I=1 , M
DO 80 J=1 , N
80 PAROXI(I,J) = (1/n) * (YDRAULAKT(I,J)**(2/3))*(S**(1/2))* DIATOMI(I,J)
C . . EKIPOSH PAROXON
WRITE (6,150)
DO 90 I=1 , M
90 WRITE (6,100) (PAROXI(I,J) , J=1,N)
C . . EPIKEFALIDES
100 FORMAT (1X,10(2X,F10.2))
110 FORMAT (/1X,'TIMES TOY BATHOYS')
120 FORMAT (/1X,'TIMES TON DIATOMON')
130 FORMAT (/1X,'TIMES THS BREXOMENHS PERIMETROU')
140 FORMAT (/1X,'TIMES THS YDRAULIKHS AKTINAS')
150 FORMAT (/1X,'TIMES TON PAROXON')
STOP
END

```

ΤΑΧΥΤΗΤΑ (V)	ΚΛΙΣΗ	ΣΥΝΤ. ΤΡΑΧ	ΥΔΡ. ΑΚΤ.	ΒΡΕΧ. ΠΕΡ.	ΕΠΙΦ	ΠΛΑΤΟΣ	ΠΑΡΟΧΗ	ΒΑΘΟΣ
U (m/s)	J %	n	R	Π (m)	A		Q	D (m)
0,252	0.02	0,012	0,099	15,44	1,524	15,24	0,384	0,1
0,396	0.02	0,012	0,195	15,64	3,048	15,24	1,207	0,2
0,515	0.02	0,012	0,289	15,84	4,572	15,24	2,353	0,3
0,618	0.02	0,012	0,380	16,04	6,096	15,24	3,769	0,4
0,712	0.02	0,012	0,469	16,24	7,62	15,24	5,423	0,5
0,797	0.02	0,012	0,556	16,44	9,144	15,24	7,288	0,6
0,876	0.02	0,012	0,641	16,64	10,67	15,24	9,348	0,7
0,950	0.02	0,012	0,724	16,84	12,192	15,24	11,585	0,8
1,020	0.02	0,012	0,805	17,04	13,72	15,24	13,987	0,9
1,086	0.02	0,012	0,884	17,24	15,24	15,24	16,543	1
1,148	0.02	0,012	0,961	17,44	16,764	15,24	19,243	1,1
1,207	0.02	0,012	1,037	17,64	18,29	15,24	22,077	1,2
1,264	0.02	0,012	1,111	17,84	19,812	15,24	25,039	1,3
1,318	0.02	0,012	1,183	18,04	21,336	15,24	28,121	1,4
1,370	0.02	0,012	1,253	18,24	22,86	15,24	31,317	1,5
1,420	0.02	0,012	1,322	18,44	24,384	15,24	34,621	1,6
1,468	0.02	0,012	1,390	18,64	25,908	15,24	38,027	1,7
1,514	0.02	0,012	1,456	18,84	27,432	15,24	41,531	1,8
1,559	0.02	0,012	1,521	19,04	28,956	15,24	45,129	1,9
1,602	0.02	0,012	1,584	19,24	30,48	15,24	48,815	2
1,643	0.02	0,012	1,646	19,44	32,004	15,24	52,587	2,1
1,683	0.02	0,012	1,707	19,64	33,528	15,24	56,440	2,2
1,722	0.02	0,012	1,767	19,84	35,052	15,24	60,371	2,3
1,760	0.02	0,012	1,825	20,04	36,576	15,24	64,377	2,4
1,797	0.02	0,012	1,882	20,24	38,1	15,24	68,454	2,5
1,832	0.02	0,012	1,939	20,44	39,624	15,24	72,601	2,6
1,867	0.02	0,012	1,994	20,64	41,148	15,24	76,814	2,7
1,900	0.02	0,012	2,048	20,84	42,672	15,24	81,091	2,8
1,933	0.02	0,012	2,101	21,04	44,196	15,24	85,430	2,9
1,965	0.02	0,012	2,153	21,24	45,72	15,24	89,827	3

Δεδομένα για τον σχεδιασμό των διαγραμμάτων.

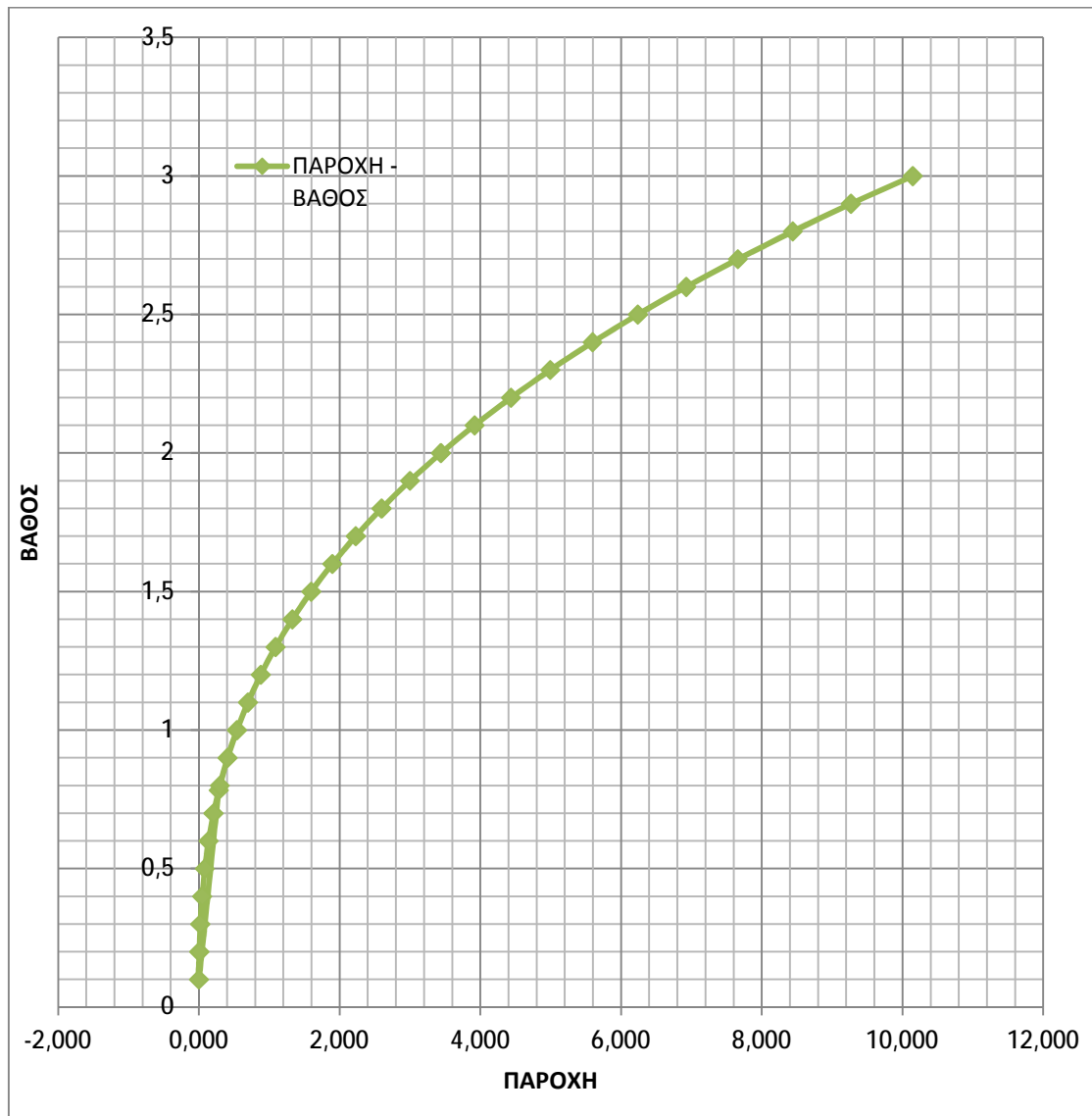


### 2.3 ΚΑΝΑΛΙΑ ΤΡΙΓΩΝΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ

Αντίστοιχα γνωρίζουμε ότι για τα κανάλια τριγωνικής διατομής έχουμε :

- ∅ A : επιφάνεια υγρής διατομής
- ∅ B: πλάτος καναλιού (άνω επιφάνεια)
- ∅ D : βάθος ροής (μέγιστο στο μέσο της διατομής)
- ∅ Π : βρεχόμενη περίμετρος
- ∅ R: υδραυλική ακτίνα
- ∅ V: ταχύτητα ροής
- ∅ Q: παροχή ροής
- ∅ n: ο συντελεστής τραχύτητας κατά Manning
- ∅ J : η κλίση του αγωγού

Σύμφωνα με τους υπολογισμούς μας προκύπτει το παρακάτω διάγραμμα εξέλιξης των δεδομένων της ροής έχοντας ως μεταβλητή το βάθος D.



Παρακάτω έχουμε το πρόγραμμα υπολογισμού παροχής νερού σε ορθογωνική διατομή σε γλώσσα FORTRAN. Τα δεδομένα και τα αποτελέσματα δίνονται σε μορφή πίνακα. (όπως διδαχθήκαμε από την κυρία Κοντονή).



## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΤΡΙΓΩΝΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ

```
DIMENSION BATHOS(10,10) , PAROXES(10,10)
DIMENSION DIATOMES(10,10) , BPERIM(10,10) , YDRAULAKT(10,10)
MAXDIM=10
OPEN (5,FILE='DATATRIGONIKHS.OUT')
OPEN (6,FILE='OUTTRIGONIKHS.OUT')
READ (5,*) M,N
IF(M.GT.MAXDIM.OR.N.GT.MAXDIM) STOP '???'
READ (5,*) ((BATHOS(I,J),J=1,N),I=1,M)
WRITE (6,110)
DO 10 I=1 , M
10  WRITE (6,100) (BATHOS(I,J) , J=1,N)
    READ (*,*) S , n , GON
C . . YPOLOGISMOS DIATOMHS KANALIOU
    DO 20 I=1 , M
    DO 20 J=1 , N
    G=GON / 2
20  DIATOMES(I,J) = (BATHOS(I,J) * BATHOS(I,J)*TAN(G))
C . . EKTIPOSH DIATOMON
    WRITE (6,120)
    DO 30 I=1 , M
30  WRITE (6,100) (DIATOMES(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOS BREXOMENHS PERIMETROY
    DO 40 I=1 , M
    DO 40 J=1 , N
    G=GON / 2
40  BPERIM(I,J) = (4 * BATHOS(I,J)) / COS(G)
C . . EKTIPOSI BREXOMENHS PERIMETROU
    WRITE (6,130)
```

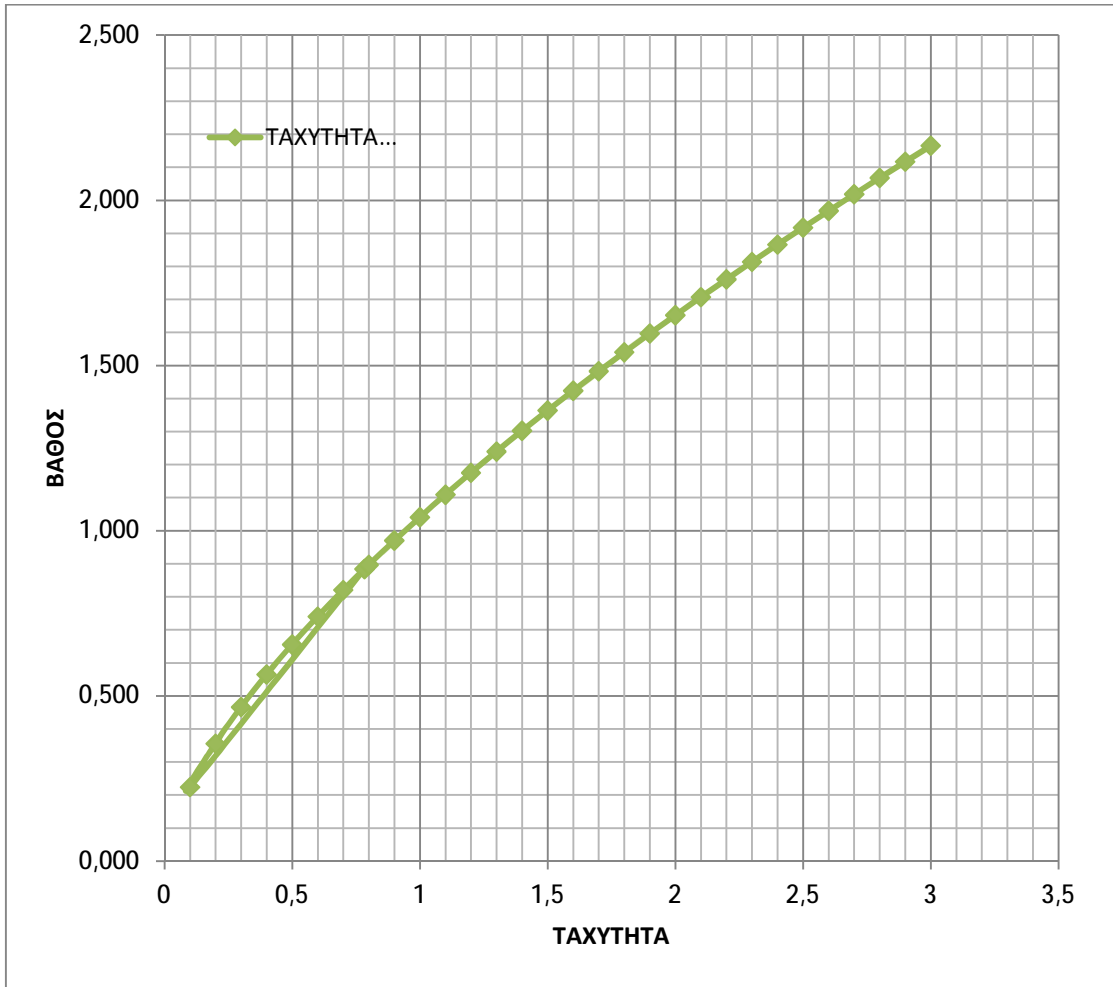
```

DO 50 I=1 , M
50 WRITE (6,100) (BPERIM(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOS YDRAULIKIS AKTINAS
DO 60 I=1 , M
DO 60 J=1 , N
60 YDRAULAKT(I,J) = DIATOMES(I,J) / BPERIM(I,J)
C . . EKTIPOSH YDRAYLIKHS AKTINAS
WRITE (6,140)
DO 70 I=1 , M
70 WRITE (6,100) (YDRAULAKT(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOS PAROXIS KATA MANNING
DO 80 I=1 , M
DO 80 J=1 , N
80 PAROXI(I,J) = (1/n) * (YDRAULAKT(I,J)**(2/3))*(S**(1/2))* DIAT(I,J)
C . . EKTIPOSH PAROXON
WRITE (6,150)
DO 90 I=1 , M
90 WRITE (6,100) (PAROXI(I,J) , J=1,N)
C . . EPIKEFALIDES
100 FORMAT (1X,10(2X,F10.2))
110 FORMAT (/1X,'TIMES TOU BATHOUS')
120 FORMAT (/1X,'TIMES TON DIATOMON')
130 FORMAT (/1X,'TIMES THS BREXOMENHS PERIMETROU')
140 FORMAT (/1X,'TIMES THS YDRAULIKHS AKTINAS')
150 FORMAT (/1X,'TIMES TON PAROXON')
C . .
STOP
END

```

ΤΑΧΥΤΗ ΤΑ	ΚΛΙΣ Η	ΣΥΝΤ. ΤΡΑΧ	ΥΔΡ. ΑΚΤ.	ΒΡΕΧ.Π ΕΡ.	ΔΙΑ Τ	ΓΩΝΙ Α	ΗΜΙΓΩΝ ΙΑ	ΠΑΡΟ ΧΗ	ΒΑΘ ΟΣ
V (m/s)	J ‰	n	R	π (m)	A	G		Q	D (m)
0,884	0,15	0,014	0,181	1,765	0,32	55	27,5	0,282	0,783
0,224	0,15	0,014	0,023	0,225	0,005	55	27,5	0,001	0,1
0,356	0,15	0,014	0,046	0,451	0,02	55	27,5	0,007	0,2
0,467	0,15	0,014	0,069	0,676	0,047	55	27,5	0,022	0,3
0,565	0,15	0,014	0,092	0,902	0,08	55	27,5	0,047	0,4
0,656	0,15	0,014	0,115	1,127	0,13	55	27,5	0,085	0,5
0,741	0,15	0,014	0,139	1,353	0,19	55	27,5	0,139	0,6
0,821	0,15	0,014	0,162	1,578	0,255	55	27,5	0,209	0,7
0,897	0,15	0,014	0,185	1,804	0,33	55	27,5	0,299	0,8
0,971	0,15	0,014	0,208	2,029	0,42	55	27,5	0,409	0,9
1,041	0,15	0,014	0,231	2,255	0,52	55	27,5	0,542	1
1,109	0,15	0,014	0,254	2,480	0,63	55	27,5	0,699	1,1
1,176	0,15	0,014	0,277	2,706	0,75	55	27,5	0,881	1,2
1,240	0,15	0,014	0,300	2,931	0,88	55	27,5	1,091	1,3
1,303	0,15	0,014	0,323	3,157	1,02	55	27,5	1,329	1,4
1,364	0,15	0,014	0,346	3,382	1,171	55	27,5	1,598	1,5
1,424	0,15	0,014	0,369	3,608	1,33	55	27,5	1,898	1,6
1,483	0,15	0,014	0,392	3,833	1,504	55	27,5	2,231	1,7
1,541	0,15	0,014	0,416	4,059	1,687	55	27,5	2,598	1,8
1,597	0,15	0,014	0,439	4,284	1,879	55	27,5	3,001	1,9
1,653	0,15	0,014	0,462	4,510	2,08	55	27,5	3,441	2
1,707	0,15	0,014	0,485	4,735	2,296	55	27,5	3,919	2,1
1,761	0,15	0,014	0,508	4,960	2,52	55	27,5	4,437	2,2
1,814	0,15	0,014	0,531	5,186	2,754	55	27,5	4,996	2,3
1,866	0,15	0,014	0,554	5,411	2,998	55	27,5	5,596	2,4
1,918	0,15	0,014	0,577	5,637	3,25	55	27,5	6,240	2,5
1,969	0,15	0,014	0,600	5,862	3,52	55	27,5	6,927	2,6
2,019	0,15	0,014	0,623	6,088	3,795	55	27,5	7,661	2,7
2,068	0,15	0,014	0,646	6,313	4,08	55	27,5	8,441	2,8
2,117	0,15	0,014	0,670	6,539	4,38	55	27,5	9,269	2,9
2,166	0,15	0,014	0,693	6,764	4,685	55	27,5	10,146	3

Δεδομένα για τον σχεδιασμό των διαγραμμάτων.



## 2.4 ΚΑΝΑΛΙΑ ΚΥΚΛΙΚΗΣ ΔΙΑΤΟΜΗΣ (ΜΗ ΠΛΗΡΩΜΕΝΟ)

Γενικά διακρίνονται δύο είδη ανοικτών αγωγών, οι τεχνητοί αγωγοί και οι φυσικοί αγωγοί, ανάλογα με την αρχική τους διαμόρφωση. Οι φυσικοί ανοικτοί αγωγοί έχουν συνήθως διάφορες διατομές, με ακανόνιστα σχήματα και μεγάλη ποικιλία τραχύτητας στα τοιχώματά τους. Οι τεχνητοί αγωγοί επίσης έχουν διάφορες διατομές, αλλά εξαιτίας της κατασκευής τους από τον άνθρωπο, είναι γνωστής γεωμετρίας και υλικών κατασκευής και η ποικιλία της τραχύτητας είναι μικρότερη. Οι τεχνητοί αγωγοί ονομάζονται πρισματικοί όταν η διατομή και η κλίση του πυθμένα τους είναι σταθερές. Οι πρισματικοί αγωγοί ονομάζονται ορθογωνικοί, τραπεζοειδείς, τριγωνικοί, ημικυκλικοί, παραβολικοί κ.λπ., ανάλογα με το γεωμετρικό σχήμα της διατομής τους.

Η ροή σε ανοιχτούς αγωγούς μπορεί να χωριστεί σε πολλά είδη και να περιγραφεί με διάφορους τρόπους. Έτσι με βάση τη μεταβολή των διαφόρων παραμέτρων της ροής σε σχέση με το χώρο και το χρόνο η ροή διακρίνεται σε

- α. Στρωτή και τυρβώδη ροή
- β. Υποκρίσιμη, υπερκρίσιμη, και κρίσιμη ροή
- γ. Σταθερή και ασταθή ροή
- δ. Ομοιόμορφη και ανομοιόμορφη ροή
- ε. Αστρόβιλη και στροβιλώδη ροή.

Η πλειονότητα των ροών στους ανοιχτούς αγωγούς είναι τυρβώδεις και στην πράξη αντιμετωπίζονται στα μεν ευθύγραμμα τμήματα μεγάλου μήκους ως μόνιμες ομοιόμορφες ροές στα δε σημεία μεμονωμένων κατασκευών, ως μόνιμες ανομοιόμορφες ροές. Οι συνήθεις διατομές, με τις οποίες κατασκευάζονται οι τεχνητοί αγωγοί, είναι η τραπεζοειδής (της οποίας ειδική περίπτωση αποτελούν η ορθογωνική και η τριγωνική διατομή), η κυκλική, η παραβολική και σπανιότερα η πεταλοειδής και η ωοειδής. Η κατανομή της ταχύτητας στους ανοιχτούς αγωγούς και για τυρβώδη ροή εξαρτάται από πολλούς παράγοντες οι σπουδαιότεροι από τους οποίους είναι το ιξώδες, το σχήμα και η τραχύτητα των τοιχωμάτων και τα δευτερεύοντα ρεύματα που συνήθως παρουσιάζονται σε όλους τους τύπους των ανοικτών αγωγών. Γενικά η ταχύτητα έχει μηδενική τιμή πάνω στα τοιχώματα του αγωγού και αυξάνει κατά μη γραμμικό τρόπο με την απόσταση παίρνοντας τη μέγιστη τιμή λίγο κάτω από την ελεύθερη επιφάνεια.

Η επίλυση των προβλημάτων της μόνιμης ομοιόμορφης ροής των ασυμπίεστων ρευστών απαιτεί την ταυτόχρονη λύση της εξίσωσης συνεχείας και της εξίσωσης κινήσεως του Manning.

Αγωγοί κυκλικής διατομής Για την κυκλική διατομή του σχήματος 2 ισχύουν οι σχέσεις:

$$\varphi = 2\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$b = D \eta\mu\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$E = \frac{D^2}{4}\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right) + \frac{D}{2}\left(y - \frac{D}{2}\right)\eta\mu\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

$$\Pi = D\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right)$$

Επομένως η εξίσωση του Manning παίρνει τη μορφή:

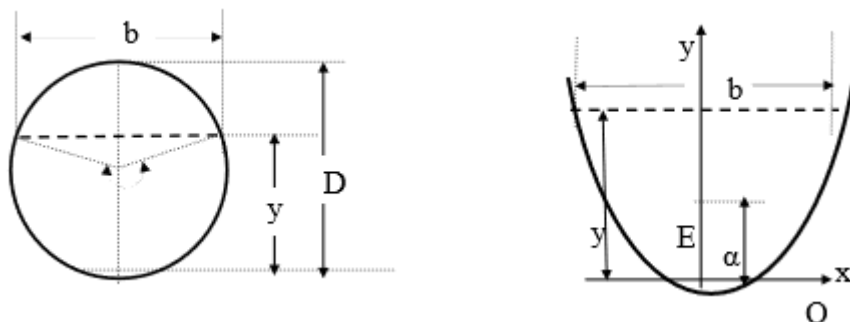
$$Q = \frac{E}{n} J^{1/2} \left(\frac{E}{\Pi}\right)^{2/3} = \frac{1}{n} J^{1/2} \frac{\left[\frac{D}{4}\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right) + \frac{D}{2}\left(y - \frac{D}{2}\right)\eta\mu\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right)\right]^{5/3}}{\left(D\tau\sigma\sigma\upsilon\nu\left(1 - \frac{2y}{D}\right)\right)^{2/3}}$$

Αγωγοί παραβολικής διατομής Για την παραβολική διατομή του σχήματος 2 η εξίσωση της παραβολής είναι:

$$(x - x_0)^2 = 4_\alpha(y - y_0)$$

$$\text{Είναι } (x_0, y_0) = (0,0) \quad \text{Άρα } x^2 = 4_\alpha y \rightarrow y = \frac{1}{4_\alpha} x^2$$

όπου α είναι η απόσταση της εστίας, Ε, από την κορυφή, Ο, της παραβολής. Η ποσότητα 2 αρ = ονομάζεται παράμετρος της παραβολής. Τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της διατομής, μπορούν να υπολογιστούν ως συνάρτηση των δύο από τις τρεις μεταβλητές α, b και y από τις σχέσεις:



Εικόνα 22. σκαριφήματα κυκλικής και παραβολικής διατομής

$$E = \frac{2}{3}by = \frac{8}{3}a^{1/2}y^{3/2} = \frac{b^3}{21a}$$

$$\Pi = b + \frac{8y^2}{3b} = b + \frac{b^3}{96a^2} = 2\sqrt{y} \frac{6a+y}{3\sqrt{a}}$$

Επομένως η εξίσωση του Manning παίρνει τη μορφή:

$$\frac{Q}{E} = \frac{1}{n}J^{1/2} \left(\frac{E}{\Pi}\right)^{2/3} \rightarrow Q = \frac{2}{3n}J^{1/2} \left[\frac{2b^{7/2}y^{5/2}}{3b^2+8y^2}\right]^{2/3}$$

Και στις δύο περιπτώσεις διατομών οι μεταβλητές του προβλήματος είναι το μέσο βάθος ροής,  $y$ , η παροχή του αγωγού,  $Q$ , ο συντελεστής του Manning,  $n$ , και η κατά μήκος κλίση του αγωγού,  $J$ . Επιπλέον, για μεν την κυκλική διατομή είναι και η διάμετρος του αγωγού,  $D$ , για δε για την παραβολική διατομή είναι και το πλάτος της ελεύθερης επιφάνειας,  $b$ .

## ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΓΙΑ ΚΥΚΛΙΚΗ ΔΙΑΤΟΜΗ

```
DIMENSION DIAM(10,10) , PAROXI(10,10)
DIMENSION DIAT(10,10) , BPERIM(10,10) , YDRAULAKT(10,10)
MAXDIM=10
OPEN (5,FILE='DATAΚΙΚΛΙΚΗΣ.OUT')
OPEN (6,FILE='OUTΚΙΚΛΙΚΗΣ.OUT')
READ (5,*) M,N
IF(M.GT.MAXDIM.OR.N.GT.MAXDIM) STOP '???'
READ (5,*) ((DIAM(I,J),J=1,N),I=1,M)
WRITE (6,110)
DO 10 I=1 , M
10  WRITE (6,100) (DIAM(I,J) , J=1,N)
C . .
  READ (*,*) S , n
C . . YPOLOGISMOSDIATOMHS
  DO 20 I=1 , M
  DO 20 J=1 , N
20  DIAT(I,J) = (3,14* (DIAM(I,J)**2)) / 4
C . .EΚΤΙΠΟSH DIATOMON
  WRITE (6,120)
  DO 30 I=1 , M
30  WRITE (6,100) (DIAT(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOSBRXOMENISPERIMETROY
  DO 40 I=1 , M
  DO 40 J=1 , N
40  BPERIM(I,J) = 3.14 * DIAM(I,J)
C . .EΚΤΙΠΟSI BRXOMENHS PERIMETROU
  WRITE (6,130)
  DO 50 I=1 , M
```



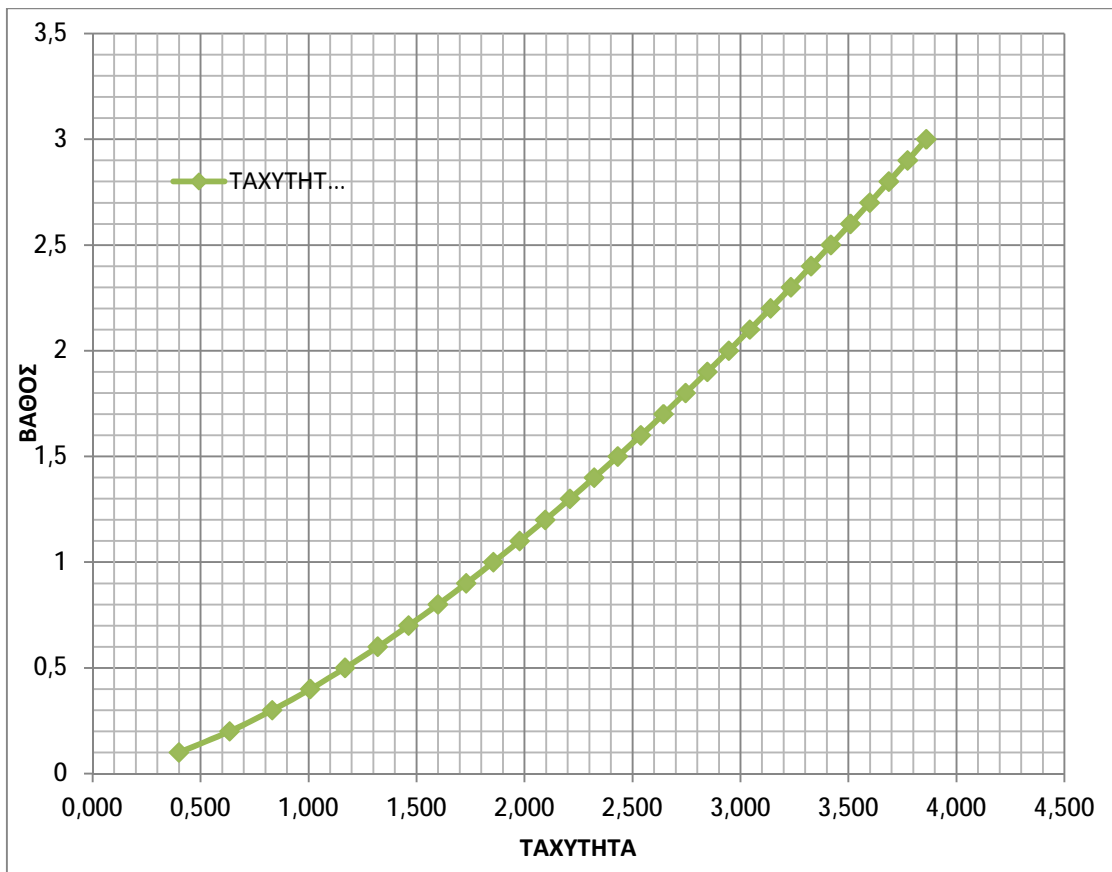
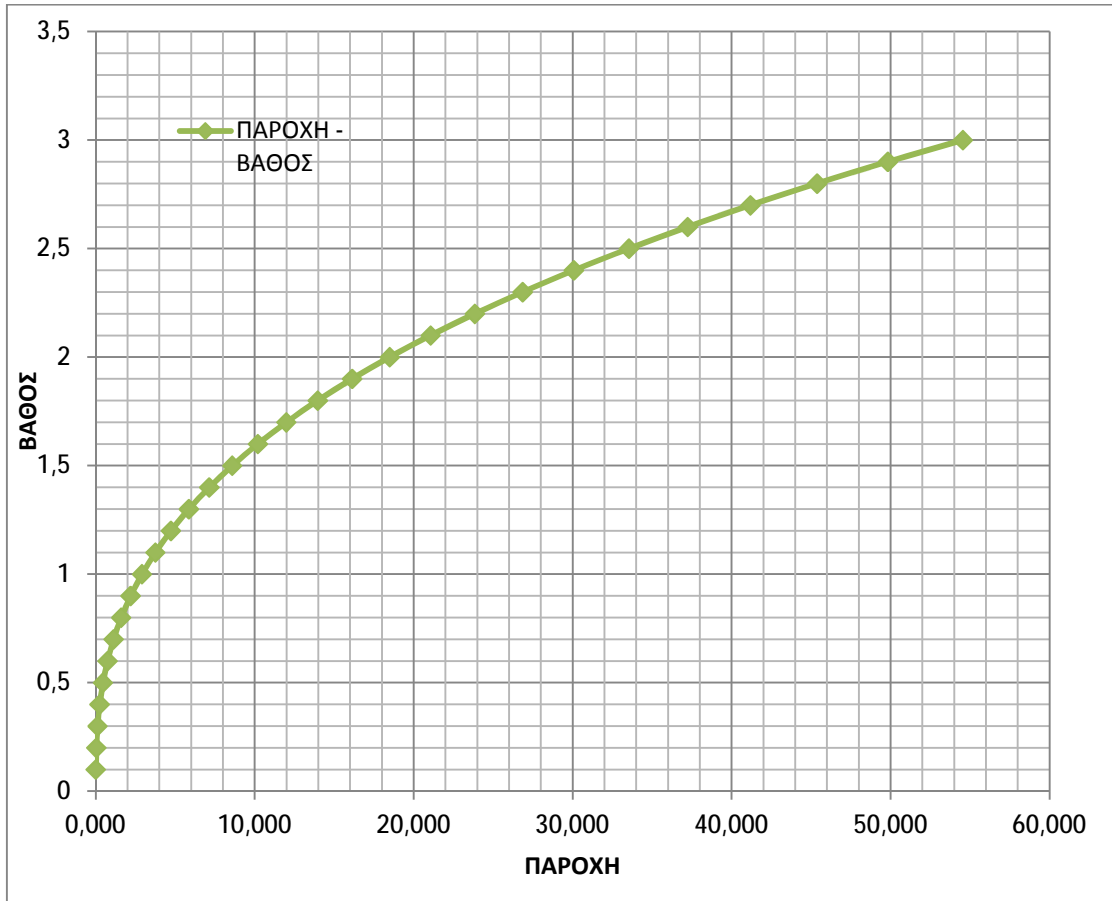
```

50  WRITE (6,100) (BPERIM(I,J) , J=1,N)
C . .
C . . YPOLOGISMOSYDRAULIKISAKTINAS
      DO 60 I=1 , M
      DO 60 J=1 , N
60  YDRAULAKT(I,J) = DIAT(I,J) / BPERIM(I,J)
C . . EKTIPOSH YDRAYLIKHS AKTINAS
      WRITE (6,140)
      DO 70 I=1 , M
70  WRITE (6,100) (YDRAULAKT(I,J) , J=1,N)
C . . YPOLOGISMOSPAROXIS KATA MANNING
      DO 80 I=1 , M
      DO 80 J=1 , N
80  PAROXI(I,J) = (1/n) * (YDRAULAKT(I,J)**(2/3))*(S**(1/2))* DIAT(I,J)
C . . EKTIPOSH PINAKA PAROXON
      WRITE (6,150)
      DO 90 I=1 , M
90  WRITE (6,100) (PAROXI(I,J) , J=1,N)
C . . EPIKEFALIDES
100 FORMAT (1X,10(2X,F10.2))
110 FORMAT (/1X,'DIAFORES TIMES THSDIAMETROU')
120 FORMAT (/1X,'TIMES THS DIATOMIS')
130 FORMAT (/1X,'TIMES THS BREXPERIM')
140 FORMAT (/1X,'TIMES THS YDRAULAKT')
150 FORMAT (/1X,'TIMES THS PAROXIS')
C . .
STOP
END

```

Δεδομένα για την κατασκευή των διαγραμμάτων.

ΤΑΧΥΤΗΤΑ	ΚΛΙΣΗ	ΣΥΝΤ. ΤΡΑΧ	ΥΔΡ. ΑΚΤ.	ΒΡΕΧ.ΠΕΡ.	ΕΠΙΦ	ΠΑΡΟΧΗ	ΒΑΘΟΣ
V (m/s)	J	n	R	Π (m)	A	Q	D (m)
0,400	0,005	0,024	0,05	0,157	0,0157	0,006	0,1
0,635	0,005	0,024	0,1	0,314	0,0628	0,040	0,2
0,832	0,005	0,024	0,15	0,471	0,1413	0,118	0,3
1,008	0,005	0,024	0,2	0,628	0,2512	0,253	0,4
1,169	0,005	0,024	0,25	0,785	0,3925	0,459	0,5
1,320	0,005	0,024	0,3	0,942	0,5652	0,746	0,6
1,463	0,005	0,024	0,35	1,099	0,7693	1,126	0,7
1,599	0,005	0,024	0,4	1,256	1,0048	1,607	0,8
1,730	0,005	0,024	0,45	1,413	1,2717	2,200	0,9
1,856	0,005	0,024	0,5	1,57	1,57	2,914	1
1,978	0,005	0,024	0,55	1,727	1,8997	3,757	1,1
2,096	0,005	0,024	0,6	1,884	2,2608	4,738	1,2
2,211	0,005	0,024	0,65	2,041	2,6533	5,866	1,3
2,323	0,005	0,024	0,7	2,198	3,0772	7,148	1,4
2,432	0,005	0,024	0,75	2,355	3,5325	8,591	1,5
2,539	0,005	0,024	0,8	2,512	4,0192	10,205	1,6
2,644	0,005	0,024	0,85	2,669	4,5373	11,995	1,7
2,746	0,005	0,024	0,9	2,826	5,0868	13,971	1,8
2,847	0,005	0,024	0,95	2,983	5,6677	16,137	1,9
2,946	0,005	0,024	1	3,14	6,28	18,503	2
3,044	0,005	0,024	1,05	3,297	6,9237	21,074	2,1
3,140	0,005	0,024	1,1	3,454	7,5988	23,857	2,2
3,234	0,005	0,024	1,15	3,611	8,3053	26,859	2,3
3,327	0,005	0,024	1,2	3,768	9,0432	30,087	2,4
3,419	0,005	0,024	1,25	3,925	9,8125	33,547	2,5
3,509	0,005	0,024	1,3	4,082	10,6132	37,246	2,6
3,599	0,005	0,024	1,35	4,239	11,4453	41,190	2,7
3,687	0,005	0,024	1,4	4,396	12,3088	45,385	2,8
3,774	0,005	0,024	1,45	4,553	13,2037	49,837	2,9
3,861	0,005	0,024	1,5	4,71	14,13	54,552	3



## ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η χρήση των νέων τεχνολογιών , όχι απαραίτητα η γλώσσα προγραμματισμού FORTRAN, συμβάλλουν σημαντικά στην απλοποίηση του επαγγέλματος του Πολιτικού Μηχανικού. Γνωρίζουμε ότι για την σχεδίαση αρχιτεκτονικών και λοιπών σχεδίων χρησιμοποιείται πρόγραμμα ηλεκτρονικής σχεδίασης, για τον υπολογισμό των στατικών φορτίσεων μιας κατασκευής επίσης. Φυσικά λόγω της χρήσης διαφόρων προγραμμάτων δεν σημαίνει ότι δεν πρέπει να γνωρίζουμε την διαδικασία επίλυσης ενός προβλήματος ή να είμαστε σε θέση να αξιολογήσουμε τα αποτελέσματα που θα προκύψουν.

## ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. « ΥΔΡΑΥΛΙΚΗ ΑΝΟΙΚΤΩΝ ΑΓΩΓΩΝ», συγγραφέας : Ι. ΣΟΥΛΗΣ
2. <http://el.wikipedia.org/wiki/Fortran>
3. <https://www.google.gr/search?q=%CE%B4%CE%B9%CE%B1%CE%B3%CF%81%CE%B1%CE%BC%CE%BC%CE%B1+moody&espn=2&biw=1280&bih=699&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ved=0CB4QsARqFQoTCLHPxsavhMYCFQEfFAodLaYAQw#imgrc=>
4. <http://users.auth.gr/~prinosp/downloads/AQWG%20TGS%20EMEQCEIAS.pdf>
5. <http://www.ziti.gr/docs/pdf/1332.pdf>

## ΚΑΤΑΛΟΓΟΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1. Διάφορες ροές.....	13
Εικόνα 2. Απεικόνιση της εξίσωσης της συνέχειας.....	16
Εικόνα 3. Απεικόνιση Εξίσωσης του BERNOLLI .....	17
Εικόνα 4. Υδροστατική πίεση και ύψος.....	20
Εικόνα 5. Ροή σε καμπύλη.....	21
Εικόνα 6. Κατανομή πίεσης σε κυρτή επιφάνεια.....	22
Εικόνα 7. Κατανομή πίεσης σε κοίλη επιφάνεια.....	23
Εικόνα 8. Περιοχή μέσης ταχύτητας σε τραπέζια διατομή.....	25
Εικόνα 9. Ενεργειακή κλίση .....	26
Εικόνα 10. Οριακό στρώμα.....	30
Εικόνα 11. Κατανομή ταχυτήτων .....	31
Εικόνα 12. Διάγραμμα Moody .....	36
Εικόνα 13. Περιοχές διαγράμματος Moody.....	37
Εικόνα 14. Τραπεζοειδής διατομή ανοικτού αγωγού.....	41
Εικόνα 15. Μεταβολή της γωνίας ηρεμίας σε σχέση με τη διάμετρο των υλικών .....	45
Εικόνα 16. Μεταβολή του K σε σχέση με την κλίση των πρηνών .....	46
Εικόνα 17. Ειδική ενέργεια της ροής .....	48
Εικόνα 18. Ενεργοδιάγραμμα, Ειδικής ενέργειας.....	50
Εικόνα 19. Διάγραμμα βάθους ροής και ειδικής παροχής.....	52
Εικόνα 20. Τυχαία διατομή.....	54
Εικόνα 21. Τραπεζοειδής διατομή .....	59
Εικόνα 22. σκαριφήματα κυκλικής και παραβολικής διατομής.....	78