Τ.Ε.Ι. ΜΕΣΟΛΟΓΓΙΟΥ
ΣΧΟΛΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ & ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ
ΤΜ. ΕΦΑΡΜ. ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΣΤΗ ΔΙΟΙΚΗΣΗ & ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ

ΘΕΜΑ: « ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ »

ΑΪΒΑΛΙΩΤΗ ΕΥΣΤΑΘΙΑ ΑΜ:10959

ΥΠΕΥΘΥΝΟΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: Δ^{Ρ} ΛΑΜΠΡΟΣ ΔΡΟΣΣΟΣ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ **2**

ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ **6**

ΤΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΟΥ LO SHU (3X3 ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ) 6
Η ΠΟΛΙΤΙΣΤΙΚΗ ΣΗΜΑΣΙΑ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ 7
ΑΡΑΒΙΑ 9
ΙΝΔΙΑ 9
ΕΥΡΩΠΗ 9
ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΟΥ ΆΛΦΡΕΝΤ ΝΤΥΡΕΡ 14
SAGRADA FAMILIA ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 15

ΤΥΠΟΙ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΚΑΙ ΚΑΤΑΣΚΕΥΩΝ ΤΟΥΣ **16**

ΜΙΑ ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ ΕΝΑ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ ODD 16
ΜΙΑ ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ ΕΝΑ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ DOUBLY EVEN 18
ΓΕΝΙΚΟ ΣΧΕΔΙΟ 18
ΜΑΓΙΚΗ ΣΤΑΘΕΡΑ 19
ΜΙΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΕΝΟΣ ΜΑΓΙΚΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ 4 20
Η MEDJIG -ΜΕΘΟΔΟΣ ΓΙΑ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΤΗΣ ΤΑΞΗΣ DOUBLY EVEN ΓΙΑ N> 4 21
Η ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΤΩΝ PANMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ 22

ΓΕΝΙΚΕΥΣΕΙΣ **25**

ΠΡΟΣΘΕΤΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ 25
ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟΙ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΟΙ 25
ΆΛΛΕΣ ΔΙΑΔΙΚΑΣΙΕΣ 25
ΠΡΟΣΘΗΚΗ-ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΣ ΜΑΓΙΚΟΥ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟΥ 26
ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΣΜΟΥ 27

ΆΛΛΑ ΜΑΓΙΚΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ **29**

LO SHU 29
ANTIMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 29
MULTIMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 30
BIMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 31
TRIMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 33
TETRAMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 34
PENTAMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 34
ALPHAMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 34

PANMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 35
ΣΥΝΕΙΡΜΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 37
SEMIMAGIC ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 38
ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ PRIME 39
BORDER ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 41
ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΟΥ ΝΑΟΥ 43
HETEROSQUARE 44
ΛΑΤΙΝΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 44
ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ GNOMON 45
ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΟΥ DŸRER 46
ΤΟ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ ΤΟΥ BENJAMIN FRANKLIN 48

ΆΛΛΕΣ ΜΑΓΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ 49

ΜΑΓΙΚΟΙ ΚΥΚΛΟΙ 49
ΜΑΓΙΚΟΣ ΚΥΒΟΣ 51
ΜΑΓΙΚΟ ΕΞΑΓΩΝΟ 52
ΜΑΓΙΚΟ HEXAGRM 54
ΜΑΓΙΚΟ TESSERACT 55

Η ΣΤΙΓΜΗ ΤΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ 57

TENSOR ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΚΥΒΩΝ 59
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ 60

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ 60

ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ 61
ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΥ 61
ΠΕΡΙΓΡΑΦΗ ΚΑΙ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ 62
ΤΥΠΟΠΟΙΗΜΕΝΟΙ ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΙ 62
ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΤΩΝ ΑΛΓΟΡΙΘΜΩΝ 63
ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ DE LA LOUBERE 64

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ C++..66

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ JAVA.78

ΈΝΑ ΠΡΩΤΟ ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ: ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ 78
ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΜΙΑΣ ΝΕΑΣ ΚΛΑΣΗΣ MAGIC SQUARE ΣΕ ΕΝΑ ΑΡΧΕΙΟ MAGIC SQUARE.JAVA: 78
ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΟΣ 78
ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΑ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ 79
ΠΡΟΣΘΗΚΗ ΠΕΡΙΟΡΙΣΜΩΝ 79
ΨΑΧΝΟΥΝ ΜΙΑ ΛΥΣΗ 80
ΨΑΧΝΟΝΤΑΣ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΛΥΣΕΙΣ 81
ΛΥΣΗ ΕΚΤΥΠΩΣΗΣ 81
ΕΚΤΕΛΕΣΗ 82

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ SQL ..99

ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΩΝΤΑΣ ΨΕΥΔΟΓΛΩΣΣΑ 100

ΠΟΥ ΣΥΝΑΝΤΑΜΕ ΤΑ ΜΑΓΙΚΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ 107

ΙΕΡΕΣ ΠΟΛΕΙΣ - ΙΕΡΗ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ 107
ΟΙ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΠΟΛΕΙΣ 107
ΟΙ ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΠΟΛΕΙΣ 107
ΟΙ ΙΔΡΥΤΕΣ ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΩΝ ΠΟΛΕΩΝ 108
ΤΟ ΟΝΟΜΑ ΤΗΣ ΠΟΛΗΣ 108
ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΤΗΣ ΠΟΛΗΣ 108
ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΑΓΙΚΩΝ - ΙΕΡΩΝ ΠΟΛΕΩΝ 108
ΘΗΒΕΣ 108
ΙΕΡΟΥΣΑΛΗΜ 109
ΡΩΜΗ 110
ΠΡΑΓΑ 112
ΜΑΤΣΟΥ-ΠΙΤΣΟΥ 112
ΜΠΕΝΑΡΕΣ 113
ΛΑΣΑ 114
ΤΕΟΤΙΧΟΥΑΚΑΝ 114
ΑΘΗΝΑ 115

GEORG SVERDRUPS HOUSE 116

ΟΙ ΡΙΖΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΦΕΝΓΚ ΣΟΥΙ - ΕΥ ΖΗΝ 118

ΑΡΙΘΜΟΛΟΓΙΑ (NUMEROLOGY) ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΑ ΑΡΙΘΜΩΝ 118

Ο ΣΥΝΔΥΑΣΜΟΣ ΑΡΙΘΜΩΝ ΚΑΙ ΑΡΙΘΜΟΛΟΓΙΑΣ. Η ΔΟΜΗ ΑΡΙΘΜΟΛΟΓΙΚΩΝ ΑΡΙΘΜΩΝ ΣΕ ΕΝΑ ΜΑΓΙΚΟ ΤΕΤΡΑΓΩΝΟ 119

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΛΩΣΣΑΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ 123

ΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΕΛΑΦΡΙΑ ΝΟΗΤΙΚΗ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ 123

ΣΚΟΠΟΣ ΤΗΣ ΔΙΔΑΣΚΑΛΙΑΣ ΤΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ: 123

ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΕΓΚΕΦΑΛΟ 127

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΒΕΛΤΙΩΣΗΣ ΑΡΙΣΤΕΡΟΥ ΗΜΙΣΦΑΙΡΙΟΥ 127

SUDOKU 128

ΠΗΓΕΣ 133

Στα ψυχαγωγικά μαθηματικά, ένα μαγικό τετράγωνο της τάξης n είναι μια ρύθμιση n^2 των αριθμών, συνήθως ευδιάκριτοι ακέραιοι αριθμοί, σε ένα τετράγωνο, έτσι ώστε οι αριθμοί n και σε όλες τις σειρές, όλες τις στήλες, και τις δύο διαγώνιές αθροίζουν στην ίδια σταθερά. Ένα κανονικό μαγικό τετράγωνο περιέχει τους ακέραιους αριθμούς από 1 σε n^2.

Ο όρος "μαγικό τετράγωνο" επίσης μερικές φορές χρησιμοποιείται για να αναφερθεί σε οποιοιδήποτε από τους διάφορους τύπους τετραγώνων λέξης.

Τα κανονικά μαγικά τετράγωνα υπάρχουν για όλες τις τάξεις του n>= 1 εκτός από n = 2, αν και η υπόθεση n = 1 είναι τετριμμένος- αποτελείται από ένα μονό κύτταρο που περιέχει τον αριθμό 1. Η μικρότερη nontrivial περίπτωση, που παρουσιάζεται κατωτέρω, είναι τάξης 3.

2 7 6 →15
9 5 1 →15
4 3 8 →15
↙ ↓ ↓ ↓ ↘
15 15 15 15 15

Το σταθερό άθροισμα σε κάθε σειρά, τη στήλη και τη διαγώνιος καλείται μαγικό σταθερό ή μαγικό άθροισμα M. Η μαγική σταθερά ενός κανονικού μαγικού τετραγώνου εξαρτάται μόνο από το n και έχει την τιμή

$$M(n) = \frac{n^3 + n}{2}.$$

Για τα κανονικά μαγικά τετράγωνα της τάξης n= 3 ..4 ..5..., οι μαγικές σταθερές είναι: 15, 34 ..65 ..111 ..175 ..260... (ακολουθία A006003 σε OEIS).

2	7	6	→15
9	5	1	→15
4	3	8	→15

↙ ↓ ↓ ↓ ↘
15 15 15 15 15

Ιστορία των μαγικών τετραγώνων

Το τετράγωνο του Lo Shu (3X3 μαγικό τετράγωνο)

Η κινεζική λογοτεχνία που χρονολογείται από το 650 Π.Χ. αναφέρεται στο μύθο του Lo Shu ή "χάρτη του ποταμού Lo". Στην αρχαία Κίνα, υπήρξε μια τεράστια πλημμύρα. Οι άνθρωποι προσπάθησαν να προσφέρουν κάποια θυσία σε έναν Θεό από τους πλημμυρίζοντας ποταμούς, το ποταμό Lo, για να ηρεμήσουν το θυμό του. Κατόπιν, προέκυψε από το ύδωρ, μια χελώνα με έναν περίεργο αριθμό/σχέδιο στο καβούκι της. Υπήρχαν κυκλικά σημεία των αριθμών που τακτοποιήθηκαν τρία από το σχέδιο τριών εννέα-πλέγματος έτσι ώστε το ποσό των αριθμών σε κάθε σειρά, τη στήλη και τη διαγώνιος ήταν το ίδιο: 15. Αυτός ο αριθμός είναι επίσης ίσος με τον αριθμό ημερών σε κάθε ένας από τους 24 κύκλους του κινεζικού ηλιακού έτους. Αυτό το σχέδιο, με έναν ορισμένο τρόπο, χρησιμοποιήθηκε από τους ανθρώπους στον έλεγχο του ποταμού.

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Το τετράγωνο του Lo Shu, ή μαγικό τετράγωνο όπως ονομάζεται είναι το μοναδικό κανονικό μαγικό τετράγωνο της τάξης τρία στο οποίο το 1 είναι το κατώτατο σημείο και το 2 είναι στην ανώτερη σωστή γωνία. Κάθε κανονικό μαγικό τετράγωνο της τάξης τρία λαμβάνεται από το Lo Shu από την περιστροφή ή την αντανάκλαση.

Το τετράγωνο Lo Shu αναφέρεται επίσης ως μαγικό τετράγωνο του Κρόνου. Η αριθμητική αξία της λαμβάνεται από τα έργα του I Ching όταν τοποθετείται το Trigrams σε μια τάξης που δίνεται στον πρώτο χάρτη ποταμών, το Ho TU ή τον κίτρινο ποταμό. Το Ho TU παράγει 4 τετράγωνα Hexagrams 8 X 8 στις εξωτερικές τιμές του 1 έως 6 ..2 έως 7 ..3 έως 8, και 4 έως 9, και αυτά τα εξωτερικά τετράγωνα μπορούν συμμετρικά να προστεθούν μαζί και να δώσουν ένα εσωτερικό κεντρικό τετράγωνο 5 έως 10. Οι κεντρικές τιμές του Ho TU είναι εκείνες του Lo Shu (έτσι λειτουργούν μαζί), δεδομένου ότι στο σύνολο η αξία 15 X 2 (φως και σκοτάδι) βρίσκεται τον αριθμό ετών στον κύκλο της ισημερινής μετάπτωσης (12.960 X 2 = 25,920). Το Ho TU παράγει ένα σύνολο από 40 ελαφριούς και 40 σκοτεινούς αριθμούς αποκαλούμενους οι ημέρες και οι νύχτες (οι εναλλαγές του φωτός και του σκοταδιού), και συνολικά 8 X 8 X 8 Hexagrams του οποίου απέναντι από τη συμμετρική προσθήκη είναι ίσου με 8640, επομένως κάθε αξία ενός τετραγώνου καλείται μια εποχή δεδομένου ότι είναι ίση με 2160.,8640 είναι ο αριθμός ωρών σε ένα έτος 360-ημέρας, και εποχές = 25.920 yrs).

Για να επικυρώσει τις τιμές που περιλαμβάνονται στους 2 χάρτες ποταμών (Ho TU και Lo Shu) το I Ching παρέχει τους αριθμούς ουρανού και γης που είναι το "αρχικό Trigrams" (πατέρας και μητέρα) από 1 έως τον ουρανό 10. ή ένα Trigram με όλες τις συνεχείς γραμμές (ελαφριές γραμμές - yang) έχει τους περίεργους αριθμούς 1.3.5.7.9, και επιχωματώνει ένα Trigram με όλες τις σπασμένες γραμμές έχει τους ομαλούς αριθμούς 2.4.6.8.10. Εάν κάθε μια από τις γραμμές του Trigram δίνεται μια αξία με τον πολλαπλασιασμό των αριθμών ουρανού και γης, κατόπιν η αξία κάθε γραμμής στον ουρανό 1 θα ήταν 1 + 2 + 3 = 6, και ο συνεργάτης του στο Ho TU της γης 6 θα ήταν 6 + 12 + 18 = 36, αυτοί 2 "αρχικό Trigrams" με αυτόν τον τρόπο προϊόντα 6 περισσότερο Trigrams (ή παιδιά σε όλους συνδυασμούς τους) -- και όταν τοποθετούνται κάθετα οι ακολουθίες Trigrams η μια στην άλλη παράγουν το τετράγωνο 8 X 8 Hexagrams (ή των κύβων) ότι κάθε μια έχει 6 γραμμές τιμών.

Από αυτό το απλό σημείο η σύνθετη δομή των μαθηματικών εξελίσσεται ως δεκαεξαδική πρόοδος, και είναι το εξάγωνο που συνδέεται με το καβούκι της χελώνα. Στα κινεζικά κείμενα του I Ching το φεγγάρι είναι συμβολικό του ύδατος (σκοτάδι) οι του οποίου μετασχηματισμοί ή οι αλλαγές δημιουργούν το φως ή την πυρκαγιά - η σκοτεινή αξία 6 δημιουργεί το φως όταν αυξάνεται ο αριθμός του κατά 1. Αυτή η ίδια αρχή μπορεί να βρεθεί στα αρχαία ημερολόγια όπως οι Αιγύπτιοι, που το έτος των 360 ημερών και των 8640 ωρών διαιρέθηκε με 72 για να παραγάγει 5 πρόσθετες ημέρες ή 120 ώρες τις οποίες οι Θεοί γεννήθηκαν. Διαρκεί 72 έτη για τους ουρανούς για να κινήσει 1 βαθμό μέσω της μετάπτωσής του.

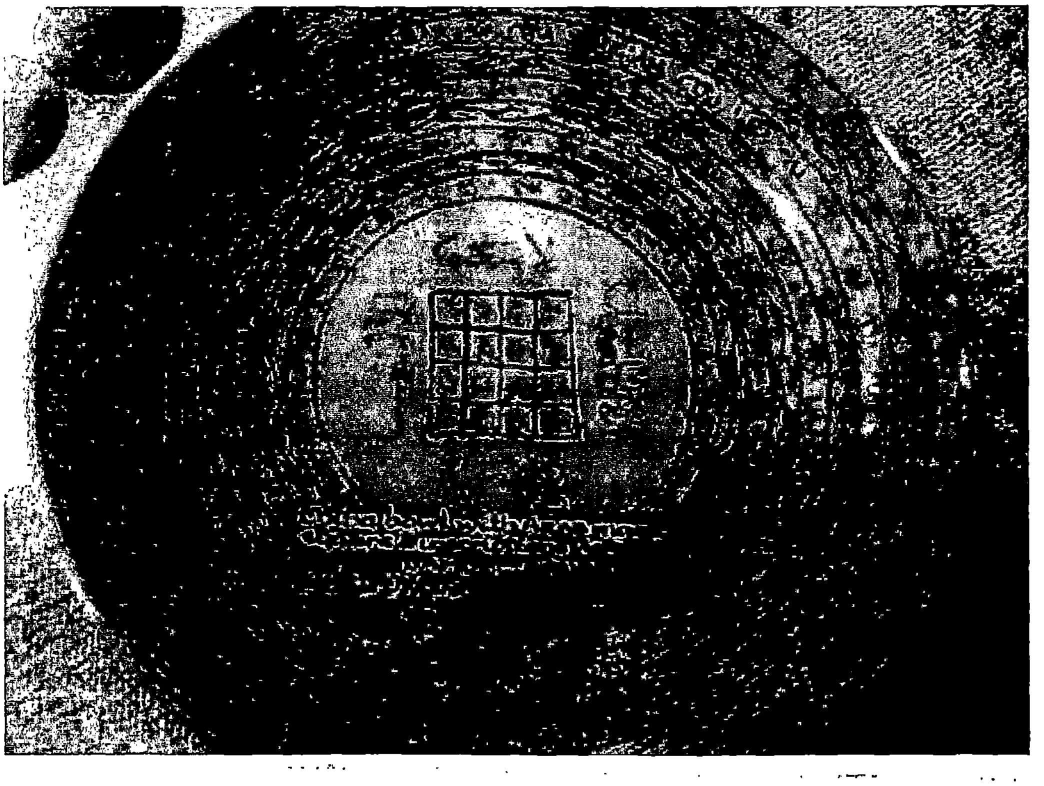
Η πολιτιστική σημασία των μαγικών τετραγώνων

Τα μαγικά τετράγωνα έχουν συναρπάσει την ανθρωπότητα σε όλες τις ηλικίες και υπάρχουν για πάνω από 4.000 έτη. Βρίσκονται σε διάφορους πολιτισμούς, συμπεριλαμβανομένης της Αιγύπτου και της Ινδίας, χαράσσονται στην πέτρα ή το μέταλλο και φοριούνται ως φυλακτά, η πεποίθηση είναι ότι τα μαγικά τετράγωνα είχαν τις αστρολογικές και μαντικές ιδιότητες, η χρήση τους που εξασφαλίζει τη μακροζωία και την πρόληψη των ασθενειών. Το Kubera-

Kolam είναι μια ζωγραφική πατωμάτων που χρησιμοποιείται στην Ινδία που είναι υπό μορφή μαγικού τετραγώνου της τάξης τρία. Είναι ουσιαστικά το ίδιο με την πλατεία Lo Shu, αλλά προσθέτοντας το 19 σε κάθε αριθμό, που δίνει μια μαγική σταθερά 72.

23	28	21
22	24	26
27	20	25

Κινεζικό κύπελλο με αραβικό μαγικό τετράγωνο



Αυτό το μικρό κύπελλο προέρχεται από την Ανατολική Αφρική και χαρακτηρίζει ένα τετράγωνο που διαιρείται σε 16 τμήματα, κάθε ένα περιέχει μια προσέγγιση ενός αραβικού γράμματος ή ενός αριθμού. Μια κινηματογράφηση σε πρώτο πλάνο του τετραγώνου αποκαλύπτει τον ασυνήθιστο χαρακτήρα των συμβόλων.

Αραβία

Τα μαγικά τετράγωνα ήταν γνωστά στους Άραβες μαθηματικούς, ενδεχομένως από τον 7ο αιώνα, όταν ήρθαν οι Άραβες σε επαφή με την Ινδία ή το νότιο ασιατικό πολιτισμό, και έμαθαν τα ινδικά μαθηματικά και την αστρονομία, συμπεριλαμβανομένων και άλλων πτυχών των συνδυαστικών μαθηματικών. Επίσης έχει προταθεί ότι η ιδέα ήρθε μέσω της Κίνας. Τα πρώτα μαγικά τετράγωνα της τάξης 5 και 6 εμφανίζονται σε μια εγκυκλοπαίδεια από το circa 983 της Βαγδάτης, το Rasa'il Ihkwan Al- safa (η εγκυκλοπαίδεια του Brethern της αγνότητας) τα απλούστερα μαγικά τετράγωνα ήταν γνωστά πολύ νωρίτερα από τους Άραβες μαθηματικούς. Ο Άραβας μαθηματικός Al- Buni, που εργάστηκε στα μαγικά τετράγωνα περίπου το 1200 μΧ., απέδωσε τις μυστικές ιδιότητες σε αυτά, αν και καμία λεπτομέρεια αυτών των υποτιθέμενων ιδιοτήτων δεν είναι γνωστή. Υπάρχουν επίσης αναφορές για τη χρήση των μαγικών τετραγώνων στους αστρολογικούς υπολογισμούς, μια πρακτική που φαίνεται να δημιουργείται με τους Άραβες.

Ινδία

Ένα γνωστό νωρίς μαγικό τετράγωνο στην Ινδία βρίσκεται στο χωριό Khajuraho στο ναό Parshvanath Jain και χρονολογείται από το 10ο αιώνα.

7	12	1	14
2	13	8	11
16	3	10	5
9	6	15	4

Αυτό αναφέρεται ως Chautisa Yantra ,δεδομένου ότι κάθε επιμέρους ποσά έως 34 τετραγωνικών.

Ευρώπη

Το 1300, στηριγμένος στην εργασία του Άραβα Al- Buni, ο Έλληνας βυζαντινός μελετητής Εμμανουήλ Μοσχόπουλος έγραψε μια μαθηματική πραγματεία σχετικά με το θέμα των μαγικών τετραγώνων, αφήνοντας έξω το μυστικισμό των προκατόχων του. Ο Μοσχόπουλος είναι πιθανά ο πρώτος δυτικός έχει γράψει για το θέμα αυτό. Το 1450 ο Ιταλός Λούκα Pacioli μελέτησε τα μαγικά τετράγωνα και συνέλεξε έναν μεγάλο αριθμό παραδειγμάτων. Περίπου το 1510 Heinrich Cornelius Agrippa έγραψε το de Occulta Philosophia, επισύροντας την προσοχή στις ερμητικές και μαγικές εργασίες του Marsilio Ficino και Pico του della Mirandola, και σε αυτό ανέπτυξε τις μαγικές αρετές των επτά μαγικών τετραγώνων των τάξεων 3 έως 9, κάθε μια που συνδέθηκε με έναν από τους αστρολογικούς πλανήτες. Αυτό το βιβλίο είχε μεγάλη επιρροή σε όλη την Ευρώπη μέχρι την Καθολική Ανάπλαση και τον Αγρίππα, Οι Ιταλοί ήταν η πιο γραφική και ιδιόρρυθμη ομάδα μαθηματικών που εμφανίστηκαν στη διαδρομή της ιστορίας. Οι περισσότεροι από αυτούς ήταν αυτοδίδακτοι που γλίστρησαν ένα βήμα πιο μπροστά από τα λογιστήρια, όπου έλυναν θέματα ανατοκισμού ή απλής ασφαλίσεως. Οι μεγάλοι Ιταλοί αλγεβριστές που κατόρθωσαν να υπερβούν το επάγγελμα ενός πρακτικού λογιστή ήταν επιτήδειοι και καιροσκόποι. Γι αυτούς οι απατεώνες, οι δολοφόνοι που χτυπούσαν με το στιλέτο στους δρόμους ήταν τόσο οικείοι όσο και οι καθηγητές των πανεπιστημίων, τους οποίους ονειρεύονταν να διαδεχτούν και που καμιά φορά τους διαδέχονταν. Για να αξιοποιήσουν τις ικανότητές και την ανήσυχη ευφυΐα τους επιδίδονταν συχνά σε πραγματικές επιστημονικές μονομαχίες, διακινδυνεύοντας ακόμα και την περιουσία τους. Για να κάνουν το παιχνίδι πιο ριψοκίνδυνο, στοιχημάτιζαν ένα ποσό, το κατέθεταν σε τρίτο πρόσωπο κοινής εμπιστοσύνης και ο νικητής έπαιρνε ολόκληρο το ποσό, που συχνά δεν ήταν ευκαταφρόνητο. Έτσι η σύνθεση ενός μαγικού τετραγώνου ήταν ένα από τα πιο αγαπημένα παιχνίδια των μαθηματικών.

Τα μαγικά τετράγωνα που μερικές φορές αποκαλούμε Kameas, συνεχίζουν να χρησιμοποιούνται μέσα στη σύγχρονη τελετουργική μαγεία σε μεγάλο βαθμό με τον ίδιο τρόπο όπως και στην αρχαιότητα.

<u>Saturn</u> = 15

4	9	2
3	5	7
8	1	6

<u>Jupiter</u> = 34

4	14	15	1
9	7	6	12
5	11	10	8
16	2	3	13

<u>Mars</u> = 65

11	24	7	20	3
4	12	25	8	16
17	5	13	21	9
10	18	1	14	22

<u>Sol</u> = 111

6	32	3	34	35	1
7	11	27	28	8	30
19	14	16	15	23	24
18	20	22	21	17	13

23	6	19	2	15	25	29	10	9	26	12
					36	5	33	4	2	31

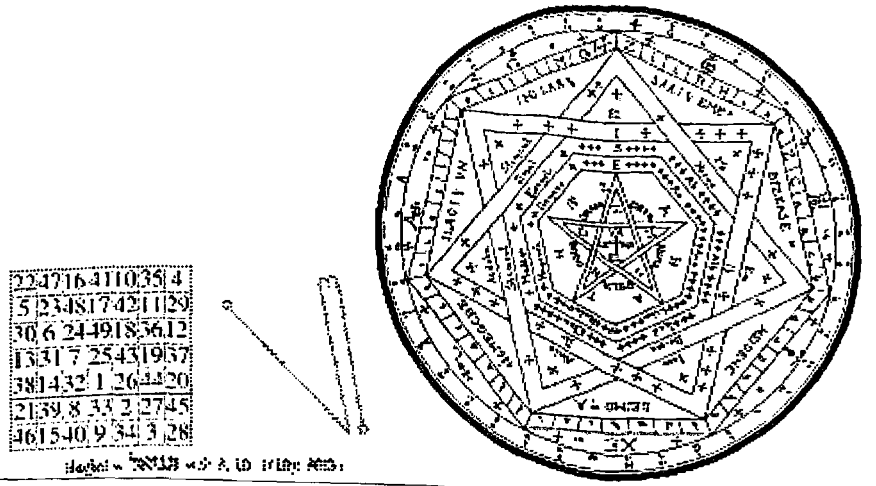
Mercury = 260

8	58	59	5	4	62	63	1
49	15	14	52	53	11	10	56
41	23	22	44	45	19	18	48
32	34	35	29	28	38	39	25
40	26	27	37	36	30	31	33
17	47	46	20	21	43	42	24
9	55	54	12	13	51	50	16
64	2	3	61	60	6	7	57

Venus = 175

22	47	16	41	10	35	4
5	23	48	17	42	11	29
30	6	24	49	18	36	12
13	31	7	25	43	19	37
38	14	32	1	26	44	20
21	39	8	33	2	27	45
46	15	40	9	34	3	28

Luna = 369								
37	78	29	70	21	62	13	54	5
6	38	79	30	71	22	63	14	46
47	7	39	80	31	72	23	55	15
16	48	8	40	81	32	64	24	56
57	17	49	9	41	73	33	65	25
26	58	18	50	1	42	74	34	66
67	27	59	10	51	2	43	75	35
36	68	19	60	11	52	3	44	76
77	28	69	20	61	12	53	4	45



Η παραγωγή του sigil Hagiel, η πλανητική νοημοσύνη της Αφροδίτης, που επισύρεται την προσοχή στο μαγικό τετράγωνο της Αφροδίτης. Κάθε εβραϊκό γράμμα προβλέπει μια αριθμητική αξία, που δίνει τις κορυφές του sigil.

Η πιό κοινή χρήση για αυτό το Kameas είναι να παρασχεθεί ένα σχέδιο επάνω στο οποίο να κατασκευάσει τα sigils των πνευμάτων, των αγγέλων ή των δαιμόνων οι επιστολές του ονόματος της οντότητας μετατρέπονται στους αριθμούς, και οι γραμμές επισημαίνονται μέσω του σχεδίου που αυτοί οι διαδοχικοί αριθμοί κάνουν στο kamea. Σε μαγικά συμφραζόμενα, το μαγικό τετράγωνο όρου εφαρμόζεται επίσης σε ποικίλα τετράγωνα λέξης ή τα τετράγωνα αριθμού που βρίσκονται στα μαγικά grimoires, συμπεριλαμβανομένων μερικών που δεν ακολουθούν οποιοδήποτε προφανές σχέδιο, και ακόμη και εκείνοι με τους διαφορετικούς αριθμούς σειρών και στηλών. Προορίζονται γενικά για τη χρήση ως φυλακτά. Παραδείγματος χάριν τα ακόλουθα τετράγωνα είναι: Το Sator τετράγωνο, ένα από τα διασημότερα μαγικά τετράγωνα που βρίσκονται σε διάφορα grimoires συμπεριλαμβανομένου του κλειδιού Solomon ένα τετράγωνο "για να υπερνικήσει το φθόνο", από το βιβλίο Power;[4] και δύο τετραγώνων από το βιβλίο ιερού του μαγικού Abramelin το Mage, τα πρώτα για να αναγκάσει την παραίσθηση ενός θαυμάσιου παλατιού για να εμφανιστεί, και τα δεύτερα που φοριούνται στο κεφάλι ενός παιδιού κατά τη διάρκεια μιας αγγελικής επίκλησης:

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T

6	66	848	938
8	11	544	839
1	11	383	839

H	E	S	E	B
E	Q	A	L	
S				

A	D	A	M
D	A	R	A
A	R	A	D

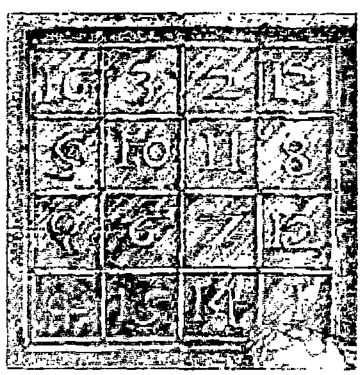
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

2	73	774	447

E	G		
B			

M	A	D	A
H	O	M	O

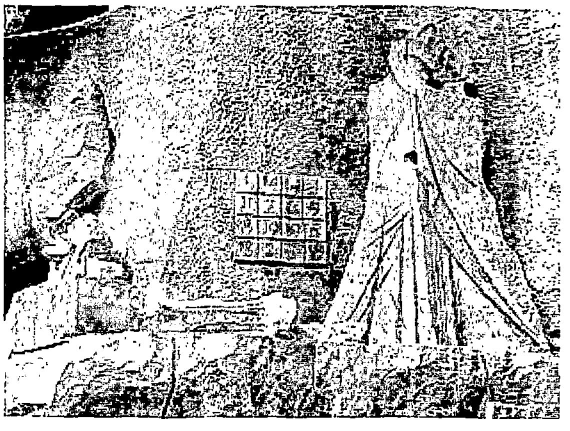
Μαγικό τετράγωνο του Άλφρεντ Ντύρερ



Λεπτομέρεια Μελαγχολία I

Το μαγικό τετράγωνο τάξης-4 στη χάραξη Μελαγχολία του Άλφρεντ Ντύρερ θεωρείται το πρώτο που βλέπει η ευρωπαϊκή τέχνη. Είναι παρόμοιο με την πλατεία Yang Hui, η οποία δημιουργήθηκε στην Κίνα περίπου 250 έτη πριν από το χρόνο Ντύρερ. Το άθροισμα 34 μπορεί να βρεθεί στις σειρές, στήλες, διαγώνιές, κάθε ένα από τα τεταρτημόρια, το κέντρο τέσσερα τετράγωνα, τα τετράγωνα γωνιών, οι τέσσερις εξωτερικοί αριθμοί δεξιόστροφοι από τις γωνίες (3+8+14+9) και επιπλέον τα τέσσερα αντίθετα προς τη φορά των δεικτών του ρολογιού (οι θέσεις τεσσάρων βασιλισσών στις δύο λύσεις του γρίφου 8 βασιλισσών [1]), τα δύο σύνολα τεσσάρων συμμετρικών αριθμών (2+8+9+15 και 3+5+12+14) και του ποσού των μέσων δύο καταχωρήσεων των δύο εξωτερικών στηλών και των σειρών (π.χ. 5+9+8+12), καθώς επίσης και διάφορα Ικτίνος-διαμορφωμένα κουαρτέτο, π.χ. 3+5+11+15 οι δύο αριθμοί στη μέση της κατώτατης σειράς δίνουν την ημερομηνία της χάραξης: 1514. Μελαγχολία Ντύρερ διαδραματίζει έναν βασικό ρόλο στον κλέφτη τέχνης, ένα μυθιστόρημα από το Νώε Charney .

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1



Sagrada Familia το μαγικό τετράγωνο

Ένα μαγικό τετράγωνο στη sagrada Familia πρόσοψη εκκλησιών. Η πρόσοψη πάθους της sagrada Familia εκκλησίας στη Βαρκελώνη, που σχεδιάστηκε από το γλύπτη Josep Subirachs, χαρακτηρίζει ένα 4X4 μαγικό τετράγωνο: Η μαγική σταθερά του τετραγώνου είναι 33, η ηλικία του Ιησού κατά την διάρκεια του πάθους. Δομικά, είναι πολύ παρόμοιο με το μαγικό τετράγωνο Melancholia, αλλά είχε τους αριθμούς σε τέσσερα από τα κύτταρα που μειώνονται από 1.

1	14	14	4
11	7	6	9
8	10	10	5

13 2 3 15

Ενώ έχοντας το ίδιο σχέδιο του αθροίσματος, αυτό δεν είναι ένα κανονικό μαγικό τετράγωνο όπως ανωτέρω, ως δύο αριθμοί (10 και 14) αναπαράγονται και δύο (12 και 16) είναι απόντα, αποτυχών το $1 \rightarrow n^2$ κανόνα.

Τύποι μαγικών τετραγώνων και κατασκευών τους

Υπάρχουν πολλοί τρόποι να κατασκευαστούν τα μαγικά τετράγωνα, αλλά ο τυποποιημένος (και απλούστερος) τρόπος είναι να ακολουθηθούν ορισμένοι διαμορφώσεις/τύποι που παράγουν τα κανονικά σχέδια. Τα μαγικά τετράγωνα υπάρχουν για όλες τις τιμές του n, με μόνο μια εξαίρεση - είναι αδύνατο να κατασκευαστεί ένα μαγικό τετράγωνο της τάξης που 2. Τα μαγικά τετράγωνα μπορούν να ταξινομηθούν σε τρεις τύπους: odd , doubly even (το n διαιρειται με το τέσσερα) και το singly even (το n,δεν διαιρειται με το τέσσερα).
Τα μαγικά τετράγωνα odd και doubly even είναι εύκολο να παραχθούν η κατασκευή των singly even μαγικών τετραγώνων είναι δυσκολότερη αλλά υπάρχουν διάφορες μέθοδοι, συμπεριλαμβανομένης της μεθόδου LUX για τα μαγικά τετράγωνα (χάρη στον John Horton Conway) και της μεθόδου Strachey για τα μαγικά τετράγωνα. Η θεωρία ομάδας χρησιμοποιήθηκε επίσης για την κατασκευή των νέων μαγικών τετραγώνων μιας δεδομένης τάξης.

Μια μέθοδος για ένα μαγικό τετράγωνο της τάξης odd

Αρχίζουμε από την κεντρική στήλη της πρώτης σειράς με τον αριθμό 1, το θεμελιώδες κίνημα για την πλήρωση των τετραγώνων είναι διαγώνια επάνω και δεξιά, ένα βήμα τη φορά. Εάν ένα γεμισμένο τετράγωνο αντιμετωπίζεται, κάποιο κινείται κάθετα κάτω από ένα τετράγωνο αντ' αυτού, έπειτα συνεχίζουμε όπως πριν. Όταν μια κίνηση θα αφήσει το τετράγωνο, είναι τυλιγμένο γύρω στην τελευταία σειρά ή την πρώτη στήλη, αντίστοιχα.
Τα παρόμοια σχέδια μπορούν επίσης να ληφθούν με την έναρξη από άλλα τετράγωνα.

Διαταξη 5			
Τετραγωνα (n)	Τελευταιος αρ.	Μεσαίος Αρ. *	Άθροισμα (M) *
n	n^2	$\frac{n^2}{2}+0.5$	$\left(\frac{n^2}{2}+0.5\right)n$

* Οι τετραγωνικές ρίζες είναι ευκολότερες να υπολογίσουν από τις κυβικές ρίζες
Παράδειγμα:

Διαταξη 5			
Τετραγωνων (n)	Τελευταια αρ.	Μεσαίος αρ.	Άθροισμα (M)
5	25	13	65

Ο "μέσος αριθμός" είναι πάντα στη διαγώνιο κάτω αριστερά δεξιά της κορυφής. Ο "τελευταίος αριθμός" είναι πάντα απέναντι από τον αριθμό 1 σε μια εξωτερική στήλη ή μια γραμμή.

Μια μέθοδος για ένα μαγικό τετράγωνο της τάξης doubly even

Doubly even σημαίνει ότι το n είναι ένα ομαλό πολλαπλάσιο ενός ομαλού ακέραιου αριθμού ή 4p, όπου το p είναι ένας ακέραιος αριθμός. π.χ. 4 ..8 ..12

Γενικό σχέδιο

Όλοι οι αριθμοί γράφονται από τα δεξιά στα αριστερά πέρα από κάθε σειρά στη συνέχεια, αρχίζουμε από την αριστερή γωνία της κορυφής. Οι αριθμοί έπειτα είτε διατηρούνται στην ίδια θέση είτε ανταλλάσσονται με το τους διαμετρικά απέναντι από τους αριθμούς σε ένα ορισμένο κανονικό σχέδιο. Στο μαγικό τετράγωνο της τάξης τέσσερα, οι αριθμοί στα τέσσερα κεντρικά τετράγωνα και ένα τετράγωνο σε κάθε γωνία διατηρούνται στην ίδια θέση και οι υπόλοιποι ανταλλάσσονται με τους διαμετρικά απέναντι τους αριθμούς.

Μαγική Σταθερά

Ο αριθμος

$$M_2(n)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n^2}k=\frac{1}{2}n\left(n^2+1\right) \tag{1}$$

με τον οποίο n αριθμοί σε καθε οριζοντια, καθετη, η *κυρια* διαγωνιο γραμμη πρεπει να έχουν το άθροισμα ενος μαγικού τετραγώνου. Μερικες από τι πρώτες τιμες ειναι 1, 5, 15, 34, 65, 111, 175, 260, ... Η μαγική σταθερα για ενα n$^{\text{ιοστής}}$ τάξης μαγικό τετράγωνο αρχιζει με έναν ακέραιο A και με τις καταχωρήσεις σε μια αύξηση αριθμιτικών σειρών με την αυξηση της διαφορας D μεταξυ των ορων ειναι

$$M_2(n;A,D)=\frac{1}{2}n\left[2A+D\left(n^2-1\right)\right] \tag{2}$$

(Hunter και Madachy 1975, Madachy 1979). Σε ένα Panmagic τετράγωνο εκτός από τις κύριες διαγώνιές, οι σπασμένες διαγώνιές αθροίζουν επίσης $M_2(n)$.

Για ένα μαγικό κύβο, μαγικό tesseract κ.λπ., η μαγική d - D σταθερά ειναι

$$M_d(n)=\frac{1}{n^{d-1}}\sum_{k=1}^{n^d}k=\frac{1}{2}n\left(n^d+1\right). \tag{3}$$

Μερικές από τις πρωτες μαγικες σταθερες συνοψιζονται στον παρακατω πινακα.

n	$M_2(n)$	$M_3(n)$	$M_4(n)$
Sloane	A006003	A027441	A021003
1	1	1	1
2	5	9	17
3	15	42	123
4	34	130	514
5	65	315	1565

Υπαρχει μια αντιστοιχη μαγική πολλαπλασιαστικη σταθερα για τον πολλαπλασιαμό των μαγικών τετραγώνων.

Μια παρομοια μαγικη σταθερα $M_n^{(i)}$ του βαθμου k οριζεται για τις μαγικές σειρές και multimagic σειρές ως 1/n φορες το άθροισμα του πρωτου n^2k ου δυνάμεων,

$$M_n^{(k)}=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n^2}i^k=\frac{H_{n^2}^{(-p)}}{n}, \tag{4}$$

οπου $H_n^{(k)}$ ειναι ενας αρμονικός αριθμός της τάξης k. Ο ακολουθος πινακας διχνει μερικές από τις πρωτες τιμές.

n	$k=1$	$k=2$	$k=3$	$k=4$
Sloane	A006003	A052459	A052460	A052461
1	1	1	1	1
2	5	15	50	177
3	15	95	675	5111
4	34	374	4624	60962
5	65	1105	21125	430729

Μια κατασκευή ενός μαγικού τετραγώνου της τάξης 4

Πηγαίνουμε από τα αριστερά στα δεξιά μέσω της τετραγωνικής πλήρωσης και γεμίζοντας τις διαγώνιές μόνο. Κατόπιν συνεχίζουμε πηγαίνοντας από τα αριστερά προς τα δεξιά από την κορυφή αριστερά του τετραγώνου και γεμίζουμε μετρώντας προς τα κάτω από το 16 ή n^2. Όπως παρουσιάζεται κατωτέρω.

M = 4 Διαταξη

1			4
	6	7	
	10	11	
13			16

M = 4 Διαταξη

1	15	14	4
12	6	7	9
8	10	11	5
13	3	2	16

H medjig -μέθοδος για την κατασκευή των μαγικών τετραγώνων της τάξης doubly even για n> 4

Αυτή η εύθυμη μέθοδος είναι βασισμένη σε ένα μαθηματικό παιχνίδι δημοσιευμένο το 2006 αποκαλούμενο medjig (συντάκτης: Willem Barink, συντάκτης: Philos- Spiele). Τα κομμάτια του γρίφου medjig είναι τετράγωνα που διαιρούνται σε τέσσερα τεταρτημόρια στα οποία οι αριθμοί 0 ..1 ..2 και 3 είναι διαστιγμένοι σε όλες τις ακολουθίες. Υπάρχουν 18 τετράγωνα, κάθε ακολουθία εμφανίζεται 3 φορές. Ο στόχος του γρίφου είναι να ληφθούν 9 τετράγωνα από τη συλλογή και να τακτοποιηθούν 3 X 3 " medjig -τετράγωνο" κατά τέτοιο τρόπο ώστε οι σειρές, οι στήλες και οι διαγώνιές που διαμορφώνονται από τα τεταρτημόρια, να παρουσιάζουν το άθροισμα 9.

Ο τρόπος medjig της κατασκευής ενός μαγικού τετραγώνου της τάξης 6 πηγαίνει ως εξής. Τακτοποιήστε το medjig 3 X 3 τετραγωνικό (για την ευκολία αυτή τη φορά μπορείτε να επιλέξετε απεριόριστο από ολόκληρη τη συλλογή). Κατόπιν πάρτε το γνωστό κλασικό μαγικό τετραγωνικό 3 X 3 και διαιρέστε όλους τους αριθμούς σε τέσσερα τεταρτημόρια.
Έπειτα γεμίστε αυτά τα τεταρτημόρια με τον αρχικό αριθμό και τρεις modulo-9 αριθμούς του μέχρι 36, μετά από το σχέδιο της medjig -λύσης. Κάνοντας έτσι, ο αρχικός τομέας με τον αριθμό 8 παράγει τέσσερα υποπεδία με τους αριθμούς 8 (= 8 + 0x9), 17 (= 8 + 1x9), 26 (= 8 + 2x9) και 35 (= 8 + 3x9), ο τομέας με τον αριθμό 3 παράγρι τους αριθμούς 3 ..12 ..21 και 30, κ.λπ...... Βλέπουμε την απεικόνιση κατωτέρω.

Διαταξη 3		
8	1	6
3	5	7
4	9	2

Medjig 3 x 3					
2	3	0	2	0	2
1	0	3	1	3	1
3	1	1	2	2	0
0	2	0	3	3	1

Διάταξη 6					
26	35	1	19	6	24
17	8	28	10	33	15
30	12	14	23	25	7
3	21	5	32	34	16

3	2	2	0	0	2
0	1	3	1	1	3

31	22	27	9	2	20
4	13	36	18	11	29

Με τον ίδιο τρόπο μπορεί να κατασκευαστει ένα μαγικό τετράγωνο της τάξης 8. Πρέπει πρώτα να κατασκευαστει η λύση 4 X 4 medjig (άθροισμα όλων των σειρών, των στηλών και των διαγώνιών 12) και να διευρύνει έπειτα π.χ. το γνωστό μαγικό τετράγωνο 4 X 4 Modulo - 16 έως 64 του Ντύρερ. Για την κατασκευή ενός μαγικού τετραγώνου της τάξης 10 πρέπει να τακτοποιήθεί η λύση 5 X 5 medjig, για την οποία δύο σύνολα κομματιών medjig απαιτούνται. Για τη τάξης 12 μπορείτε απλά να αναπαραγάγετε οριζόντια και κάθετα λύση 3 X 3 medjig και να διευρύνετε έπειτα Modulo- 36 έως 144 η τάξης 6 μαγικό τετράγωνο που γίνεται ανωτέρω. Η τάξη 16 πηγαίνει με τον ίδιος τρόπο.

Η κατασκευή των panmagic τετραγώνων

Οποιοσδήποτε αριθμός p στο τετράγωνο τάξης-n μπορεί να γραφτεί μεμονωμένα στη μορφή p = an+r, με το r που επιλέγεται από {1,... ,n }. Σημειώστε ότι λόγω αυτού του περιορισμού, το a και το r δεν είναι το συνηθισμένα πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του p με το n. Συνεπώς το πρόβλημα μπορεί να χωριστεί σε δύο προβλήματα για να λυθεί ευκολότερα. Έτσι, κατασκευάστε δύο ταιριαστά τετραγωνικά πλέγματα της τάξης n που ικανοποιεί τις panmagic ιδιότητες, μια για τους a-αριθμούς (0...,n-1), και μια για τους r-αριθμούς (1...,n).

Αυτό απαιτεί πολλή σύγχυση, αλλά μπορεί να γίνει. Όταν με επιτυχία, τους συνδυάσουμε σε ένα panmagic - τετράγωνο. Ο Van de Essen και πολλοί άλλοι υπέθεσαν αυτό ήταν επίσης ο τρόπος του μεγάλου Benjamin Franklin (1706-1790) που κατασκεύασε τα διάσημα τετράγωνα franklin. Τρία panmagic τετράγωνα παρουσιάζονται κατωτέρω. Τα πρώτα δύο τετράγωνα έχουν κατασκευαστεί τον Απρίλιος του 2007 από τον Barink, ο τρίτος είναι μερικά έτη παλαιότερος, και προέρχεται από το Donald Morris, ο οποίος χρησιμοποίησε, όπως υποθέτει, τον τρόπο franklin για την κατασκευή.

Order 8, sum 260							
62	4	13	51	46	20	29	35

Order 12, sum 870											
138	8	17	127	114	32	41	103	90	56	65	79

5	59	54	12	21	43	38	28
52	14	3	61	36	30	19	45
11	53	60	6	27	37	44	22
64	2	15	49	48	18	31	33
7	57	56	10	23	41	40	26
50	16	1	63	34	32	17	47
9	55	58	8	25	39	42	24

19	125	140	6	43	101	116	30	67	77	92	54
128	18	7	137	104	42	31	113	80	66	55	89
5	139	126	20	29	115	102	44	53	91	78	68
136	10	15	129	112	34	39	105	88	58	63	81
21	123	142	4	45	99	118	28	69	75	94	52
130	16	9	135	106	40	33	111	82	64	57	87
3	141	124	22	27	117	100	46	51	93	76	70
134	12	13	131	110	36	37	107	86	60	61	83
23	121	144	2	47	97	120	26	71	73	96	50
132	14	11	133	108	38	35	109	84	62	59	85
1	143	122	24	25	119	98	48	49	95	74	72

Order 12, sum 870

1	120	121	48	85	72	73	60	97	24	25	144
142	27	22	99	58	75	70	87	46	123	118	3
11	110	131	38	95	62	83	50	107	14	35	134

136	33	16	105	52	81	64	93	40	129	112	9
8	113	128	41	92	65	80	53	104	17	32	137
138	31	18	103	54	79	66	91	42	127	114	7
5	116	125	44	89	68	77	56	101	20	29	140
139	30	19	102	55	78	67	90	43	126	115	6
12	109	132	37	96	61	84	49	108	13	36	133
135	34	15	106	51	82	63	94	39	130	111	10
2	119	122	47	86	71	74	59	98	23	26	143
141	28	21	100	57	76	69	88	45	124	117	4

Η τάξη 8 του τετραγώνου ικανοποιεί όλες τις panmagic ιδιότητες, συμπεριλαμβανομένων αυτών των franklin. Αποτελείται από 4 τέλεια panmagic 4x4. Σημειώστε ότι και η δύο τάξης 12 τετράγωνα παρουσιάζουν την ιδιοκτησία ότι οποιαδήποτε σειρά ή στήλη μπορεί να διαιρεθεί σε τρία μέρη που έχουν ένα άθροισμα 290 (= 1/3 του συνολικού ποσού μιας σειράς ή μιας στήλης). Αυτή η ιδιοκτησία αντισταθμίζει την απουσία της περισσότερης τυποποιημένης panmagic ιδιοκτησίας franklin ότι οποιαδήποτε σειρά ή στήλη 1/2 παρουσιάζει το άθροισμα του 1/2 του συνόλου. Η τάξη 12 των τετράγωνα διαφέρει κατά πολύ. Το τετράγωνο Barink 12x12 αποτελείται από 9 τέλεια panmagic 4x4 , επιπλέον οποιοιδήποτε 4 διαδοχικοί αριθμοί που αρχίζουν σε οποιαδήποτε περίεργη θέση σε μια σειρά ή μια στήλη παρουσιάζουν το άθροισμα 290.
Το τετράγωνο Morris 12x12 στερείται αυτές τις ιδιότητες, αλλά αντίθετα παρουσιάζει σταθερά διαγωνίων franklin (franklindiagonals). Για μια καλύτερη κατανόηση της κατασκευής αποσυνθέστε τα τετράγωνα όπως περιγράφεται ανωτέρω, και δείτε πώς έγινε. Και σημειώστε τη διαφορά μεταξύ των κατασκευών Barink αφ' ενός, και την κατασκευή Morris,Franklin αφ' ετέρου.

Γενικεύσεις

Πρόσθετοι περιορισμοί

Ορισμένοι πρόσθετοι περιορισμοί μπορούν να επιβληθούν στα μαγικά τετράγωνα. Εάν όχι μόνο οι κύριες διαγώνιές αλλά και οι σπασμένες διαγώνιές αθροίζουν στη μαγική σταθερά, το αποτέλεσμα είναι ένα panmagic τετράγωνο. Εάν η αύξηση κάθε αριθμού σε ορισμένες δυνάμεις παράγει ένα άλλο μαγικό τετράγωνο, το αποτέλεσμα είναι ένα bimagic, trimagic, ή, γενικά, multimagic τετράγωνο

Διαφορετικοί περιορισμοί

Μερικές φορές οι κανόνες για τα μαγικά τετράγωνα είναι χαλαρωμένοι, έτσι ώστε μόνο οι σειρές και οι στήλες αλλά όχι απαραιτήτως οι διαγώνιές αθροίζουν στη μαγική σταθερά. Στα heterosquares και τα antimagic τετράγωνα, 2n + 2 αθροίσματα πρέπει όλα να διαφέρουν.

Άλλες διαδικασίες

Αντί της προσθήκης των αριθμών σε κάθε σειρά, στήλη και διαγώνιος, κάποια μπορεί να εφαρμόσει κάποια άλλη λειτουργία. Παραδείγματος χάριν, ένα πολλαπλασιαστικό μαγικό τετράγωνο έχει ένα σταθερό προϊόν των αριθμών

M = 216		
2	9	12
36	6	1

M = 6720			
1	6	20	56
40	28	2	3

3	4	18	14	5	24	4
			12	8	7	10

Προσθήκη-πολλαπλασιασμός μαγικού τετραγώνου

Ένα τετράγωνο προσθήκη-πολλαπλασιασμού είναι ένα τετράγωνο των ακέραιων αριθμών που είναι ταυτόχρονα ένα μαγικό τετράγωνο και μαγικό τετράγωνο πολλαπλασιασμού

Horner (1955)

46	81	117	102	15	76	200	203
19	60	232	175	54	69	153	78
216	161	17	52	171	90	58	75
135	114	50	87	184	189	13	68
150	261	45	38	91	136	92	27
119	104	108	23	174	225	57	30
116	25	133	120	51	26	162	207
39	34	138	243	100	29	105	152

Boyer (2005)

75	38	207	102	11	20	91	56
5	44	49	104	57	50	153	138
133	200	17	92	45	66	21	26
99	30	39	14	175	152	23	68
78	63	22	15	184	119	100	19
136	161	76	25	42	117	10	33
28	13	40	77	34	69	114	225
46	51	150	171	52	7	88	35

1955,ο Horner βρήκε ένα τετράγωνο της τάξης 8, με τη μαγική σταθερά προσθηκών 840 και την πολλαπλασιαστική μαγική σταθερά 2058068231856000, και το μεγαλύτερο αριθμό 243 (αριστερός σχήμα Horner 1955, Hunter και Madachy 1975).Το 2005, ο Boyer βρήκε το μικρότερο τετράγωνο τάξης-οκτώ το οποίο φαίνεται ανωτέρω με τη σταθερά προσθηκών 600, την πολλαπλασιαστική σταθερά 67463283888000, και το μεγαλύτερο αριθμό 225 (σωστό σχήμα).Ο Boyer βρήκε επίσης ένα τετράγωνο με τη μικρότερη πολλαπλασιαστική σταθερά 51407948592000, αλλά τη μεγαλύτερη σταθερά προσθηκών (760) και το μεγαλύτερο αριθμό (333).

$9 \times 9\ (1)$

200	87	95	42	99	1	46	108	170
14	44	10	184	81	85	150	261	19
138	243	17	50	116	190	56	33	5
57	125	232	9	7	66	68	230	54
4	70	22	51	115	216	171	25	174
153	23	162	76	250	58	3	35	88
145	152	75	11	6	63	270	34	92
110	2	28	135	136	69	29	114	225
27	102	207	290	38	100	55	8	21

$9 \times 9\ (2)$

17	171	126	54	230	100	93	264	145
124	66	290	85	57	168	162	23	225
216	115	75	279	198	29	170	76	42
261	186	33	210	68	38	200	135	69
50	270	92	87	248	165	21	153	114
105	51	152	150	27	207	116	62	330
138	25	243	132	58	310	95	63	136
190	84	34	184	125	81	297	174	31
99	232	155	19	189	102	46	250	108

Τα δύο τετράγωνα προσθήκης-πολλαπλασιασμού ανωτέρω είναι τις τάξης εννιά με τις μαγικές σταθερές προσθηκών 848 και 1200 και τις πολλαπλασιαστικά μαγικές σταθερές 5804807833440000 και 1619541385529760000, αντίστοιχα (Hunter και Madachy 1975, Madachy 1979).

1	−3	2
−4	12	−8
3	−9	6

L.Sallows έχει κατασκευάσει ένα ενδιαφέρον 3x3 μαγικό τετράγωνο στο οποίο οι σειρές και οι στήλες έχουν το σταθερό άθροισμα 0, ενώ οι σπειροειδείς διαγώνιές έχουν το σταθερό προϊόν 72.

Μαγικό τετράγωνο πολλαπλασιασμού

Ένα τετράγωνο που είναι μαγικό κάτω από τον πολλαπλασιασμό αντί της προσθήκης (η λειτουργία που χρησιμοποιείται για να καθορίσει ένα σύμβατικό μαγικό τετράγωνο) καλείται μαγικό τετράγωνο πολλαπλασιασμού. Αντίθετα από (τα κανονικά) μαγικά τετράγωνα, οι n^2 καταχωρήσεις για ένα $n^{ιοστης}$ τάξης πολλαπλασιαστικό μαγικό τετράγωνο δεν απαιτείται για να είναι διαδοχικό

128	1	32
4	16	64
8	256	2

Το ανωτέρω μαγικό τετράγωνο πολλαπλασιασμού έχει μια πολλαπλασιαστική μαγική σταθερά 4096 και βρέθηκε από τον Antoine Arnauld στα Καινούργια στοιχεία Γεωμετρίας (*Nouveaux Eléments de Géométrie*), Παρίσι το 1667 (Boyer).

18	1	12
4	6	9
3	36	2

1	15	24	14
12	28	3	5
21	6	10	4
20	2	7	18

Οι μικρότερες πιθανές μαγικές σταθερές για 3x3, 4x4... είναι 216,5040,302400,25945920... (A114060 Sloane). Η λύση 3x3 (που αφήνεται) βρέθηκε από τον Sayles το 1913 και δημοσιεύθηκε επίσης από τον Dudeney (1917). Ο Sayles βρήκε επίσης τη λύση 4x4 (δεξιά), η οποία αποδείχθηκε στη συνέχεια ελάχιστη από τους Borkovitz και Hwang (1983). Η σειρές των καλύτερων γνωστών μικρότερου μεγαλύτερου στοιχείου για ένα nxn μαγικό τετράγωνο πολλαπλασιασμού με n=3, 4... αρχίζει 36 ..28 ..45 ..66 ..91 ..160 ..225... (Boyer).

Άλλα Μαγικά Τετράγωνα

Lo Shu

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Το μοναδικό μαγικό τετράγωνο τρίτης τάξης. Το τετράγωνο του Lo Shu είναι ένα συνειρμικό μαγικό τετράγωνο, αλλά δεν είναι τετράγωνο panmagic.

Antimagic τετράγωνο

15	2	12	4
1	14	10	5
8	9	3	16
11	13	6	7

21	18	6	17	4
7	3	13	16	24
5	20	23	11	1
15	8	19	2	25
14	12	9	22	10

10	25	32	13	16	9
22	7	3	24	21	30
20	27	18	26	11	6
1	31	23	33	17	8
19	5	36	12	15	29
34	14	2	4	35	28

14	3	34	21	47	29	22
43	16	13	25	6	26	44
30	48	24	8	12	9	45
10	5	11	38	49	46	19
4	41	37	36	33	27	1
39	17	40	20	7	35	23
31	42	18	32	28	2	15

49	16	50	10	19	28	24	56
42	43	11	15	44	38	55	5
25	21	48	46	9	37	6	63
29	47	8	40	51	30	52	1
45	22	54	23	20	34	2	62
14	59	18	33	41	26	61	13
36	12	58	32	27	64	3	35
17	39	7	57	53	4	60	31

52	19	81	22	29	15	42	31	76
61	10	67	23	54	79	25	33	16
57	9	71	24	38	1	51	47	75
26	78	7	69	66	77	13	27	12
39	21	74	20	37	17	49	55	64
8	65	4	62	50	34	73	41	40
56	68	2	63	14	72	35	44	6
53	30	60	32	36	3	46	43	58
11	70	5	59	48	80	28	45	18

Ένα antimagic τετράγωνο είναι ένας nxn πίνακας με ακεραίους από το 1 έως n^2 τέτοια ώστε καθε γραμμή, στήλη και κύρια διαγώνιος να παράγουν ένα

διαφορετικό άθροισμα έτσι ώστε αυτά τα ποσά διαμορφώνουν μια ακολουθία διαδοχικών ακέραιων αριθμών.
Είναι επομένως μια ειδική περίπτωση ενός heterosquare.

Ορίστηκε από τον Lindon (1962) και εμφανίστηκε στη συλλογή του Madachy σπαζοκεφαλιές (Madachy 1979, σ. 103), που δημοσιεύτηκε αρχικά το 1966. Antimagic τετράγωνα των τάξεων 4-9 απεικονίζονται ανωτέρω (Madachy 1979). Για το 4x4 τετράγωνο, τα ποσά που έχουν 30, 31, 32, ..., 39 · για το 5x5 τετράγωνο είναι 59, 60, 61, ..., 70 · και ούτω καθεξής.

Αφήστε ένα antimagic τετράγωνο της τάξης n καταχωρήσεις έχει 0, 1, ..., n^2-2, n^2-1, και αφήστε

$$M(n) \equiv \frac{1}{2}n(n^2+1)$$

τη μαγική σταθερά. Τότε αν ένα antimagic τετράγωνο της τάξης n υπάρχει, είναι είτε θετικό με τα ποσά $[M(n)-n, M(n)+n+1]$, ή αρνητικό με ποσά $[M(n)-n-1, M(n)+n]$ (Madachy 1979).

Antimagic τετράγωνα των τάξεων ένα, δυο, τρία είναι και αδύνατο να δημιουργηθούν. Στην περίπτωση του 3x3 τετραγώνων, δεν υπάρχει καμία γνωστή μέθοδος της απόδειξης για το γεγονός, εκτός από την περίπτωση η καταμέτρηση ανάλυσης με ηλεκτρονικό υπολογιστή. Υπάρχουν 18 οικογένειες των antimagic τετραγώνων της τάξης τέσσερα. Ο συνολικός αριθμός των antimagic τετραγώνων των τάξεων 1, 2, ... πλήρη ομάδα των συμμετριών (ανάκλαση, η εναλλαγή, η συμπλήρωση και ανταλλαγές), 0, 0, 0, 299710, ... A050257 (Sloane της A050257 · Cormie).

Madachy (1979) και Abe (1994) αναζήτησαν για μεθόδους κατασκευής τετραγώνων antimagic καθε τάξης. Πρόσφατα, J. Cormie και V. Linek έχουν αναπτύξει γενικές κατασκευές για τα τετράγωνα της τάξης n για όλα τα n>3 , καθώς και για την οριοθέτηση των antimagic τετραγώνων.

Multimagic Τετράγωνο

Ένα μαγικό τετράγωνο λέγεται p - multimagic αν το τετράγωνο είναι διαμορφωμένο να αντικαταστήσει καθε στοιχείο με υψωμένη τη δύναμη του k για k=1 , 2, ..., p είναι επίσης μαγικό. Ένα 2-multimagic τετράγωνο ονομάζεται bimagic, ένα 3-multimagic τετράγωνο ονομάζεται trimagic, ένα 4-multimagic τετράγωνο ονομάζεται tetramagic, ένα 5-multimagic τετράγωνο pentamagic λέγεται, και ούτω καθεξής.

Το πρώτο γνωστό τετράγωνο bimagic ήταν της τάξης οκτώ και κατασκευάστηκε από τον Pfefferman (1891). Tetramagic και pentamagic τετράγωνα κατασκευάστηκαν από τον Christian Boyer και André Viricel το 2001 (Boyer 2001).

Bimagic Τετράγωνο

Αν αντικαθιστάς καθε αριθμό από το τετράγωνο σε ένα μαγικό τετράγωνο παράγει ένα άλλο μαγικό τετράγωνο, το τετράγωνο ονομάζεται bimagic τετράγωνο. Bimagic τετράγωνα επίσης ονομάζονται τα διπλά μαγικά τετράγωνα και τα 2 multimagic τετράγωνα.

Ο Lucas (1891) και αργότερα ο Hendricks (1998) έδειξαν ότι ένα bimagic τετράγωνο της τάξης 3 είναι αδύνατον να δημιουργηθεί για οποιοδήποτε σύνολο αριθμών, εκτός από την τετριμμένη περίπτωση, χρησιμοποιώντας τον ίδιο αριθμό 9 φόρες.

56	34	8	57	18	47	9	31
33	20	54	48	7	29	59	10
26	43	13	23	64	38	4	49
19	5	35	30	53	12	46	60
15	25	63	2	41	24	50	40
6	55	17	11	36	58	32	45
61	16	42	52	27	1	39	22
44	62	28	37	14	51	21	3

16	41	36	5	27	62	55	18
26	63	54	19	13	44	33	8
1	40	45	12	22	51	58	31
23	50	59	30	4	37	48	9
38	3	10	47	49	24	29	60
52	21	32	57	39	2	11	46
43	14	7	34	64	25	20	53
61	28	17	56	42	15	6	35

Το πρώτο γνωστό bimagic τετράγωνο, κατασκευάστηκε από τον Pfeffermann (1891a · αριστερό σχήμα), ήταν της τάξης 8 με μαγική σταθερά το 260 για το βασικό τετράγωνο και 11180 μετά τετραγωνισμό. Ένα άλλο τάξης 8 bimagic τετράγωνο εμφανίζεται στα δεξιά.

Ο Benson και ο Jacoby (1976) δήλωσαν την πεποίθηση τους ότι δεν υπάρχουν bimagic τετράγωνα μικρότερα της τάξεως του 8 και αυτό αποδεδείχθηκε στη συνεχεία από το Boyer και τον Trump, το 2002 (Boyer).

22	3	81	42	34	47	17	59	64
37	54	15	71	76	57	32	20	7
33	38	8	55	72	77	52	13	21
68	73	43	12	26	4	63	51	29
2	16	58	46	41	36	24	66	80
53	31	19	78	56	70	39	9	14
61	69	30	5	10	27	74	44	49
75	62	50	25	6	11	67	28	45
18	23	65	35	48	40	1	79	60

O Pfeffermann (1891b) δημοσίευσε επίσης το πρώτο bimagic τετράγωνο τάξης 9. Μονό ένα μέρος από τα πρώτα bimagic τετράγωνα του Pfeffermann της τάξης 8 και 9, δημοσιεύθηκαν, με την ολοκλήρωσή τους που αφήνεται όπως τους γρίφους προς τον αναγνώστη και λύσεις τους που εμφανίζονται δύο εβδομάδες αργότερα στα ακόλουθα θέματα (Boyer).

17	36	55	124	62	114
58	40	129	50	111	20
108	135	34	44	38	49
87	98	92	102	1	28
116	25	86	7	96	78
22	74	12	81	100	119

O Wroblewski βρήκε τα πρώτα γνωστά 6x6 bimagic τετράγωνα χρησιμοποιώντας ευδιάκριτους (αλλά όχι διαδοχικούς)ακεραίους (Boyer 2006), απεικονίζεται ανωτέρω.

Trimagic Τετράγωνο

Αν αντικαθιστάς καθε αριθμό από το τετράγωνο ή τον κύβο σε ένα μαγικό τετράγωνο παράγεται ένα άλλο μαγικό τετράγωνο και το τετράγωνο αυτό ονομάζεται trimagic τετράγωνο. Tamultimagic squares Trimagic τετράγωνα ονομάζονται και trebly μαγικά τετράγωνα και είναι 3 – multimagic τετράγωνα

Τα Trimagic τετράγωνα της τάξης 12, 32, και μεγαλύτερα είναι γνωστά. Ο Tarry (1906) έδωσε μια μέθοδο για την κατασκευή ενός trimagic τετραγώνου της τάξης 128, Ο Cazalas μια μέθοδο για trimagic τετράγωνα των τάξεων 64 και 81, Ο RV Heath μια μέθοδο για την κατασκευή της τάξης 64 ενός trimagic τετραγώνου η οποία είναι διαφορετική από την μέθοδο κατασκευής του Cazalas (Kraitchik 1942), και ο Benson (Benson και Jacoby 1976), μια μέθοδο για την κατασκευή μιας τάξης 32 για ένα trimagic τετράγωνο.

1	22	33	41	62	66	79	83	104	112	123	144
9	119	45	115	107	93	52	38	30	100	26	136
75	141	35	48	57	14	131	88	97	110	4	70
74	8	106	49	12	43	102	133	96	39	137	71
140	101	124	42	60	37	108	85	103	21	44	5
122	76	142	86	67	126	19	78	59	3	69	23
55	27	95	135	130	89	56	15	10	50	118	90
132	117	68	91	11	99	46	134	54	77	28	13
73	64	2	121	109	32	113	36	24	143	81	72
58	98	84	116	138	16	129	7	29	61	47	87
80	34	105	6	92	127	18	53	139	40	111	65
51	63	31	20	25	128	17	120	125	114	82	94

Ο Walter Trump κατασκεύασε το πρώτο trimagic τετράγωνο της τάξης 12 τον Ιούνιο του 2002. Αυτό το τετράγωνο, είναι διευκρινισμένο ανωτέρω , είναι το μικρότερο δυνατό trimagic τετράγωνο, από τότε που ο Boyer και ο Trump απέδειξαν ότι ένα trimagic τετράγωνο μικρότερο της τάξης 12 δεν μπορεί να υπάρχει (Boyer).

Tetramagic Τετράγωνο

Ένα multimagic τετράγωνο έτσι ώστε η πρώτη, η δεύτερη, η τρίτη, και η τέταρτη δυνάμεις των στοιχείων όλων παράγουν τα μαγικά τετράγωνα που είναι γνωστά ως tetramagic τετράγωνο. Το πρώτο γνωστό tetramagic τετράγωνο κατασκευάστηκε από τους Boyer και André Viricel το Μάιο του 2001. Είναι της τάξης 512 (Boyer 2001).

Pentamagic Τετράγωνο

Ένα τέτοιο τετράγωνο multimagic έτσι ώστε η πρώτη, η δεύτερη, η τρίτη, η τέταρτη και η πέμπτη δυνάμεις του όλα τα στοιχειά απόδοσης μαγικά τετράγωνα είναι γνωστά ως pentamagic τετράγωνο . Το πρώτο γνωστό τετράγωνο pentamagic κατασκευάστηκε από τους Boyer και André Viricel το 2001 (Boyer 2001) και ήταν της τάξης 1024. Ένα pentamagic τετράγωνο της τάξης 729 στη συνεχεία βρέθηκε από τον Wen Li τον Ιούνιο του 2003.

Alphamagic Τετράγωνο

Ένα μαγικό τετράγωνο για το οποίο ο αριθμός των γραμμάτων και η λέξη για καθε σειρά δημιουργεί ένα άλλο μαγικό τετράγωνο. Ο ορισμός αυτός εξαρτάται, φυσικά, από τη γλωσσά που χρησιμοποιείται. Στα αγγλικά, για παράδειγμα,

5	22	18		4	9	8
28	15	2		11	7	3,
12	8	25		6	5	10

όπου το μαγικό τετράγωνο στην δεξιά αντιστοιχεί στον αριθμό των γραμμάτων .

five	twenty – two	eighteen
twenty – eight	fifteen	two .
twelve	eight	twenty – five

Panmagic Τετράγωνο

Εάν όλες οι διαγώνιες συμπεριλαμβανόμενων εκείνων που προκύπτουν από το τύλιγμα γύρω από τις άκρες– ενός μαγικού τετραγώνου του πόσου για την ιδία μαγική σταθερά, το τετράγωνο αυτό ονομάζεται panmagic τετράγωνο (Kraitchik 1942, pp. 143 και 189-191) . (Μόνο οι σειρές, στήλες, και κύρια διαγώνιος πρέπει να έχουν το ίδιο άθροισμα με την σταθερά για τη συνηθισμένο τύπο του μαγικού τετραγώνου.) Οι οροί διαβολικά τετράγωνα (Gardner 1961, pp. 135-137 · Hunter και Madachy 1975, σ 24 · Madachy 1979 , σελ.87), pandiagonal τετράγωνα (Hunter και Madachy 1975, σ. 24), και Nasik τετράγωνα (Madachy 1979, σ. 87) χρησιμοποιούνται επίσης μερικές φορές.

Δεν υπάρχουν panmagic τετράγωνα της τάξης 3 ή οποιαδήποτε τάξη 4k+2 για k ακέραιο μαγικών τετραγώνων. Η μέθοδος Siamese για τη δημιουργία μαγικών τετραγώνων παράγει panmagic τετράγωνα για τάξεις 6k+1, 6k-1 με απλά διανύσματα (2, 1) και όριο διανυσμάτων (1,-1).

1	15	24	8	17
23	7	16	5	14
20	4	13	22	6
12	21	10	19	3
9	18	2	11	25

Το Lo Shu δεν είναι panmagic τετράγωνο αλλά είναι ένα συνειρμικό μαγικό τετράγωνοassociative. Τέταρτης τάξης τετράγωνα μπορεί να είναι panmagic ή συνειρμική, αλλά όχι και τα δύο Πέμπτης τάξης τετράγωνα είναι τα μικρότερα που μπορούν να είναι ταυτόχρονα και συνειρμικά και panmagic και 16 διακριτές συνειρμικά panmagic τετράγωνα υπάρχουν , ένα από τα οποία διευκρινίζεται ανωτέρω (Gardner 1988).

1	8	10	15		1	8	10	15		1	8	11	14		1	8	11	14		1	8	13	12		1	8	13	12		1	12	6	15		1	12	7	14
12	13	3	6		14	11	5	4		12	13	2	7		15	10	5	4		14	11	2	7		15	10	3	6		14	7	9	4		15	6	9	4
7	2	16	9		7	2	16	9		6	3	16	9		6	3	16	9		4	5	16	9		4	5	16	9		11	2	16	5		10	3	16	5
14	11	5	4		12	13	3	6		15	10	5	4		12	13	2	7		15	10	3	6		14	11	2	7		8	13	3	10		8	13	2	11

1	12	13	8		1	12	13	8		1	14	7	12		1	14	11	8		2	7	9	16		2	7	9	16		2	7	12	13		2	7	12	13
14	7	2	11		15	6	3	10		15	4	9	6		15	4	5	10		11	14	4	5		13	12	6	3		11	14	1	8		16	9	6	3
4	9	16	5		4	9	16	5		10	5	16	3		6	9	16	3		8	1	15	10		8	1	15	10		5	4	15	10		5	4	15	10
15	6	3	10		14	7	2	11		8	11	2	13		12	7	2	13		13	12	6	3		11	14	4	5		16	9	6	3		11	14	1	8

2	7	14	11		2	7	14	11		2	11	5	16		2	11	8	13		2	11	14	7		2	11	14	7		2	13	8	11		2	13	12	7
13	12	1	8		16	9	4	5		13	8	10	3		16	5	10	3		13	8	1	12		16	5	4	9		16	3	10	5		16	3	6	9
3	6	15	10		3	6	15	10		12	1	15	6		9	4	15	6		3	10	15	6		3	10	15	6		9	6	15	4		5	10	15	4
16	9	4	5		13	12	1	8		7	14	4	9		7	14	1	12		16	5	4	9		13	8	1	12		7	12	1	14		11	8	1	14

3	6	9	16		3	6	12	13		3	6	15	10		3	6	15	10		3	10	5	16		3	10	8	13		3	10	15	6		3	10	15	6
13	12	7	2		16	9	7	2		13	12	1	8		16	9	4	5		13	8	11	2		16	5	11	2		13	8	1	12		16	5	4	9
8	1	14	11		5	4	14	11		2	7	14	11		2	7	14	11		12	1	14	7		9	4	14	7		2	11	14	7		2	11	14	7
10	15	4	5		10	15	1	8		16	9	4	5		13	12	1	8		6	15	4	9		6	15	1	12		16	5	4	9		13	8	1	12

3	13	8	10		3	13	12	6		4	5	10	15		4	5	11	14		4	5	16	9		4	5	16	9		4	9	6	15		4	9	7	14
16	2	11	5		16	2	7	9		14	11	8	1		15	10	8	1		14	11	2	7		15	10	3	6		14	7	12	1		15	6	12	1
9	7	14	4		5	11	14	4		7	2	13	12		6	3	13	12		1	8	13	12		1	8	13	12		11	2	13	8		10	3	13	8
6	12	1	15		10	8	1	15		9	16	3	6		9	16	2	7		15	10	3	6		14	11	2	7		5	16	3	10		5	16	2	11

4	9	16	5		4	9	16	5		4	14	7	9		4	14	11	5		5	4	14	11		5	4	15	10		6	3	13	12		6	3	16	9
14	7	2	11		15	6	3	10		15	1	12	6		15	1	8	10		16	9	7	2		16	9	6	3		15	10	8	1		15	10	5	4
1	12	13	8		1	12	13	8		10	8	13	3		6	12	13	3		3	6	12	13		2	7	12	13		4	5	11	14		1	8	11	14
15	6	3	10		14	7	2	11		5	11	2	16		9	7	2	16		10	15	1	8		11	14	1	8		9	16	2	7		12	13	2	7

Ο αριθμός των διακριτών panmagic τετραγώνων της τάξης 1, 2, ... είναι 1, 0, 0, 48, 3600, ... Εδώ, η αρίθμηση των 4x4 τετραγώνων (όλες οι 48 εκ των όποιων είναι βλ. ανωτέρω), διορθώνουν οι Madachy και Hunter (1975, pp. 24-25), οι οποιοι αναφέρουν το συνολικό αριθμό των 4x4 384 τετραγώνων αντί για τον αριθμό των διακριτών αυτών των τετραγώνων.

Είναι δύσκολο να κατασκευαστεί ένα τετράγωνο που να είναι ταυτόχρονα bimagic και panmagic. Ο Tarry βρήκε ένα 8x8 παράδειγμα με μη διαδοχικούς ακέραιους αριθμούς το 1903. Τον Φεβρουάριο του 2006, ο Su Maoting, ένας αυτοκινητιστής μεταφορών εργαζόμενος στην επαρχία Φουτζιαν της Κίνας, κατάφερε να βρει ένα 32x32 παράδειγμα ενός bimagic panmagic τετραγώνου. Panmagic τετράγωνα έχουν σχέση με hypercubes.

Συνειρμικό Τετράγωνο

1	8	12	13
14	11	7	2
15	10	6	3
4	5	9	16

1	8	12	13
15	10	6	3
14	11	7	2
4	5	9	16

1	8	14	11
12	13	7	2
15	10	4	5
6	3	9	16

1	8	14	11
15	10	4	5
12	13	7	2
6	3	9	16

1	8	15	10
12	13	6	3
14	11	4	5
7	2	9	16

1	8	15	10
14	11	4	5
12	13	6	3
7	2	9	16

1	12	8	13
14	7	11	2
15	6	10	3
4	9	5	16

1	12	8	13
15	6	10	3
14	7	11	2
4	9	5	16

1	12	14	7
15	6	4	9
8	13	11	2
10	3	5	16

1	12	15	6
14	7	4	9
8	13	10	3
11	2	5	16

1	14	8	11
15	4	10	5
12	7	13	2
6	9	3	16

1	14	12	7
15	4	6	9
8	11	13	2
10	5	3	16

2	7	11	14
13	12	8	1
16	9	5	4
3	6	10	15

2	7	11	14
16	9	5	4
13	12	8	1
3	6	10	15

2	7	13	12
11	14	8	1
16	9	3	6
5	4	10	15

2	7	13	12
16	9	3	6
11	14	8	1
5	4	10	15

2	7	16	9
11	14	5	4
13	12	3	6
8	1	10	15

2	7	16	9
13	12	3	6
11	14	5	4
8	1	10	15

2	11	7	14
13	8	12	1
16	5	9	4
3	10	6	15

2	11	7	14
16	5	9	4
13	8	12	1
3	10	6	15

2	11	13	8
16	5	3	10
7	14	12	1
9	4	6	15

2	11	16	5
13	8	3	10
7	14	9	4
12	1	6	15

2	13	7	12
16	3	9	6
11	8	14	1
5	10	4	15

2	13	11	8
16	3	5	10
7	12	14	1
9	6	4	15

3	6	13	12
10	15	8	1
16	9	2	7
5	4	11	14

3	6	13	12
16	9	2	7
10	15	8	1
5	4	11	14

3	6	16	9
10	15	5	4
13	12	2	7
8	1	11	14

3	6	16	9
13	12	2	7
10	15	5	4
8	1	11	14

3	10	13	8
16	5	2	11
6	15	12	1
9	4	7	14

3	10	16	5
13	8	2	11
6	15	9	4
12	1	7	14

3	13	6	12
16	2	9	7
10	8	15	1
5	11	4	14

3	13	10	8
16	2	5	11
6	12	15	1
9	7	4	14

4	5	14	11
9	16	7	2
15	10	1	8
6	3	12	13

4	5	14	11
15	10	1	8
9	16	7	2
6	3	12	13

4	5	15	10
9	16	6	3
14	11	1	8
7	2	12	13

4	5	15	10
14	11	1	8
9	16	6	3
7	2	12	13

4	9	14	7
15	6	1	12
5	16	11	2
10	3	8	13

4	9	15	6
14	7	1	12
5	16	10	3
11	2	8	13

4	14	5	11
15	1	10	8
9	7	16	2
6	12	3	13

4	14	9	7
15	1	6	12
5	11	16	2
10	8	3	13

5	4	16	9
10	15	3	6
11	14	2	7
8	1	13	12

5	4	16	9
11	14	2	7
10	15	3	6
8	1	13	12

5	10	11	8
16	3	2	13
4	15	14	1
9	6	7	12

5	11	10	8
16	2	3	13
4	14	15	1
9	7	6	12

6	3	15	10
9	16	4	5
12	13	1	8
7	2	14	11

6	3	15	10
12	13	1	8
9	16	4	5
7	2	14	11

6	9	12	7
15	4	1	14
3	16	13	2
10	5	8	11

6	12	9	7
15	1	4	14
3	13	16	2
10	8	5	11

Μια nxn μαγικό τετράγωνοmagic square για καθε ζεύγος αριθμών συμμετρικά απέναντι από το κέντρο πόσου για την n2+1. Το Lo Shu τετράγωνοLo Shupanmagic είναι συνειρμικό αλλά όχι panmagic. Οι αριθμοί των συνειρμικών μαγικών τετραγώνων της τάξης 1, 2, ... είναι 1, 0, 1, 48, ...

1	15	24	8	17
23	7	16	5	14
20	4	13	22	6
12	21	10	19	3
9	18	2	11	25

Τέταρτης τάξης τετράγωνα Order four squares can be panmagic or associative, but not both.μπορούν να είναι panmagic ή συνειρμικά, αλλά όχι και τα δυο. Order five squares are the smallest which can be both associative and panmagic , and 16 distinct associative panmagic squares exist, one of which is illustrated above (Gardner 1988). Πέμπτης τάξης τετράγωνα είναι τα μικρότερα τετράγωνα που μπορούν να είναι ταυτόχρονα και συνειρμικά και panmagic και 16 διακριτά συνειρμικά panmagic τετράγωνα υπάρχουν ένα από τα οποία διευκρινίζεται ανωτέρω (Gardner 1988). The numbers of associative panmagic squares of order 1, 2, ... Οι αριθμοί των συνειρμικών panmagic τετραγώνων της τάξης 1, 2, ... are therefore 1, 0, 0, 0, 16, ... είναι, επομένως, 1, 0, 0, 0, 16,....

Semimagic Τετράγωνο

Ένα semimagic τετράγωνο είναι ένα τετράγωνο που αποτυγχάνει να είναι ένα μαγικό τετράγωνο επειδή μια ή δυο από τις κύριες διαγώνιους δεν έχει ίσο άθροισμα με τη μαγική σταθερά (Kraitchik 1942, σ. 143). Σημείωση κάποια προσοχή, με την ορολογία είναι απαραίτητη. Για παράδειγμα Όροι Jelliss ένα semimagic τετράγωνο ένα "μαγικό τετραγωνικό" και μαγικό τετράγωνο ένα " diagonally μαγικό τετράγωνο."

1	5	9
6	7	2
8	3	4

1	5	9
8	3	4
6	7	2

1	6	8
9	2	4
5	7	3

1	8	6
9	4	2
5	3	7

2	4	9
6	8	1
7	3	5

2	6	7
9	1	5
4	8	3

2	7	6
9	5	1
4	3	8

3	4	8
5	9	1
7	2	6

3	7	5
8	6	1
4	2	9

Ο αριθμός των διακριτών semimagic τετραγώνων των τάξεων 1, 2, ... είναι 1, 0, 9, ... Τα εννέα semimagic τετράγωνα της τάξης 3 απεικονίζονται ανωτέρω.

Μαγικό Τετράγωνο Prime

67	1	43
13	37	61
31	73	7

17	89	71
113	59	5
47	29	101

1669	199	1249
619	1039	1459
829	1879	409

3	61	19	37
43	31	5	41
7	11	73	29
67	17	23	13

Ένα μαγικό τετράγωνο prime είναι ένα μαγικό τετράγωνο που αποτελείται μόνο πρωταρχικούς αριθμούς (παρόλο που ο αριθμός 1 είναι μερικές φόρες επιτρέπεται σε αυτά τα τετράγωνα). Το αριστερό τετράγωνο είναι το 3x3 prime μαγικό τετράγωνο (που περιέχει το 1) να έχει τη μικρότερη δυνατή μαγική σταθερά, και ανακαλύφθηκε το 1917 από τον Dudeney (Dudeney 1970 · Gardner 1984, p. 86). Το δεύτερο τετράγωνο είναι ένα 3x3 μαγικό τετράγωνο που αποτελείται από πρωταρχικούς αριθμούς μόνο για να έχει τη μικρότερη δυνατή μαγική σταθερά (Madachy 1979, σ 95 · δόθηκε στη Ondrejka P.). Το τρίτο τετράγωνο είναι ένα 3x3 prime μαγικό τετράγωνο που αποτελείται από πρωταρχικούς αριθμούς δομημένους σε αριθμητική πρόοδο έτσι ώστε να έχει τη μικρότερη δυνατή μαγική σταθερά με άθροισμα 210 (Madachy 1979, σ 95 · δόθηκε στη Ondrejka P.). Το 4x4 prime μαγικό τετράγωνο στα δεξιά βρέθηκε από τον AW Johnson, Jr (Dewdney 1988).

1	823	821	809	811	797	19	29	313	31	23	37
89	83	211	79	641	631	619	709	617	53	43	739
97	227	103	107	193	557	719	727	607	139	757	281
223	653	499	197	109	113	563	479	173	761	587	157
367	379	521	383	241	467	257	263	269	167	601	599
349	359	353	647	389	331	317	311	409	307	293	449
503	523	233	337	547	397	421	17	401	271	431	433
229	491	373	487	461	251	443	463	137	439	457	283
509	199	73	541	347	191	181	569	577	571	163	593
661	101	643	239	691	701	127	131	179	613	277	151
659	673	677	683	71	67	61	47	59	743	733	41
827	3	7	5	13	11	787	769	773	419	149	751

Σύμφωνα με μια απόδειξη του 1913 του J. N. Muncey , το μικρότερο μαγικό τετράγωνο που αποτελείται από διαδοχικούς πρωταρχικούς περιττούς αριθμούς που περιλαμβάνει τον αριθμό 1 είναι της τάξης 12 και απεικονίζεται ανωτέρω.

1480028159	1480028153	1480028201
1480028213	1480028171	1480028129
1480028141	1480028189	1480028183

Το 3x3 prime τετράγωνο του οποίου οι συμμετοχές είναι συνεχόμενες πρωταρχικές απεικονίζεται ανωτέρω ανακαλύφθηκε από το Nelson (Guy 1994, Ριβιέρα), ως απάντηση σε μια πρόκληση του Martin Gardner. Νέλσον συλλέγοντας το βραβείο Gardner των 100$, καθώς επίσης βρέθηκαν και άλλα 20 τέτοια τετράγωνα (Guy 1994).

1153	8923	1093	9127	1327	8277	1063	9133	9661	1693	991	8887	8353
9967	8161	3253	2857	6823	2143	4447	8821	8713	8317	3001	3271	907
1831	8167	4093	7561	3631	3457	7573	3907	7411	3967	7333	2707	9043
9907	7687	7237	6367	4597	4723	6577	4513	4831	6451	3637	3187	967
1723	7753	2347	4603	5527	4993	5641	6073	4951	6271	6527	3121	9151
9421	2293	6763	4663	4657	9007	1861	5443	6217	6211	4111	5581	1453
2011	2683	6871	6547	5227	1873	5437	9001	5647	4327	4003	8191	8863
9403	8761	3877	4783	5851	5431	9013	1867	5023	5091	6997	2113	1471
1531	2137	7177	5673	5923	5881	5233	4801	5347	4201	3697	8737	9343
9643	2251	7027	4423	6277	6151	4297	8361	6043	4507	3847	9623	1231
1783	2311	3541	3313	7243	7417	3301	6967	3463	5907	6781	8563	9091
9787	7603	7621	3017	4051	8731	5427	2053	2161	2557	7873	2713	1087
2521	1951	9781	1747	9547	1597	9811	1741	1213	9181	9883	1987	9721

Το εκπληκτικό τετράγωνο παραπάνω (Madachy 1979) είναι ένα13x13border square prime border μαγικό τετράγωνο έτσι ώστε το 11x11,9x9 , ..., και3x3 Υποτετράγωνα να είναι επίσης prime μαγικά τετράγωνα.

Border Τετράγωνο

40	1	2	3	42	41	46
38	31	13	14	32	35	12
39	30	26	21	28	20	11
43	33	27	25	23	17	7
6	16	22	29	24	34	44
5	15	37	36	18	19	45
4	49	48	47	8	9	10

31	13	14	32	35
30	26	21	28	20
33	27	25	23	17
16	22	29	24	34
15	37	36	18	19

26	21	28
27	25	23
22	29	24

Είναι ένα μαγικό τετράγωνο που παραμένει μαγικό όταν το περίγραμμα-πλαίσιο (σύνορα) μετακινείται. Ένα εμφωλευμένο μαγικό τετράγωνο παραμένει μαγικό αφότου αφαιρούνται διαδοχικά τα σύνορα ένα τετράγωνο τη φορά. Ένα παράδειγμα εμφωλευμένου μαγικού τετραγώνου είναι της τάξης 7 που απεικονίζεται παραπάνω (δηλαδή, η σειρά 7, 5, και 3 τετράγωνα που το αποτελούν, είναι όλα μαγικά).

1153	8923	1093	9127	1327	9277	1063	9133	9661	1693	991	8887	8353
9967	8161	3253	2857	6823	2143	4447	8821	8713	8317	3001	3271	907
1831	8167	4093	7561	3631	3457	7573	3907	7411	3967	7333	2707	9043
9907	7687	7237	6367	4597	4723	6577	4513	4831	6451	3637	3187	967
1723	7753	2347	4603	5527	4993	5641	6073	4951	6271	8527	3121	9151
9421	2293	6763	4663	4657	9007	1861	5443	6217	6211	4111	8581	1453
2011	2683	6871	6547	5227	1873	5437	9001	5647	4327	4003	8191	8863
9403	8761	3877	4783	5851	5431	9013	1867	5023	6091	6997	2113	1471
1531	2137	7177	6673	5923	5881	5233	4801	5347	4201	3697	8737	9343
9643	2251	7027	4423	6277	6151	4297	6361	6043	4507	3847	8623	1231
1783	2311	3541	3313	7243	7417	3301	6967	3463	6907	6781	8563	9091
9787	7603	7621	8017	4051	8731	6427	2053	2161	2557	7873	2713	1087
2521	1951	9781	1747	9547	1597	9811	1741	1213	9181	9883	1987	9721

Το εκπληκτικό τετράγωνο παραπάνω (Madachy 1979) είναι ένα13x13 prime border μαγικό τετράγωνο έτσι ώστε το 11x11,9x9 , ..., και3x3 Υποτετράγωνα να είναι επίσης prime μαγικά τετράγωνα.

Το Μαγικό Τετράγωνο του Ναού

S	A	T	O	R
A	R	E	P	O
T	E	N	E	T
O	P	E	R	A
R	O	T	A	S

Ένα μαγικό τετράγωνο-τύπου ρύθμιση των λέξεων στην Λατινική φράση " Sator Arepo tenet opera rotas " ("ο γεωργός Arepo κρατά το παγκόσμιο κύλισμα"). Αυτό το τετράγωνο έχει βρεθεί σε ανασκαφές της αρχαίας Πομπηίας.

Heterosquare

9	8	7
2	1	6
3	4	5

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	16	15

Ένα heterosquare είναι ένας nxn πίνακας ακεραίων από το 1 έως n^2 Έτσι ώστε οι σειρές, οι στήλες, και οι διαγώνιες να έχουν διαφορετικά αθροίσματα. magic squareodd (Αντίθετα, με ένα μαγικό τετράγωνο που έχουν το ίδιο άθροισμα.) Δεν υπάρχουν heterosquares της τάξης δυο, αλλά heterosquares καθε τάξης περίεργης τάξης που υπάρχει. Μπορούν να κατασκευαστούν με την τοποθέτηση των διαδοχικών ακέραιων αριθμών σε ένα σπειροειδές σχέδιο (Fults 1974, Madachy 1979).

Ένα Antimagic τετράγωνο antimagic είναι μια ειδική περίπτωση ενός heterosquare για τις οποίες το άθροισμα των γραμμών, στηλών, διαγωνίων και των κύριων διαγωνίων σχηματίζουν μια ακολουθία συνεχόμενων ακέραιοι.

Λατινικό Τετράγωνο

Ένα λατινικό τετράγωνο ειναι ένας $n \times n$ πινακας συμπληρωμένος με n διαφορετικα συμβολα με τετοιο τροπο ωστε καθε συμβολο που εμφανιζεται ακριβως μια φορα σε καθε γραμμη και ακριβως μια φορα σε καθε στηλη. Εδω ειναι ενα παραδειγμα:

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Τα Λατινικα τετραγωνα εμφανίζονται ως πίνακες πολλαπλασιασμού πίνακες Cayley) των quasigroups. Εχουν εφαρμογες στο σχεδιασμό πειραμάτων και στους κώδικες διόρθωσης λαθών.

Το όνομα προέρχεται από το Λατινικό τετράγωνο του Leonard Euler ο οποίος χρησιμοποιεί λατινικούς χαρακτήρες σαν σύμβολα.

Ένα λατινικό τετράγωνο λέγεται ότι είναι μειωμένο (επίσης, ομαλοποιημένο ή με τυποποιημένο έντυπο) εάν η πρώτη σειρά και η πρώτη στήλη της είναι στη φυσική τάξη. Παραδείγματος χάριν, το λατινικό τετράγωνο ανωτέρω μειώνεται επειδή και η πρώτη σειρά του και η πρώτη στήλη του είναι 1,2,3 (παρά 3,1,2 ή οποιαδήποτε άλληδήποτε τάξη). Μπορούμε να καταστήσουμε οποιοδήποτε λατινικό τετράγωνο μειωμένο με τη μεταλλαγή (αναδιάταξη) των σειρών και των στηλών.

Μαγικό Τετράγωνο Gnomon

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Ένα 4x4 μαγικό τετράγωνoin which the elements in each στο οποίο τα στοιχεία σε κάθε 2x2 corner have the same sum. , illustrated above, is an example of a gnomon magic square since the sums in any of the four quadrants (as well as the sum of the middle four numbers) are all 34 (Hunter and Madachy 1975, p. 24). γωνία, έχουν το ίδιο άθροισμα. Το μαγικό τετράγωνο του Dürer διευκρινίζεται ανωτέρω, είναι ένα παράδειγμα του μαγικού τετραγώνου gnomon διότι το άθροισμα σε οποιαδήποτε από τα τέσσερα τεταρτημόρια (όπως και το άθροισμα των μεσαίων τεσσάρων αριθμών) είναι σε όλα 34 (Hunter και Madachy 1975).

Το Μαγικό Τετράγωνο του Dürer

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Το μαγικό τετράγωνο του Dürer είναι ένα μαγικό τετράγωνο με μαγική σταθερά το 34 χρησιμοποιηθεί σε μια χάραξη με τον τίτλο Melancholia I από τον Albrecht Dürer (Το Βρετανικό Μουσείο, Burton, 1989, Gellert et al. 1989).

Η χάραξη παρουσιάζει ένα αποδιοργανωμένο σωρό ενός επιστημονικού εξοπλισμού που βρίσκεται αχρησιμοποίητος ενώ ένας διανοούμενος κάθεται απορροφημένος στη σκέψη. Το μαγικό τετράγωνο του Dürer βρίσκεται στην ανώτερη δεξιά γωνία της χάραξης. Οι αριθμοί 15 και 14 εμφανίζονται στο κέντρο της κάτω σειράς, αναφέροντας την ημερομηνία της χάραξης, 1514.

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

16	3	2	13
5	10	11	8
9	6	7	12
4	15	14	1

Το μαγικό τετράγωνο του Dürer έχει την πρόσθετη ιδιοκτησία ότι τα ποσά σε οποιαδήποτε από τα τέσσερα τεταρτημόρια, καθώς επίσης και το ποσό των μέσων τεσσάρων αριθμών, είναι σε όλα 34 (Hunter και Madachy 1975, σ. 24). ~~gnomon magic square Πρόκειται λοιπόν για ένα gnomon μαγικό τετράγωνο.~~ Επιπλέον, καθε ζεύγος αριθμών έχει τοποθετηθεί συμμετρικά σχετικά με το κέντρο του τετραγώνου για να έχει σαν άθροισμα το 17, μια ιδιοκτησία που καθιστά το τετράγωνο ακόμα πιο μαγικό.

Το Μαγικό Τετράγωνο του Benjamin Franklin

52	61	4	13	20	29	36	45
14	3	62	51	46	35	30	19
53	60	5	12	21	28	37	44
11	6	59	54	43	38	27	22
55	58	7	10	23	26	39	42
9	8	57	56	41	40	25	24
50	63	2	15	18	31	34	47
16	1	64	49	48	33	32	17

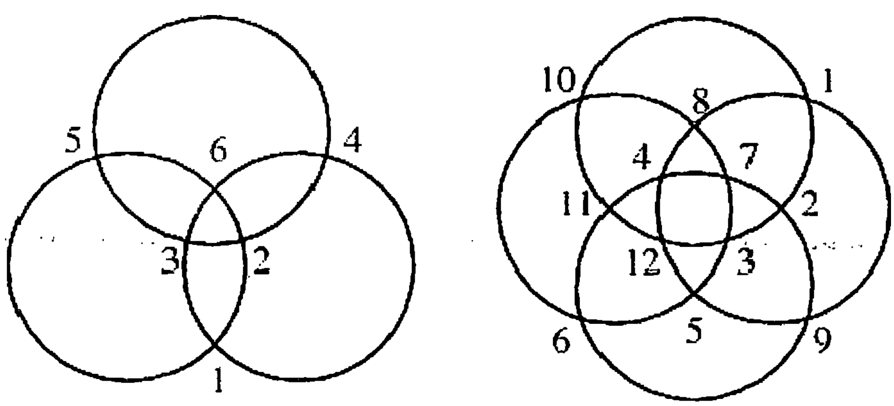
Το 1750, ο Benjamin Franklin κατασκεύασε το παραπάνω 8x8 panmagic τετράγωνο έχοντας μαγική σταθερά το 260. Οποιαδήποτε μισό-σειρά ή μισό-στήλη σε αυτά τα τετράγωνα είχε σύνολο 130, και οι τέσσερις γωνίες συν τα μεσαία σύνολο 260. Επιπλέον, οι λυγισμένες διαγώνιες (έτσι ώστε 52-3-5-54-10-57-63-16) είχαν επίσης σύνολο 260 (Madachy 1979).

Περιγράφοντας την εφεύρεση του το έτος 1771, ο Franklin δήλωσε, " Κουράστηκα επί μακρόν με το να κάθομαι εκεί και να ακούω συζητήσεις, τις οποίες, ως υπάλληλος, δεν θα μπορούσα να πάρω κανένα μέρος, και στις οποίες συχνά εξασκούμουν για να διασκεδαστώ παράγοντας μαγικά τετράγωνα ή κύκλους " (Franklin 1793).

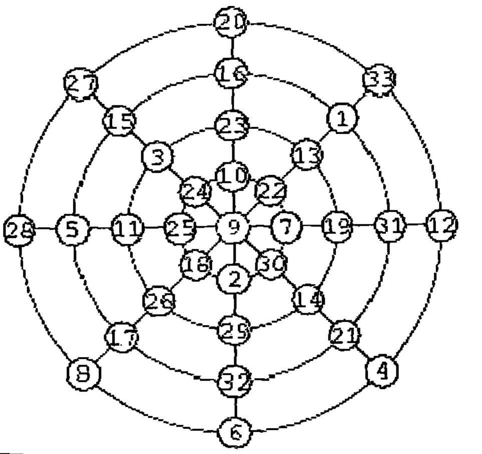
Άλλες μαγικές μορφές

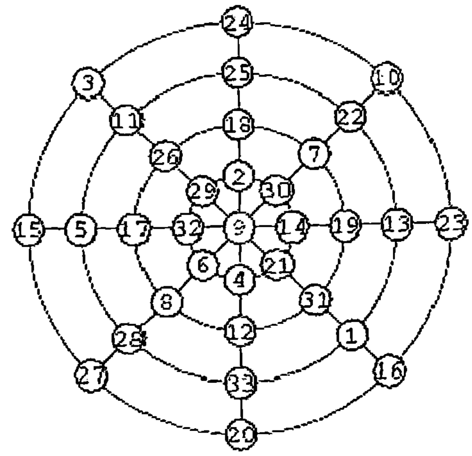
Άλλες μορφές από τα τετράγωνα μπορούν να εξεταστούν, προκύπτων, παραδείγματος χάριν, στα μαγικά αστέρια και μαγικά hexagons. Να ανεβεί στη διάσταση οδηγεί στους μαγικούς κύβους, τα μαγικά tesseracts και άλλα μαγικά hypercubes.

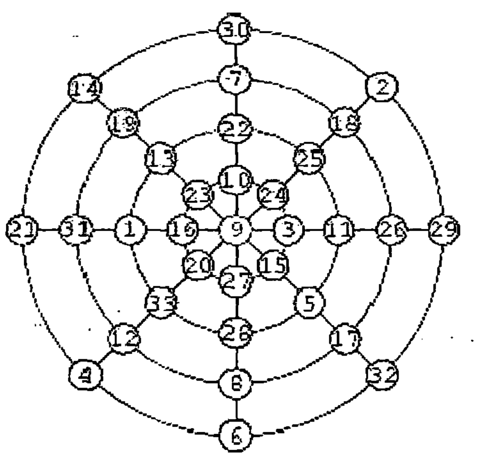
Μαγικοί Κύκλοι



Μια σειρά από n μαγικούς κύκλους είναι μια αρίθμηση των διασταυρώσεων της n κύκλους τέτοια ώστε το άθροισμα πάνω από όλες τις διασταυρώσεις είναι η ιδία για όλες τις συνεχείς κύκλους. Οι παραπάνω τρεις και τέσσερις μαγικές σταθερές μαγεία κύκλοι έχουν 14 και 39.

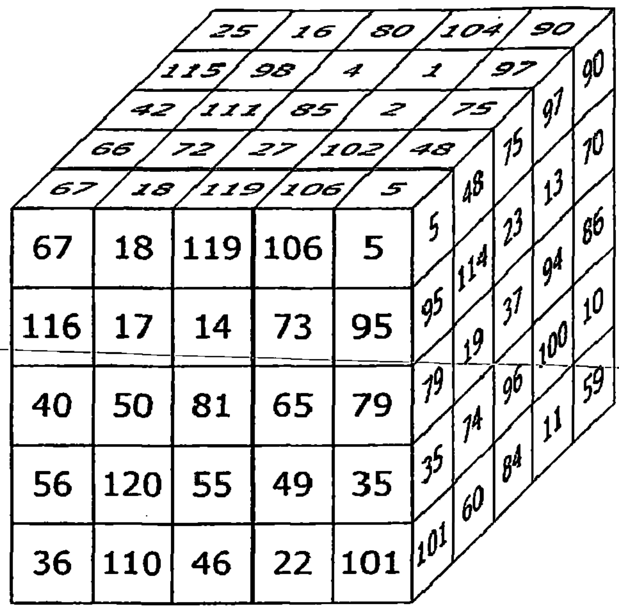






Ένα άλλο είδος μαγικού κύκλου μεθοδεύει τον αριθμό 1, 2, ...,n σε έναν αριθμό των δακτυλίων, η οποία καθε δακτύλιος περιέχει τον ίδιο αριθμό στοιχείων και των αντιστοιχών στοιχείων που συνδέονται με τις ακτινικές γραμμές. Ένας από τους αριθμούς (η οποία στη συνεχεία αγνόησε) είναι τοποθετημένος στο κέντρο. Σε ένα μαγικό κύκλο ρύθμιση, η δακτύλιοι έχουν ΙΣΑ ποσά και το πόσο αυτό είναι επίσης όσο με το άθροισμα των στοιχείων καθε διάμετρο μήκος (εκτός από το κεντρικό αριθμό). Τρεις κύκλοι μαγεία χρησιμοποιώντας τους αριθμούς 1 έως 33 απεικονίζεται ανωτέρω (Hung).

Μαγικός Κύβος



Ο μαγικός κύβος είναι ένας κύβος nxnxn έκδοσης του μαγικού τετραγώνου στο όποιο n^2 σειρές, n^2 στήλες, n^2 στυλοβάτες, και τέσσερις χώρο διαγώνιες έχει το καθένα άθροισμα έναν αριθμό $M_3(n)$ γνωστό ως η μαγική σταθερά του κύβου. Οι μαγικοί κύβοι συχνά θεωρούνται ότι είναι "κανονικοί", δηλαδή, να έχουμε στοιχειά που να είναι συνεχόμενοι οι ακέραιοι 1, 2, ..., n^3. Ωστόσο, η απαίτηση αυτή μειώθηκε (για το πως πρέπει να είναι) στην εκτίμηση των αποκαλούμενων multimagic κύβων .

Αν υπάρχει, ένας κανονικός μαγικός κύβος έχει μαγική σταθερά

$$M(n) = \frac{1}{2} n\left(n^3 + 1\right).$$

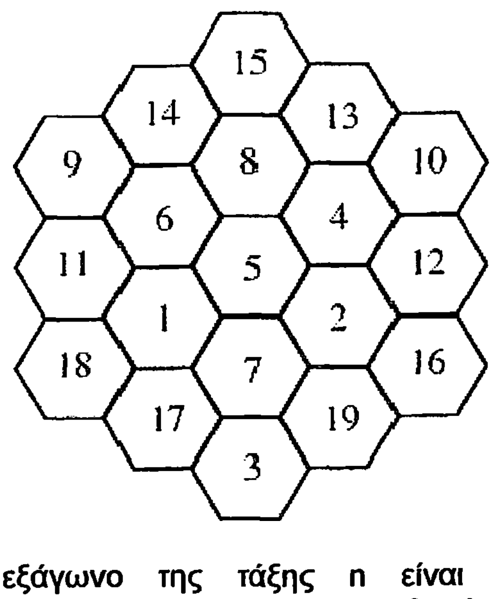
Για n=1 , 2, ..., η μαγική σταθερά δίνει από 1, 9, 42, 130, 315, 651, ...

Εάν μονό σειρές, στήλες, στυλοβάτες, και διαγώνιες έχουν άθροισμα M3(n) ,ο μαγικός κύβος ονομάζεται semiperfect μαγικός κύβος η μερικές φόρες κύβος Andrews (Gardner 1988). Εάν, επιπλέον, οι διαγώνιες των κάθε nxn ορθογώνιων φετών έχει άθροισμα $M_3(n)$ τότε ο μαγικός κύβος ονομάζεται τέλειος μαγικός κύβος . Εάν ένας τέλειος ή semiperfect μαγικός κύβος είναι μαγικός, όχι μονό κατά μήκος των κυριών διαγώνιων, αλλά επίσης και στις σπασμένες διαγώνιες , είναι γνωστός ως ένας pandiagonal κύβος.

Υπάρχει ένας τετριμμένος τέλειος μαγικός κύβος της τάξης ένα, αλλά δεν υπάρχουν τέλειοι κύβοι για 2-4 τάξεις. Ενώ ο κανονικοί τέλειοι μαγικοί κύβοι των τάξεων 7 και 9 είναι γνωστοί από τα τέλη του 1800, για καιρό δεν ήταν γνωστό αν τέλειοι μαγικοί κύβοι των τάξεων 5 ή 6 θα μπορούσαν να υπάρχουν. Ένας 5x5x5 τέλειος μαγικός κύβος ανακαλύφθηκε στη συνέχεια από τους C. Boyer και W. Trump στις 14 Νοεμβρίου 2003.

Ένας τέλειος ή semiperfect μαγικός κύβος ο οποίος παράγει έναν άλλο μαγικό κύβο ίδιου τύπου όταν τετραγωνίζονται (τακτοποιούνται) τα στοιχεία είναι γνωστός σαν bimagic κύβος. Ομοίως, ένας μαγικός κύβος παραμένει μαγικός όταν τα στοιχεία του και τετραγωνίζονται (τακτοποιούνται) και κυβίζονται είναι γνωστός σαν κύβος trimagic. Το μικρότερο γνωστό πολλαπλασιασμό μαγικού κύβου είναι 4x4x4 με την μεγαλύτερο όρο το 416 και μαγικό προϊόν το 8648640, ή 131/61

Μαγικό Εξάγωνο



Ένα μαγικό εξάγωνο της τάξης n είναι μια ρύθμιση στενά-συσκευασμένων εξαγώνων που περιέχουν τους αριθμούς 1, 2, ..., H_{n-1}, όπου H_n είναι ο νιοστής hex αριθμός έτσι ώστε οι αριθμοί σύμφωνα με κάθε ευθεία γραμμή προσθέτουν μέχρι το ίδιο άθροισμα.
Στο παραπάνω μαγικό εξάγωνο της τάξης n=3 , καθε γραμμή (μήκη των 3, 4, και 5) προσθέτει έως 38.

Ανακαλύφθηκε ανεξάρτητα από τον Ernst von Haselberg το 1887 (Haselberg 1887, Bauch 1990, Hemme 1990), W. Radcliffe και 1895 (Tapson 1987, Hemme 1990, Heinz), H. Lulli (Hendricks, Heinz), Martin Kühl το 1940 (Gardner 1963, 1984 · Honsberger 1973), Clifford W. Adams, ο όποιος εργάστηκε για το πρόβλημα από το 1910 έως το 1957 (Gardner 1963, 1984 · Honsberger 1973), και Vickers (1958 · Trigg 1964).

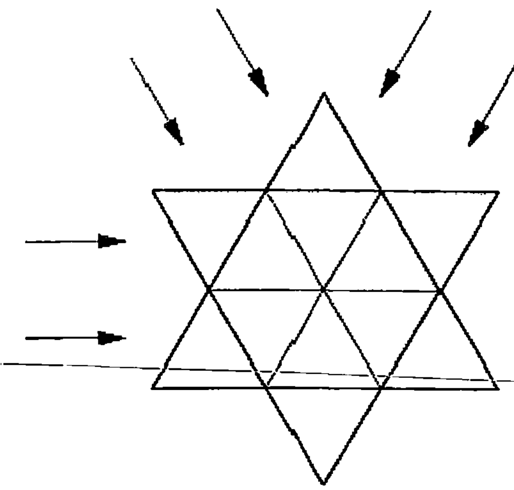
Αυτό το πρόβλημα και η λύση του έχουν μακρά ιστορία. Adams τέθηκε σε όλο το πρόβλημα το 1910. Εργάστηκε για το πρόβλημα με δοκιμές και λάθη, και μετά από πολλά χρόνια, έφτασε στη λύση, η οποία διαβιβάστηκε στο M. Gardner, Gardner έστειλε στον Adams ένα μαγικό εξάγωνο του Charles W. Trigg, ο όποιος από τη μαθηματική ανάλυση διαπιστώθηκε ότι ήταν μοναδικό αγνοώντας τις περιστροφές και τις αντανακλάσεις (Gardner 1984, σ. 24). Το αποτέλεσμα των Adams και η εργασία Trigg ετοιμάστηκαν από Gardner (1963). Trigg (1964) έκανε περαιτέρω ερευνά και συνοψίζονται γνωστά αποτελέσματα και την ιστορία του προβλήματος.

O Trigg έδειξε ότι η μαγική σταθερά για της τάξεως n εξαγώνου θα έπρεπε να είναι

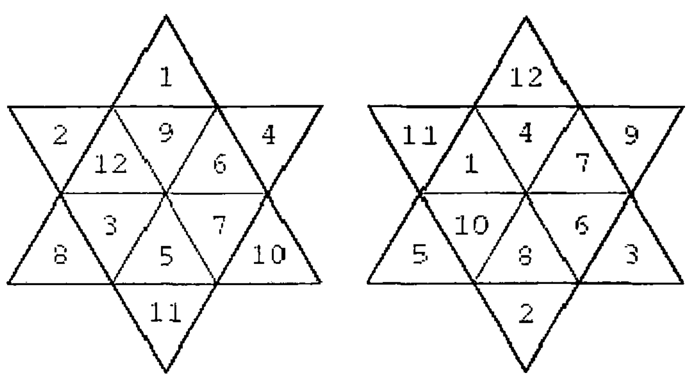
$$\frac{9\left(n^4-2n^3+2n^2-n\right)+2}{2(2n-1)},$$

τα πρώτα εκ των όποιων μερικά είναι 1, 28 / 3, 38, 703 / 7, 1891 / 9, 4186/11, ...το οποία απαιτούν 5/(2n-1) για να είναι ακέραιος η λύση που θα βρεθεί. Αλλά αυτό είναι ακέραιος μόνο για n=1 (η τετριμμένη περίπτωση εξαγώνου) και του Adams n=3 (Gardner 1984, σ. 24).

Μαγικό Hexagrm

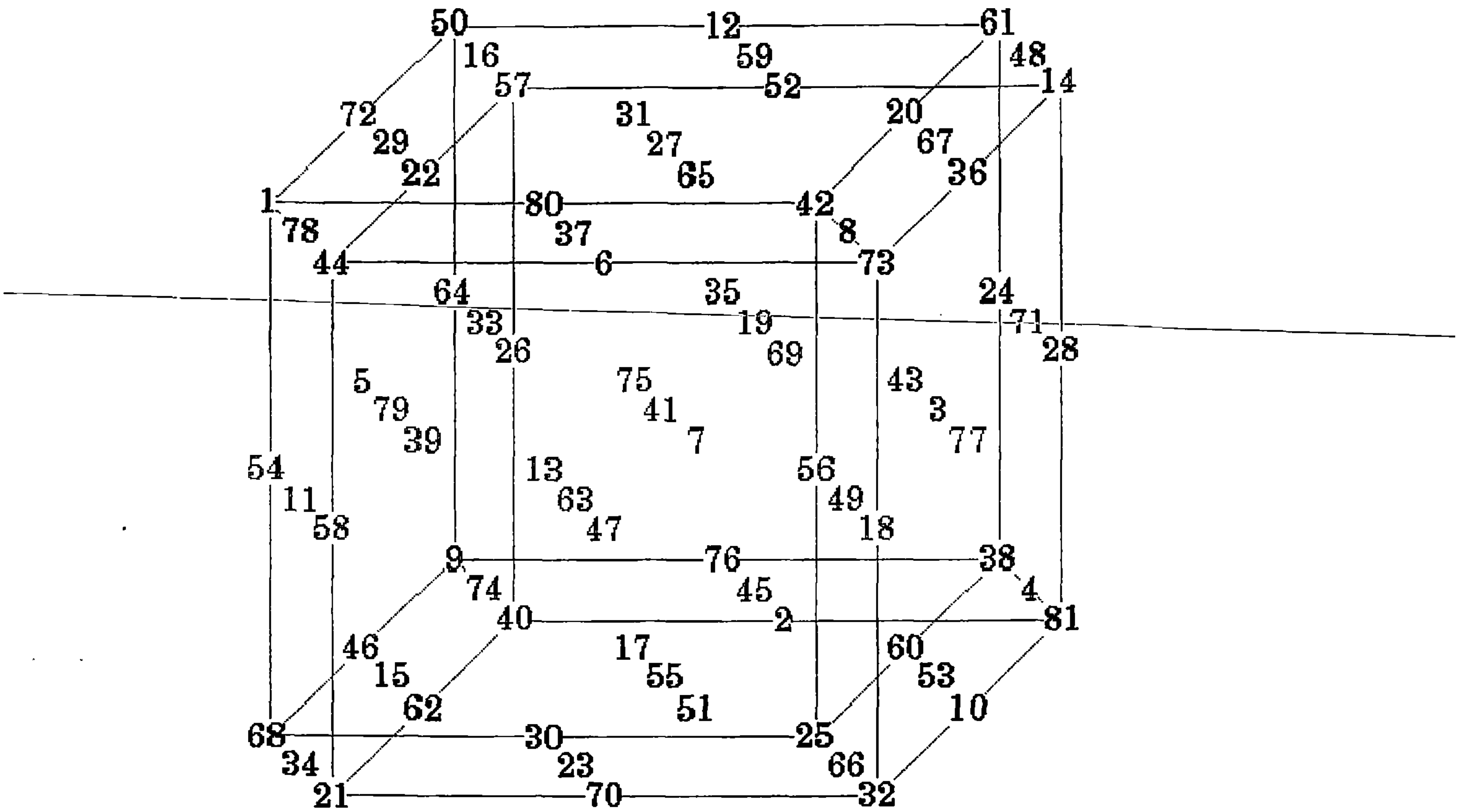


Ένα μαγικό hexagram είναι ένα hexagram χωρισμένο σε τρίγωνα τέτοια ώστε το άθροισμα των αριθμών των έξι κατευθύνσεων που απεικονίζονται ανωτέρω να αθροίζει τον ίδιο αριθμό.



Υπάρχουν ακριβώς δυο λύσεις, όπως φαίνεται παραπάνω, όταν αυτές οι δυο λύσεις είναι συμπληρωματικές (Bolt et al. 1991). Έχουν άθροισμα 33 και 32, αντίστοιχα.

Μαγικό Tesseract



Αυτη η διαταξη-3 hypercube τεσσερις διαστασεις παρουσιαζεται σε δυο διαστασεις χρησιμοποιωντας γραμμες στην απεικονιση της εξωτερικης διαστασεις μονο. Οι χρωματιστες εδω αριθμοι δειχνουν το μεσαιο κυβο στο οριζοντιο επιπεδο. Υπαρχουν τρεις κυβοι

27 σειρες, οπως οι 50 - 12 - 61, σε συνολο 123.
27 στηλες, οπως ειναι 50 - 72 - 1, σε συνολο 123.
27 πυλωνες, οπως ειναι η 50 - 64 - 9, σε συνολο 123.
27 αρχεια, οπως ειναι 50 - 16 - 57, σε συνολο 123.
8 quadragonals, οπως το 1 - 41 - 81 σε συνολο 123.

Ένα μαγικό tesseract είναι μια τεσσάρων διαστάσεων γενίκευση του δισδιάστατου μαγικού τετραγώνου και τρισδιάστατου μαγικού κύβου. Ένα μαγικό tesseract έχει τη μαγική σταθερά

$$M_4(n) = \frac{1}{2} n \left(n^4 + 1\right),$$

έτσι για n=1, 2..., οι μαγικές σταθερές tesseract είναι 1 ..17 ..123 ..514 ..1565 ..3891... (A021003 Sloane).

Ο Berlekamp (1982) δίνει ένα μαγικό tesseract. Ο J. Hendricks έχει κατασκευάσει τα μαγικά tesseracts των τάξεων τρία, τέσσερα, πέντε (Hendricks 1999), και έξι (Heinz).

Ο M. Houlton έχει χρησιμοποιήσει τις τεχνικές Hendricks για να κατασκευάσει τα μαγικά tesseracts των τάξεων 5 ..7, και 9.

Υπάρχουν 58 ευδιάκριτα μαγικά tesseracts των τάξεων τρία, περιστροφής και αντανάκλασης (Heinz, Hendricks 1999).

Ο Hendricks (1968) έχει κατασκευάσει ένα pan-4-agonal μαγικό tesseract της τάξης 4. Κανένα pan-4-agonal μαγικό tesseract της τάξης πέντε δεν είναι γνωστό, και οι Andrews (1960) και Schroeppel (1972) δηλώνουν ότι κανένα τέτοιο tesseract δεν μπορεί να υπάρξει.

Το μικρότερο τέλειο μαγικό tesseract είναι της τάξης 16, που έχει τη μαγική σταθερά 524296, και έχει κατασκευαστεί από τον Hendricks (Peterson 1999).

Τα n-διαστατικά μαγικά hypercubes της τάξης 3 είναι γνωστά για n=5, 6 ..7, και 8 (Hendricks).

Ο Hendricks έχει κατασκευάσει επίσης ένα τέλειο μαγικό tesseract 16ης τάξης (όπου τέλεια μέσα ότι όλα hyperplanes είναι τέλεια).

Το 2003, ο Christian Boyer κατασκεύασε τα πρώτα bimagic και trimagic tesseracts.

Η ΣΤΙΓΜΗ ΤΗΣ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΤΕΤΡΑΓΩΝΩΝ

Τα μαγικά τετράγωνα της τάξης n αποτελούνται από τις καταχωρήσεις 1 ..2... , Το N2 τακτοποίησε σε ένα τετραγωνικό δικτυωτό πλέγμα μονάδων έτσι ώστε το ποσό όλων των καταχωρήσεων κατά μήκος των σειρών, οι στήλες και οι κύριες διαγώνιές είναι ίσα με τη μαγική σταθερά του τετραγώνου. Ένα παράδειγμα ενός μαγικού τετραγώνου παρουσιάζεται κατωτέρω

4	9	2
3	5	7
8	1	6

Η μαγική σταθερά μπορεί να βρεθεί εύκολα με το άθροισμα των τιμών 1 ..2... , N2 και διαίρεση με το ν, ο αριθμός σειρών και στηλών για να βρεί

$$\boxed{C_2 = \frac{N}{2}\left(N^2 + 1\right)}$$

Για ν = 3, η μαγική σταθερά είναι ίσα με 15. Αν και υπάρχει μόνο ένα μαγικό τετράγωνο της διαταγής 3 εκτός από τις τετριμμένες περιστροφές και τα αντανακλαστικά της εξίσωσης (1), ο αριθμός τετραγώνων ανά διαταγή ανεβάζει στα ύψη γρήγορα. Υπάρχουν 880 ευδιάκριτα διαταγή-4 τετράγωνα, και 275.305.224 ευδιάκριτα διαταγή-5 μαγικά τετράγωνα.

Εάν ερμηνεύουμε τα μαγικά τετράγωνα όπως αποτεμένος από τις μάζες ανάλογες προς τις καταχωρήσεις των τετραγώνων, μπορούμε να καθορίσουμε τη στιγμή αδράνειάς τους για έναν δεδομένο άξονα της περιστροφής. Η κλιμακωτή στιγμή της αδράνειας I βρίσκεται με το άθροισμα mir2i για κάθε είσοδο ι, όπου ri και mi είναι η απόσταση από τον άξονα της περιστροφής και η μάζα, αντίστοιχα, της εισόδου .

Εάν εξετάζουμε έναν άξονα της περιστροφής μέσω της μέσης σειράς (στην περίπτωση των τετραγώνων ομαλός-διαταγής, ο άξονας περιστροφής βρίσκεται μεταξύ των δύο μέσων σειρών) και του αντίστοιχού της μέσω της μέσης στήλης, είναι προφανές ότι οι στιγμές της αδράνειας πρέπει να είναι ίσες, δεδομένου ότι υπάρχει ένας ίσος αριθμός σειρών/στηλών της ίδιας συνολικής μάζας, κάθε μια που μετατοπίζεται εξίσου από αυτούς τους άξονες.
Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το κάθετο θεώρημα άξονα, το οποίο δηλώνει:

$$\boxed{I_z = I_x + I_y.}$$

Δεδομένου ότι ι X = ι Y, έχουμε το ι ζ = 2 ι X. Εάν τοποθετούμε έναν άξονα παράλληλο σε μια άκρη του τετραγώνου, είναι εύκολο να παραγάγει ένας γενικός τύπος προς το παρόν της αδράνειας για εκείνο τον άξονα.
Επειδή ξέρουμε το ποσό των τιμών σε μια γραμμή και το διάστημα των μαζών, μπορούμε να βρούμε έναν τύπο σε επίπεδο μόνο του ν.
Από εδώ, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το παράλληλο θεώρημα άξονα για να μετατοπίσουμε τον άξονα έτσι περνά μέσω του κέντρου του τετραγώνου. Υιοθετώντας το κάθετο θεώρημα άξονα, βρίσκουμε τον απλό τύπο

$$I_z = \frac{1}{12} N^2 \left(N^4 - 1\right)$$

Για ν = 3, Iz = 60, τα οποία μπορούν να ελεγχθούν ρητά χρησιμοποιώντας την εξίσωση (1). Αυτό είναι η μόνη άλλη ιδιοκτησία των μαγικών τετραγώνων, εκτός από το ποσό γραμμών, το οποίο εξαρτάται απλώς από τη διαταγή του τετραγώνου, ν.
Αξίζει επίσης ότι αφού έχουμε χρησιμοποιήσει μόνο τα ποσά γραμμών σειρών και στηλών, ο τύπος είναι γενικός για τα ημι-μαγικά τετράγωνα επίσης.
Αυτοί οι τύποι τετραγώνων έχουν το ποσό γραμμών μόνο σειρών και στηλών, αλλά κανέναν περιορισμό στα κύρια διαγώνια ποσά.
Η εξίσωση (4) είναι σύμφωνη για το μεγάλο ν με τη στιγμή της αδράνειας ενός συνεχούς πιάτου με τη μάζα μ = NC2 και λ = ν, που μειώνει ι = 1/6 ML2. Λόγω της απλής εφαρμογής των αρχών και των μαθηματικών αδράνειας, αυτή η παραγωγή είναι κατάλληλη για τους rstyear σπουδαστές φυσικής FI.
Εκτός από τις παραγωγές που παρουσιάζονται ανωτέρω, τα μαγικά τετράγωνα έχουν μερικές πρακτικές εφαρμογές, συμπεριλαμβανομένων των χρήσεων στην επεξεργασία συστήματος κρυπτογραφίας και εικόνας. Όταν αντιμετωπίζονται ως μήτρες, τα μαγικά τετράγωνα χρησιμεύουν επίσης ως τα εξαιρετικά παραδείγματα μερικών προηγμένων γραμμικών θεωρημάτων άλγεβρας.

TENSOR ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΤΩΝ ΜΑΓΙΚΩΝ ΚΥΒΩΝ

Μπορούμε να επεκτείνουμε την έννοια ενός μαγικού τετραγώνου στην τρίτη διάσταση, που παράγει έναν μαγικό κύβο. Αυτοί οι κύβοι έχουν τη σταθερή σειρά, τη στήλη, τον Στυλοβάτη (καλούμενους RCP) και τα κύρια διαγώνια ποσά γραμμών. Ένα παράδειγμα παρουσιάζεται κατωτέρω.

2	13	27	16	21	5	24	8	10
22	9	11	3	14	25	17	19	6
18	20	4	23	7	12	1	15	26
1st layer			2nd layer			3rd layer		

Οι μαγικοί κύβοι αποτελούνται από τις καταχωρήσεις 1 ..2... , N3, και κατά τρόπο ανάλογο στη διαδικασία για τα μαγικά τετράγωνα, μπορούμε να βρούμε έναν τύπο για το ποσό γραμμών:

$$\boxed{C_3 = \frac{N}{2}\left(N^3 + 1\right),}$$

Δεδομένου ότι κάθε ένα από αυτά τα στρώματα είναι ένα μαγικό τετράγωνο, εν τούτοις όχι των διαδοχικών ακέραιων αριθμών, είναι εύκολο να βρεθεί η στιγμή της αδράνειας ενός ενιαίου στρώματος ως επέκταση της εξίσωσης (4), και έτσι, συσσωρευμένα τα ν στρώματα δίνουν τη στιγμή της αδράνειας ενός μαγικού κύβου:

$$\boxed{I_{=} = \frac{1}{12} N^3\left(N^3 + 1\right)\left(N^2 - 1\right),}$$

Από RCP τη συμμετρία, ι X = ι Y = ι ζ. Τυπικότερα, tensor αδράνειας είναι επίσης διαγώνιο (τα από-διαγώνια στοιχεία εξαφανίζονται) με την προέλευση των συντεταγμένων στο κέντρο του κύβου. Αυτό δείχνει ότι οι μαγικοί κύβοι έχουν την ίδια αδρανή μορφή με μια σφαιρική κορυφή.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Σε όλη τη συζήτηση μαγικών κύβων μας, έχουμε εξετάσει τις καταχωρήσεις στο μαγικό κύβο μόνο ως μάζες. Εάν εξετάζουμε τις καταχωρήσεις αντ' αυτού ως δαπάνες, μπορούμε να εξουδετερώσουμε τον κύβο με την αφαίρεση της μέσης εισόδου από το υπόλοιπο του κύβου.
Αυτό θα έχει την επίδραση να αναγκάσει το FI rst τρεις multipole στιγμές της διανομής δαπανών για να εξαφανιστεί, με μόνο τα από-διαγώνια στοιχεία της octupole tensor παραμονής. Στην τρίτη διαταγή, μια ιδιαίτερη διανομή δαπανών υπό μορφή μαγικού κύβου δεν θα παραγάγει καμία ηλεκτρική δυνατότητα.
Ακριβώς όπως τα μαγικά τετράγωνα επεκτείνονται εύκολα στην τρίτη διάσταση για να δημιουργήσουν έναν μαγικό κύβο, οι μαγικοί κύβοι μπορούν να επεκταθούν περαιτέρω στην τέταρτη διάσταση, που διαμορφώνει τα μαγικά hypercubes.
Αυτοί μπορέστε, στην πραγματικότητα, να γενικευτείτε στις ν-διαστάσεις, αν και αυτά τα αντικείμενα δεν είναι η εστίαση των μελετών μας, δεδομένου ότι tensor αδράνειας και multipole η επέκταση υπάρχουν μόνο σε τρεις διαστάσεις.

Αλγόριθμος

Ως αλγόριθμος ορίζεται μια πεπερασμένη σειρά ενεργειών, αυστηρά καθορισμένων και εκτελέσιμων σε πεπερασμένο χρόνο, που στοχεύουν στην επίλυση ενός προβλήματος.
Η λέξη αλγόριθμος προέρχεται από τον Πέρση μαθηματικό Abu Ja'far Mohammed ibn Musa al Khowarizmi, που έζησε τον 8ο αι. μ.Χ. Ο al Khowarizmi έγραψε συστηματικές τυποποιημένες λύσεις αλγεβρικών προβλημάτων σε διάφορα συγγράμματά του. Όλες οι τυποποιημένες οδηγίες άρχιζαν με την φράση "ο αλγόριθμος λέει...", έτσι η λέξη αλγόριθμος καθιερώθηκε αργά τα επόμενα χίλια χρόνια με την έννοια "συστηματική διαδικασία αριθμητικών χειρισμών". Την σημερινή της σημασία την οφείλει στην γρήγορη ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών στις αρχές του 20ου αιώνα.
Η έννοια του αλγόριθμου γίνεται ευκολότερα αντιληπτή με το παρακάτω παράδειγμα, το οποίο αποτελεί αλγόριθμο. Έτσι, αν κάποιος επιθυμεί να γευματίσει θα πρέπει να εκτελέσει κάποια συγκεκριμένα βήματα: να συγκεντρώσει τα υλικά, να προετοιμάσει τα σκεύη μαγειρικής, να παρασκευάσει το φαγητό, να στρώσει το τραπέζι, να ετοιμάσει τη σαλάτα, να γευματίσει, να καθαρίσει το τραπέζι και να πλύνει τα πιάτα. Προφανώς, η προηγούμενη αλληλουχία οδηγεί στο επιθυμητό αποτέλεσμα. Δεν είναι όμως η μοναδική για την επίτευξη του σκοπού, αφού μπορεί να αλλάξει η σειρά των βημάτων (πχ. πρώτα να ετοιμάσει τη σαλάτα και μετά να στρώσει το τραπέζι). Ωστόσο το νόημα είναι πως η τμηματοποίηση μιας σύνθετης εργασίας σε διακριτά βήματα που εκτελούνται διαδοχικά, είναι ο ποιο πρακτικός τρόπος επίλυσης πολλών

προβλημάτων. Επισής τα διαγράμματα ροής χρησιμοποιούνται συχνά για να απεικονίσουν αλγόριθμους

Δημιουργία αλγορίθμου

Τα βήματα δημιουργίας αλγόριθμου είναι:
1. Διατύπωση του προβλήματος
2. Κατανόηση του προβλήματος
3. Λύση του προβλήματος
4. Διατύπωση του αλγόριθμου
5. Έλεγχος της λύσης

Κριτήρια αλγορίθμου

Οι αλγόριθμοι θα πρέπει να πληρούν κάποια πρότυπα και να διατυπώνονται με συγκεκριμένο τρόπο.
Έτσι ένας αλγόριθμος πρέπει να ικανοποιεί τα επόμενα κριτήρια:
- Καθοριστικότητα
- Περατότητα
- Αποτελεσματικότητα
- Επεκτασιμότητα
- Να έχει είσοδο δεδομένων, επεξεργασία και έξοδο αποτελεσμάτων

- **Καθοριστικότητα - Definiteness**

Κάθε κανόνας του ορίζεται επακριβώς και η αντίστοιχη διεργασία είναι συγκεκριμένη.

- **Περατότητα - Finiteness**

Κάθε εκτέλεση είναι πεπερασμένη, δηλαδή τελειώνει ύστερα από έναν πεπερασμένο αριθμό διεργασιών ή βημάτων.

- **Αποτελεσματικότητα - Effectiveness**

Είναι μηχανιστικά αποτελεσματικός, δηλαδή όλες οι διαδικασίες που περιλαμβάνει μπορούν να πραγματοποιηθούν με ακρίβεια και σε πεπερασμένο χρόνο "με μολύβι και χαρτί".

- **Είσοδος δεδομένων - Input**

Έχει μηδέν ή περισσότερα μεγέθη εισόδου που δίδονται εξαρχής, πριν αρχίσει να εκτελείται ο αλγόριθμος.

- **Έξοδος αποτελεσμάτων – Output**

Δίδει τουλάχιστον ένα μέγεθος σαν αποτέλεσμα που εξαρτάται κατά κάποιο τρόπο από τις αρχικές εισόδους.

Περιγραφή και αναπαράσταση

Τέσσερις είναι οι βασικοί τρόποι αναπαράστασης ενός αλγορίθμου:

1. Ελεύθερο κείμενο, που αποτελεί τον πιο αδόμητο τρόπο παρουσίασης αλγορίθμου. Ελλοχεύει η δημιουργία μιας μη εκτελέσιμης κατάστασης παραβιάζοντας έτσι το κριτήριο της αποτελεσματικότητας.
2. Διάγραμμα ροής, που συνιστά έναν πιο γραφικό τρόπο παρουσίασης του αλγορίθμου. Η χρήση διαγραμμάτων ροής δεν είναι η πλέον ενδεδειγμένη λύση για ένα πρόβλημα και για αυτό χρησιμοποιούνται σπάνια στη βιβλιογραφία.
3. Φυσική γλώσσα που εκτελείται κατά βήματα. Σε αυτή την περίπτωση μπορεί να παραβιαστεί το κριτήριο του καθορισμού μεταξύ των βημάτων.
4. Κωδικοποίηση του αλγορίθμου σε ψευδογλώσσα ή γλώσσα προγραμματισμού. Έτσι ο αλγόριθμος παρουσιάζεται πιο συνοπτικός, συμπαγής ενώ πληρεί και τις προϋποθέσεις του Δομημένου προγραμματισμού.

Βασικές εντολές
Δομή ακολουθίας
Δομή επιλογής
Δομή επανάληψης

Τυποποιημένοι αλγόριθμοι

Οι αλγόριθμοι είναι σημαντικοί γιατί σχετίζονται άμεσα με τον τρόπο τον οποίο οι υπολογιστές επεξεργάζονται πληροφορίες. Ένα πρόγραμμα υπολογιστών είναι ουσιαστικά ένας αλγόριθμος που λέει στον υπολογιστή ποια συγκεκριμένα βήματα να εκτελέσει (σε ποια συγκεκριμένη σειρά) προκειμένου να επιτευχθεί ένας συγκεκριμένος στόχος, όπως π.χ. ο υπολογισμός των μισθών των υπαλλήλων ή η εκτύπωση των έλεγχων των μαθητών. Κατά συνέπεια, ένας αλγόριθμος μπορεί να θεωρηθεί οποιαδήποτε ακολουθία εντολών που μπορεί να εκτελεσθεί από ένα turing-πλήρες σύστημα.

Χαρακτηριστικά, όταν ένας αλγόριθμος συνδέεται με την επεξεργασία πληροφοριών, τα δεδομένα διαβάζονται από μια συσκευή εισόδου, γράφονται σε μια συσκευή εξόδου, και / ή αποθηκεύονται για την περαιτέρω χρήση. Τα αποθηκευμένα στοιχεία θεωρούνται ως τμήμα της εσωτερικής κατάστασης του συστήματος που εκτελεί τον αλγόριθμο.

Για οποιαδήποτε τέτοια υπολογιστική διαδικασία, ο αλγόριθμος πρέπει να οριστεί αυστηρά: να είναι ορισμένος για όλες τις πιθανές περιστάσεις που θα μπορούσαν να προκύψουν. Δηλαδή οποιαδήποτε υπό όρους βήματα πρέπει να εξεταστούν συστηματικά, και σε κάθε περίπτωση τα κριτήρια πρέπει να είναι σαφή (και υπολογίσιμα).

Επειδή ένας αλγόριθμος είναι ένας ακριβής κατάλογος βημάτων ακριβείας, η σειρά του υπολογισμού θα είναι σχεδόν πάντα κρίσιμη για τη λειτουργία του αλγόριθμου. Οι εντολές συνήθως απαριθμούνται ρητά, και περιγράφονται σαν να

ξεκινούν "από την κορυφή" και πηγαίνοντας "προς στο κατώτατο σημείο", μια ιδέα που περιγράφεται τυπικά με τον όρο της "ροής ελέγχου".
Μέχρι τώρα, σε αυτήν η συζήτηση για την τυποποίηση του αλγορίθμου, έχουμε δεχθεί σαν βάση τον διαδικαστικό προγραματισμό. Αυτή είναι και η πιο κοινή αντίληψη, η οποία προσπαθεί να περιγράψει ένα έργο με διακεκριμένα, "μηχανικά" μέσα. Μοναδικός σε αυτήν την αντίληψη των αλγόριθμων είναι ο ρόλος της λειτουργίας ανάθεσης (ο καθορισμός της τιμής μιας μεταβλητής) ο οποίος προέρχεται από τη ιδέα "της μνήμης" σαν πρόχειρο τετράδιο.Υπάρχει ακόμα ο λειτουργικός προγραμματισμός και ο λογικός προγραμματισμός για εναλλακτικές αντιλήψεις για το τι αποτελεί έναν αλγόριθμο.

Εφαρμογή των αλγορίθμων

Οι αλγόριθμοι μπορούν να υλοποιηθούν από προγράμματα ηλεκτρονικών υπολογιστών, μολονότι συχνά σε περιορισμένες μορφές. Ένα λάθος στον σχεδιασμό ενός αλγόριθμου για την λύση ενός προβλήματος μπορεί να οδηγήσει σε αποτυχίες/βλάβες στο εφαρμοσμένο πρόγραμμα.
Οι αλγόριθμοι δεν υλοποιούνται μόνο ως προγράμματα υπολογιστών, αλλά συχνά επίσης και με άλλα μέσα, όπως π.χ. σε ένα βιολογικό νευρικό δίκτυο, ή σε ένα ηλεκτρονικό κύκλωμα, ή σε μια μηχανική συσκευή.
Η ανάλυση και η μελέτη των αλγορίθμων είναι ένας τομέας τής επιστήμης της πληροφορικής, και ασκείται συχνά αφαιρετικά (χωρίς τη χρήση μιας συγκεκριμένης γλώσσας προγραμματισμού ή άλλη εφαρμογή). Από αυτή την άποψη, μοιάζει με άλλους μαθηματικούς τομείς, συγκεκριμένα στο ότι η εστίαση της ανάλυσης είναι πάνω στις βασικές αρχές του αλγορίθμου, και όχι σε οποιαδήποτε ιδιαίτερη εφαρμογή του. Ένας τρόπος απεικόνισης ένας αλγόριθμου είναι το γράψιμο του ψευδοκώδικα. Άλλοι τρόποι είναι: με ελεύθερο κείμενο , με φυσική γλώσσα περιγράφοντας τα βήματα και με λογικό διάγραμμα

Αλγόριθμος de la Loubere

Αρχίζουμε με την τοποθέτηση του αριθμού 1 στη μέση θέση της πάνω γραμμής:

	1	

Θα γράψουμε στη συνεχεία διαδοχικά ακεραίους σε μια ανοδική πορεία δεξιά διαγώνια, με τις ακόλουθες ειδικές περιπτώσεις:

- Όταν αυτή η ανοδική κίνηση δεξιά-θα οδηγούσε σε μια τοποθεσία έξω από τα όρια της πλατειάς, θα πραγματοποιηθεί η νέα σειρά στο απέναντι άκρο της γραμμής η στήλης, που θα περιέχει το νέο αριθμό, εάν οι σειρές και στήλες δεν οριοθετείται. (Σε η περίπτωση του σημερινού αριθμού που θα είναι προς το ανώτερο, δεξιά γωνία, θα προσπαθήσει να τοποθετήσει το επόμενο αριθμό και το χαμηλότερο, αριστερότερη γωνία).
- Εάν η ανοδική δεξιά πλατεία είναι ήδη κατειλημμένες, το νέο αριθμό άμεσα κάτω από το σημερινό.

Στην περίπτωση, αυτό μας δίνει την ακόλουθη σειρά των τοποθετήσεων:

	1	

	1	
		2

	1	
3		
		2

	1	
3		
4		2

	1	
3	5	
4		2

	1	6
3	5	
4		2

	1	6

3	5	7
4		2

8	1	6
3	5	7
4		2

8	1	6
3	5	7
4	9	2

Τώρα μπορείτε να δείτε αν ακλουθήσατε αυτή αλγόριθμος για την κατασκευή ενός κανονική μαγικό τετράγωνο.

Ακομη τι γίνεται με την τάξη;

Δεν υπάρχει γνωστό αλγόριθμο για τη δημιουργία ακόμη-παραγγέλλετε κανονικό μαγεία τετράγωνα - δηλαδή, κανονική μαγεία πλατειές όπου *n* είναι ακόμα. Υπάρχουν, ωστόσο, ορισμένες μεθόδους για τη δημιουργία των ειδικών μαγεία πλατειές ακόμα διαταγές. Για παράδειγμα, μπορούμε να δημιουργήσουμε μια κανονική μαγικό τετράγωνο στο ακόλουθο τρόπο. Ξεκινήστε με την τετράγωνο στο όποιο οι αριθμοί 1 έως 16 αναφέρονται σε όλη την σειρές:

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16

Στη συνεχεία, οι αριθμοί σχετικά με τις διατραπεζικές διαγώνιες που βρίσκονται συμμετρικά σε σχέση με το κέντρο. (Στην πλατεία παραπάνω, θα διατραπεζικές τους αριθμούς που είναι όμοιας χρωματιστές). Το αποτέλεσμα είναι μια κανονική μαγική πλατεία:

16	2	3	13
5	11	10	8
9	7	6	12
4	14	15	1

Αυτή η διαδικασία λειτουργεί μονό για την κανονική μαγικό τετράγωνο, ωστόσο.

Πόσα Μαγικά τετράγωνα υπάρχουν;

Φυσικά, με δεδομένο κανένα μαγικό τετράγωνο, εκ περιτροπής η ανακλώσα θα παράγει ένα άλλο μαγικό τετράγωνο. Δεν καταμέτρηση αυτών ως διακριτή, είναι γνωστό ότι υπάρχει μονό μια κανονική μαγικό τετράγωνο, και υπάρχουν 880 κανονικά μαγικά τετράγωνα. Ο αριθμός των κανονικών μαγικών τετραγωνων αυξάνει δραματικά, καθώς αυξάνεται και το μέγεθος των μαγικών τετραγώνων. Για παράδειγμα, υπάρχουν πάνω από 13 εκατομμύρια κανονικά μαγικά τετράγωνα!

Κατασκευή Μαγικών Τετραγώνων χρησιμοποιώντας C++

Παρακάτω είναι πλήρης πηγαίος κώδικας υπολογισμού μαγικών τετραγώνων για οποιαδήποτε τάξη.

```
#include "stdafx.h"
#include <vector>

using namespace std;

void OddMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n);
void DoublyEvenMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n);
void SinglyEvenMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n);
void MagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n);
void PrintMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n);

int main(int argc, char* argv[])
{
  int n;
  printf("Enter order of square: ");
  scanf("%d", &n);

  vector<vector<int> > matrix(n, vector<int> (n, 0));

  if (n<3)
  {
    printf("\nError: n must be greater than 2\n\n");
    return -1;
  }

  MagicSquare(matrix, n);

  //Εκτύπωση αποτελεσμάτων
  PrintMagicSquare(matrix, n);

  return 0;
}

void MagicSquare(vector<vector<int> > &matrix,int n)
{
  if (n%2==1)        //n Περίεργης Τάξης
    OddMagicSquare(matrix, n);
  else          //n Ακομη και
    if (n%4==0)    //Διπλή και τάξη
      DoublyEvenMagicSquare(matrix, n);
    else       //Μονή και τάξη
      SinglyEvenMagicSquare(matrix, n);
}

void OddMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n)
```

```
{
  int nsqr = n * n;
  int i=0, j=n/2;      // Αρχικοποίηση θέσης

  for (int k=1; k<=nsqr; ++k)
  {
    matrix[i][j] = k;

    i--;
    j++;

    if (k%n == 0)
    {
      i += 2;
      --j;
    }
    else
    {
      if (j==n)
        j -= n;
      else if (i<0)
        i += n;
    }
  }
}

void DoublyEvenMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n)
{
  vector<vector<int> > I(n, vector<int> (n, 0));
  vector<vector<int> > J(n, vector<int> (n, 0));

  int i, j;

  //προετοιμασία I, J
  int index=1;
  for (i=0; i<n; i++)
    for (j=0; j<n; j++)
    {
      I[i][j]=((i+1)%4)/2;
      J[j][i]=((i+1)%4)/2;
      matrix[i][j]=index;
      index++;
    }

  for (i=0; i<n; i++)
    for (j=0; j<n; j++)
    {
      if (I[i][j]==J[i][j])
        matrix[i][j]=n*n+1-matrix[i][j];
    }
}

void SinglyEvenMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n)
{
  int p=n/2;

  vector<vector<int> > M(p, vector<int> (p, 0));
```

```
  MagicSquare(M, p);

  int i, j, k;

  for (i=0; i<p; i++)
    for (j=0; j<p; j++)
    {
      matrix[i][j]=M[i][j];
      matrix[i+p][j]=M[i][j]+3*p*p;
      matrix[i][j+p]=M[i][j]+2*p*p;
      matrix[i+p][j+p]=M[i][j]+p*p;
    }

  if (n==2)
    return;

  vector<int> I(p, 0);
  vector<int> J;

  for (i=0; i<p; i++)
    I[i]=i+1;

  k=(n-2)/4;

  for (i=1; i<=k; i++)
    J.push_back(i);

  for (i=n-k+2; i<=n; i++)
    J.push_back(i);

  int temp;
  for (i=1; i<=p; i++)
    for (j=1; j<=J.size(); j++)
    {
      temp=matrix[i-1][J[j-1]-1];
      matrix[i-1][J[j-1]-1]=matrix[i+p-1][J[j-1]-1];
      matrix[i+p-1][J[j-1]-1]=temp;
    }

  //j=1, i
  //i=k+1, k+1+p
  i=k;
  j=0;
  temp=matrix[i][j]; matrix[i][j]=matrix[i+p][j]; matrix[i+p][j]=temp;

  j=i;
  temp=matrix[i+p][j]; matrix[i+p][j]=matrix[i][j]; matrix[i][j]=temp;
}


void PrintMagicSquare(vector<vector<int> > &matrix, int n)
{
  for (int i=0; i<n; i++)
  {
    for (int j=0; j<n; j++)
      printf(" %3d", matrix[i][j]);
```

```
    printf("\n");
  }

  printf("\n\n");
}
```

Μία άλλη εκδοχή για τη δημιουργία ενός μαγικού τετραγώνου σε γλώσσα προγραμματισμού C++ είναι η εξής:

Το αρχείο .txt θα αποτελεί έναν αριθμό που δείχνει το μέγεθος του μαγικού τετραγώνου σε μια γραμμή που ακολουθείται από το περιεχόμενο κάθε σειράς του μαγικού τετραγώνου σε μια χωριστή γραμμή. Κάθε μεμονωμένος αριθμός σε μια σειρά θα χωριστεί από ένα διάστημα. Οι καταχωρήσεις στο μαγικό τετράγωνο που "λείπουν" θα δειχτούν από μια είσοδο -1, καθορίζουν και επιδεικνύουν αυτές τις ελλείπουσες τιμές.

```
-----------------------------------------------------------------------------------
--------------------
#include <iostream.h>
#include <iomanip.h>
#include <cstdlib>
using namespace std;

const int MAXSIZE = 100; // Μέγιστο μέγεθος μαγικού τετραγώνου
int M[MAXSIZE][MAXSIZE];// Το μαγικό τετράγωνο
int N;              // πραγματικό μέγεθος του τετραγώνου
int n;              // μεσαία γραμμή
int i;              // γραμμή υπογεγραμμένη
int ii;
int j;              // στήλη υπογεγραμμένη
int jj;
int k;              // επόμενος αριθμός
int esum;              // Αναμενόμενη γραμμή, στήλη, διαγώνιο άθροισμα
int sum;

int readfile()
{
   cout << "Enter size of square (odd integer between 1 and " <<
```

```
MAXSIZE << "):";
   cin >>  N;

   if ( (N >= 1) && (N <=  MAXSIZE) )
   {
      for (i = 0; i < N; i++)
      {
         for (j = 0; j < N; j++)
         {
            M[i][j] = 0;
         }
      }
   }
}
```

```
int median()
{      n = (N-1) / 2;      // μεσαία γραμμή
      i = n;
      j = N - 1;
      M[i][j] = 1;       // Ξεκινάμε από τα δεξιά της μεσαίας γραμμής
      for (k = 2; k <= N*N; k++)
      {
         ii = (i + 1) % N;
         jj = (j + 1) % N;
         if (M[ii][jj] == 0)
         {
            i = ii;
            j = jj;
         }
         else
         {
            j = j -1;   // Το κάνει πάντα άυτο?
         }
         M[i][j] = k;
      }

}

int rowsums()
{
// Ελέγχει το άθροισμα των γραμμών
      for (i = 0; i < N; i++)
      {
         sum = 0;
         for (j = 0; j < N; j++)
         {
```

```
            sum = sum + M[i][j];
         }
         if (sum != esum)
         {
            cout << "sum row " << i << " = " << sum << endl;
         }
      }
}
int columnsums()
{  // Ελέγχει το άθροισμα των στηλών
      for (j = 0; j < N; j++)
      {
         sum = 0;
         for (i = 0; i < N; i++)
         {
            sum = sum + M[i][j];
         }
         if (sum != esum)
         {
            cout << "sum column " << j << " = " << sum << endl;
         }
      }

}
int diagonals ()
{       sum = 0;
      for (i = 0; i < N; i++)
      {
         sum = sum + M[i][i];
      }
      if (sum != esum)
      {
         cout << "sum + diagonal = " << sum << endl;
      }

      sum = 0;
      for (i = 0; i < N; i++)
      {
         sum = sum + M[i][N - i - 1];
      }
      if (sum != esum)
      {
         cout << "sum - diagonal = " << sum << endl;
      }
}
int missingnumb ()
```

```
{
 for (i = N - 1; i >= 0; i--)
      {
         for (j = 0; j < N; j++)
         {
            cout << setw(4) << M[i][j];
         }
         cout << endl;
      }

      esum = ((1 + N*N) / 2) * N;
      cout << "Expected sum = " << esum << endl;
}
```

```
int main()
{
   readfile();
   median();
   columnsums();
   diagonals();
   missingnumb();


   system("Pause");
   return 0;
}
```

Ο παρακάτω αλγόριθμος είναι γραμμένος σε γλώσσα C++

```
// Ασκηση 1.1 Μαγικά τετράγωνα
// Μαθηματικό υπόβαθρο:
// α. Αθροισμα.  Τό άθροισμα 1+2+...+N =(1+N )+(2+N -1)++...+(i+N-(i-
1))+....
/*   Αν N είναι περιττός αυτ΄τό άθροισμα δίνει 1+2+...+N =(1+N )+(2+N -
1)+..+((N-1)/2) +N-((N-1)/2-1))+(N+1)/2  , αφού N-( (N-1)/2-1)=(N+3)/2
 Αρα έχουμε (N-1)/2 όρους μέ άθροισμα (1+N) σύν άλον έναν όρο (N+1)/2,
σύνολο
[(N+1)/2](1+ 2(N-1)/2)=(N+1) N/2

Αν πάλι N είναι άρτιος  τό άθροισμα δίνει (1+N)+...+(N/2 +N-(N/2-
1))=(1+N)N/2
Αρα το άθροισμα όλων των αριθμών του τετραγώνου, μαγικού η μή, είναι
(1+N2)(N2/2)
=45 γιά N=3. Αν κάθε γραμμή η στήλη έχει τό ίδιο άθροισμα, τότε η κάθε
γραμμή η στήλη έχει άθροισμα:
(1+N2) N2/(2N)=N(1+N2)/2   (=15 γιά N=3)
*/

/* Αν αποθηκεύσουμε τους αριθμούς σέ ένα N2-διαστατο πίνακα από 0 έως
N2-1, μιά γραμμή περιγράφεται από N συνεχείς αριθμούς, ο πρώτος των
οποίων είναι 0 Modulo N .
 Η στήλη περιγράφεται από N αριθμούς πού διαφέρουν κατά N ο ένας από
τον άλλο.
Τέλος οι διαγώνιες περιγράφονται από N αριθμούς πού διαφέρουν κατά N+1
η N-1 καί ο πρώτος αριθμός είναι 0 η N-1 αντιστοιχα
*/
#include <stdio.h>
#define N 3
#define SUM (N*(N*N+1)/2)
#define fmode 'w'
#define fname 'MAGIC'
main()
{
void loop();
int N2=N*N;
int loopcounter,dummy;
int comb[N2],used[N2];/*used μας λέει αν ο αριθμός χρησιμοποιείται ήδη
*/
int rowsum[N]; /* for each row the sum */
int combcounter;
FILE *fopen(),*fp;
loopcounter=0;/* Μετρητής βρόγχων από  0 έως N2-1  αντιστοιχεί στόν
στόν αριθμό τετραγώνων πού έχουμε γεμίσει*/
combcounter=0;/*αριθμός συνδυασμών */
// Αρχικοποίηση πίνακα με χρησιμοποιημένους αριθμούς
for (dummy=0; dummy<N2; dummy++){used[dummy]=0;}
//initialize rowsum
for(dummy=0; dummy<N; dummy++){rowsum[dummy]=0;}
printf("before loop N2=%d loopcounter=%d\n",N2,loopcounter);
// Ανοιγμα αρχείου για εκτύπωση αποτελεσμάτων
// Εδώ ανοίγουμε αρχείο γιά να γράψουμε τα αποτελέσματα...
fp=fopen("MAGIC", "w");
if ( fp == NULL ) {
                 fprintf(stderr, "%s: Cannot open output file
```

```
MAGIC%s\n",
                              "x0", "MAGIC");
                    exit(1);
                  }
//  ... ελέγχοντας αν πέτυχε
loop(N2,&combcounter,loopcounter,&comb[0],&used[0],fp);/*
Αυτη είναι η αναδρομική συνάρτηση -βασίζεται στην loop πού κάναμε στήν
τάξη
*/
fclose(fp);
            }

void loop(  nt,combcount, loopcounter,comb,used ,fp)
int nt,loopcounter;
int *combcount;
int *comb;
int  *used;
FILE *fp;
{
int square,dummy,result1,continuation;
int compute_rowsum();
int compute_colsum();
int compute_diagsum();
for(square=1; square<=nt; square++)/*
 αντιστοιχούμε στό τετράγωνο loopcounter την τιμή square*/
{
//printf("square=%d sum=%d loopcounter=%d used=%d\n",
// square,SUM,loopcounter,*(used+square-1) );  [διαγνωστικά]
printf("square=%d sum=%d loopcounter=%d used=%d \n",
 square,SUM,loopcounter,used[square-1]    );

comb[loopcounter]=square;
for(dummy=0;dummy<=loopcounter; dummy++){
printf ("loop %d square=%d\n",dummy,comb[dummy]);}
continuation=1;
if(!used[square-1]){
//Τό τετράγωνο είναι διαθέσιμο
printf("before compute rowsum with loopcounter=%d\n",loopcounter);
result1=compute_rowsum(loopcounter,square,comb);
printf("result1=%d,\n",result1);
 if (!result1){used[square-1]=0;if(loopcounter>0){
used[comb[loopcounter-1]-1]=0;}
/* Και ο προηγούμενος συνδυασμός δεν είναι αποδεκτός */ break;}
else if( result1 >0){
//Αλλάζουμε την τιμή του square με οτι χρειάζεται γιά να έχουμε το
σωστό άθροισμα SUM
 used[square-1]=0;
 square +=result1;
// Αυτό χρειαζόμαστε γιά νά έχουμε το σωστό άθροισμα
// συνεχίζουμε στό newsquare+1
 if (square >nt  ){used[square-1]=0; /*...αν φυσικά είναι <=N=nt*/
  if(loopcounter>0){ used[comb[loopcounter-1]-1]=0;} break; }
if(used[square-1])                                      {/*
δεν μπορούμε να το χρησιμοποιήσουμε! */
if(loopcounter>0){ used[comb[loopcounter-1]-1]=0;} break;}
comb[loopcounter]=square;
                       }
```

```
printf("after rowsum square=%d used=%d\n",square,used[square-1]);
/* H rowsum δείχνει πρόβλημα, ίσως γιατί είμαστε ήδη πάνω από το σωστό
άθροισμα
η γιατί φτάσαμε στό τέλος της γραμμής. Και στις δύο περιπτώσεις η
κατάσταση
δεν θεραπέυεται με άλλες(μεγαλύτερες) τιμές του square values, άρα
πρεέπι να γυρίσουμε
πίσω καί να δοκιμάσουμε άλλο loopcounter
*/
result1=compute_colsum(loopcounter,square,comb);
printf ("after compute colsum result1=%d\n", result1);
if (!result1){used[square-1]=0;
if(loopcounter>0){ used[comb[loopcounter-1]-1]=0;} break;}
/* δεν μπορούμε να ξαναααλλάξουμε τό square εδώ γιατί τότε το άθροισμα
 της γραμμής θα είναι λάθος συνεπώς γυρίζουμε πίσω (ο έλεγχος είναι
 ουσιαστικά ο ίδιος πού κάναμε γιά τις γραμμές)*/
printf("after colsum square=%d used=%d\n",square,used[square-1]);
/*  Γιά τη διαγώνιο έχουμε 2 διαγώνιους.
H μία αρχίζει από τό 0νικό στοιχείο καί προχωράεισέ βήματα N+1 */

if(!(loopcounter%(N+1))){
result1= compute_diagsum(loopcounter,square,comb,N+1,0);
/*αυτή είναι η 1 διαγώνιος */
if(result1 >=0){used[square-1]=0;
if(loopcounter>0){ used[comb[loopcounter-1]-1]=0;}
if(result1 ==0){break;}else{continuation=0;}}
printf("after first diagtest result1=%d\n",result1);
                              }
 /* μόνο αν η  loopcounter modulo(%)N+1 είναι ψευδής, δηλαδή 0*/
else if(!(loopcounter%(N-1))){
/*καί  η άλλη διαγώνιος αρχίζει από το N-1 καί προχωράει μέχρι
το πρώτο στοιχείο της τελευταίας γραμμής σε βήματα N-1 */
  result1=compute_diagsum(loopcounter,square,comb,N-1,N-1);
printf("second diagcheck returns with %d\n",result1);
if(result1 >=0){used[square-1]=0;
if(loopcounter>0){ used[comb[loopcounter-1]-1]=0;}
if(result1==0){break;}else{continuation=0;}}
                              }/* if !loopcounter %N-1 */
printf("after diagsum loopcounter=%d square=%d
nt=%d\n",loopcounter,square,nt);


if(continuation){/*Αν φτάσαμε εδώ μέχρι στιγμής έχουμε
έναν υποψήφιο συνδυασμό( αλλίως συνεχίζουμε
τους βρόγχους ) γιατί
  Τώρα τα αθροίσματα γραμμής, στήλης καί διαγωνίου(αν είναι σε
διαγώνιο)
είναι σωστά ΜΕΧΡΙ ΣΤΙΓΜΗΣ*/
used[square-1]=1; /* το τετράγωνο γίνεται αποδεκτό */
if(loopcounter<nt-1){loop(nt,combcount,loopcounter+1,comb,used,fp);
/* Αυτή είναι η αναδρομική συνθήκη: Οσο δενν έχουν καλυφθεί όλοι
οι βρόγχοι (καί δεν υπάρχει κάποια απαγορευτική συνθήκη μέχρι τώρα */
/* since we are about to try next square*/
/* and in the special case of completed line, zero rowsum of
loopcounter altogether*/
printf("returned from loop\n");
}
```

```
else{ /*Συνθήκη τερματισμού(φτάσαμε στόν τελευταίο βρόγχο-όλα τα
τετράγωνα
 είναι γεμάτα. Προχωράμε σε ελεγχο  μαγείας */
printf( "with result1=%d Magic square !\n",result1);
fprintf(fp, "Magic square !\n");
for (dummy=0; dummy<nt; dummy++){
printf("Square %d value %d\n", dummy, comb[dummy]);
fprintf(fp,"Square %d value %d\n", dummy, comb[dummy]);}

   //απελευθερώνουμε το τετράγωνο
used[square-1]=0;
   }/*Τέλος του else(συνθήκη τερματισμού )*/
}/* if continuation */
      }/*άν  το square δεν χρησιμοποιείται */
      }    /* τελος βρόγχου πάνω σε squares */
// αν τελειώσαμε τα τετράγωνα και δεν πετύχαμε τίποτε..
used[comb[loopcounter]-1] =0;
if(loopcounter >0){used[comb[loopcounter-1]-1] =0 ;}
//finished the loop over squares
}

//ΕΛΕΓΧΟΣ ΑΘΡΟΙΣΜΑΤΟΣ ΓΡΑΜΜΩΝ
int compute_rowsum( loopcounter,  square,  comb)
int *comb;
int loopcounter, square;
{
int dummy,retval,remainder,sumr ;
retval=-1; /*υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει πρόβλημα*/
//υπολογίζουμε το υπόλοιπο
remainder=loopcounter%N   ;
sumr=square;/* συνεισφορά στό άθροισμα απο τωρινό τετράγωνο */
for(dummy=loopcounter-remainder; dummy<loopcounter; dummy++){
printf("dummy=%d combdummy=%d sumr=%d\n",dummy,comb[dummy],sumr);
sumr+=comb[dummy];}
printf("in rowsum loopcounter=%d remainder=%d N=%d square=%d sumr=%d
sum=%d\n",
 loopcounter,remainder,N,square,sumr,SUM);
if(SUM < sumr || (sumr < SUM && remainder==N-1 &&square==(N*N) ))
{retval=0;}
/* Ειτε ήδη έχουμε μεγαλύτερη τιμή από το άθροισμα είτε έχουμε
προσθέσει
την μεγαλύτερη τιμή του square καί είμαστε μικρότεροι από το σωστό
άθροισμα
  δεν έχουμε ελπίδες γιά μαγικό τετράγωνο*/
  else if  (sumr < SUM && remainder==N-1){retval=SUM-sumr;}
/*  έχουμε ελπιδες επιστρέφουμε την τιμή πού χρειάζεται γιά
  να γίνει σωστή η γραμμή*/
return retval; /*  0 σημαίνει ο συνδυασμός δεν δουλεύει */
  }

int compute_colsum( loopcounter,  square,  comb)
int loopcounter,square;
int *comb;
{
int dummy,retval,remainder,sumc;
retval=-1; /*nothing wrong in general*/
//compute the
```

```
remainder=loopcounter%N ;
sumc=square;/* contrib from loopcounter */
for(dummy=remainder;dummy<loopcounter; dummy+=N){/*for the collumn thus
far except current*/
sumc+=comb[dummy];}
if(SUM<sumc || (sumc <SUM && (loopcounter >=(N*(N-1)) ) &&
(square==N*N))){

retval=0;}
else if( sumc <SUM && (loopcounter >=(N*(N-1)) )){retval=SUM-sumc;}
//says we are in the last row, so the entire column has been summed
// either we are already too big or we are too small after having
summed
//  the entire collumn
return retval; /* So 0 means drop this combo*/
  }

int compute_diagsum( loopcounter,  square, comb,step,subtr)
int square,loopcounter,step,subtr;
int *comb;
{
int dummy,retval,remainder,sumd;
retval=-1; /*αρχίζουμε υποθέτοντας ότι όλα είναι οκ*/
printf("in diagsum with step=%d subtr=%d \n",step,subtr);
//if(!remainder){/* it is on some diagonal diagonal */
// it could be on both diagonals, but that  is only one element
// at most (N odd) and we will check again at the end
sumd=square;/* συνεισφορά από τωρινό στοιχείο */
for(dummy=loopcounter-step;dummy>=subtr; dummy-=step){
/*Γιά όλα τα διαγώνια στοιχεία μέχρι στιγμής εκτός του τωρινού*/
sumd+=comb[dummy];}
if(SUM < sumd ){retval=0;}
else if (sumd < SUM && (loopcounter >=(N*(N-1)) )) {retval=1;}/* means
do not break */
// either we are already too big or we are too small after having
summed
//  the entire collumn
printf("in diagonal with step=%d subtr=%d
retval=%d\n",step,subtr,retval);
return retval; /* So 0 means drop this combo-return 1 if remainder*/
                                         }
```

Κατασκευή Μαγικών Τετραγώνων χρησιμοποιώντας Java

Το Choco παρέχεται ως αρχείο της Java (αρχείο βάζων). Μπορεί να χρησιμοποιηθεί μόλις περιλαμβάνεται αυτό το αρχείο στη μεταβλητή CLASSPATH του περιβάλλοντός σας (αναφερθείτε στη σελίδα εγκαταστάσεων). Τώρα υποθέτουμε ότι το βήμα εγκαταστάσεων έχει επιτευχθεί σωστά.

Ένα πρώτο παράδειγμα: Μαγικών Τετραγώνων

Το πρόβλημα συνίσταται στην κάλυψη ενός πίνακα NxN με τους αριθμούς 1, 2,. . . , N τέτοια ώστε καθε γραμμή και στήλη να έχει το ίδιο πόσο.

Δημιουργία μιας νέας κλάσης Magic Square σε ένα αρχείο Magic Square.java:

```
  import choco.integer.IntDomainVar;
import choco.Problem;

public class MagicSquare {

  public static void main(String[] args) {
    int n = 4;
    System.out.println("Magic Square Problem with n = " + n);
  }
}
```

Τώρα θα ολοκληρώσουμε αυτή η κύρια μέθοδος.

Δημιουργία προβλήματος

Πρώτον, ένα νέο πρόβλημα, θα πρέπει να δημιουργηθεί. Δημιουργούμε τις μεταβλητές και τους περιορισμούς που βασίζονται στο αντικείμενο του Προβλήματος. Επομένως, είναι το κεντρικό στοιχειό του προγράμματος.

```
Problem myPb = new Problem();
```

Δημιουργία μεταβλητών

Οι μεταβλητές πρέπει να δημιουργηθούν για το πρόβλημα αυτό. Επειδή ασχολούμαστε με διακριτούς τομείς για να συμπληρώσουμε ένα μαγικό τετράγωνο, EnumIntVar μεταβλητές που θα χρησιμοποιηθούν. Οι μεταβλητές ορίων θα ονομάζονται BoundIntVar και μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τα μεγαλύτερα ονόματα. Ένας πινάκας του μεγέθους NxN έχει δημιουργηθεί άδω και μια μεταβλητή είναι συνδεδεμένες σε καθε κελί του πίνακα. Το όνομα της μεταβλητής, των άνω και κάτω ορίων της απαριθμημένης περιοχής δίνονται στο επιχείρημα της μεταβλητής constructor. Παρατηρούμε ότι μια ακόμα μεταβλητή, το πόσο, αναφέροντας το άθροισμα των γραμμών και των σειρών που θα χρειαστούν.

```
IntDomainVar[] vars = new IntDomainVar[n * n];
    for (int i = 0; i < n; i++)
      for (int j = 0; j < n; j++) {
        vars[i * n + j] = myPb.makeEnumIntVar("C" + i + "_" + j, 1, n *
n);
      }
    IntDomainVar sum = myPb.makeEnumIntVar("S", 1, n * n * (n * n + 1)
/ 2);
```

Προσθήκη περιορισμών

Πάλι, η περίπτωση προβλήματος είναι αρμόδια για τη δημιουργία και την τοποθέτηση των περιορισμών: Αρχικά όλα τα κελιά του πίνακα πρέπει να έχουν διαφορετικές τιμές. Οι μεταβλητές μας πρέπει να ταιριάξουν σωστά.

```
for (int i = 0; i < n * n; i++)
    for (int j = 0; j < i; j++)
      myPb.post(myPb.neq(vars[i], vars[j]));
```

Δεύτερον, το άθροισμα των μεταβλητών συνδέεται με τις μεταβλητές κάθε γραμμής και στήλης.A scalar product with coefficients equal to 1 is used to ensure that the sum of each line and row will be equal to the same value (notice that a sum constraint is available as a shorthand). Ένα δεδομένο προϊόν με συντελεστές ίσο με το 1 χρησιμοποιείται για να εξασφαλίσει ότι το άθροισμα καθε γραμμής και στήλης θα είναι ίσο με την ιδία τιμή.

```
int[] coeffs = new int[n];
```

```
for (int i = 0; i < n; i++) {
  coeffs[i] = 1;
}

for (int i = 0; i < n; i++) {
  IntDomainVar[] col = new IntDomainVar[n];
  IntDomainVar[] row = new IntDomainVar[n];

  for (int j = 0; j < n; j++) {
    col[j] = vars[i * n + j];
    row[j] = vars[j * n + i];
  }

  myPb.post(myPb.eq(myPb.scalar(coeffs, row), sum));
  myPb.post(myPb.eq(myPb.scalar(coeffs, col), sum));
}
```

Τέλος, η τιμή του αθροίσματος μπορεί να προσδιορίζεται και θα πρέπει να είναι ίση με N*(N*N + 1) / 2. Αυτός ο περιορισμός είναι περιττός μια που εξασφαλίζει μια ισχυρότερη διάδοση. Αυτό μπορεί να παραλειφτεί.

```
myPb.post(myPb.eq(sum, n * (n*n + 1) / 2));
```

Μπορούμε τώρα είτε να αναζητήσουμε μία λύσης, η όλες τις λύσεις του προβλήματος.

Ψάχνουν μια λύση

Η πρώτη λύση που μπορεί να επιτευχτεί με μια απλή έκκληση για την solve () μέθοδο. Η λύση αυτή θα δώσει την πρώτη λύση που βρέθηκε από το επιλύει και να σταματήσουν την αναζήτηση.

```
myPb.solve();
```

Ψάχνοντας για όλες τις λύσεις

Για να αναζητήσετε όλες τις λύσεις, η μέθοδος solveAll () μπορεί να κληθεί:

```
problem.solveAll();
```

Μπορούμε τώρα να χρησιμοποιήσουμε τη solver περίπτωση για να ξέρουμε πόσες λύσεις βρέθηκαν. Για παράδειγμα, ας εμφανίστε τον αριθμό των λύσεων:

```
System.out.println("Solution number: " +
problem.getSolver().getNbSolutions());
```

Λύση εκτύπωσης

Η λύση μπορεί να διαβαστεί σε μεταβλητές μετά το ψήφισμα:

```
for (int i = 0; i < n; i++) {
      for (int j = 0; j < n; j++) {
            System.out.print(""+vars[i * n + j].getVal());
            if (vars[i * n + j].getVal() > 9) System.out.print(" ");
            else System.out.print("  ");
      }
      System.out.println("");
}
```

Ο αριθμός κόμβων που εξερευνιέται κατά τη διάρκεια της αναζήτησης είναι επίσης διαθέσιμος:

```
System.out.println("NB_NODE: " +
myPb.getSolver().getSearchSolver().getNodeCount());
```

Μπορείτε επίσης να ζητήσετε το πρόβλημα για να τυπωθείτε με:

```
System.out.println("" + pb.pretty());
```

Αλλά σε εκείνη την περίπτωση, όλοι οι περιορισμοί θα επιδειχθούν.

Εκτέλεση

Όπως όλα τα προγράμματα Java, η εκτέλεση αυτού του κώδικα πρέπει να συνταχθεί και να προωθηθεί. Εάν τα μεταβλητά σημεία CLASSPATH αρχειοθετούν, η ακόλουθη εντολή επιτρέπει να συντάξει αυτήν την κατηγορία δειγμάτων: javac MagicSquare.java.

Στο τέλος, για να προωθήσετε την κύρια μέθοδο, πρέπει μόνο να καλέσετε: java MagicSquare. Πάλι, εάν η CLASSPATH σας δεν ιδρύεται, μπορείτε να χρησιμοποιήσετε - επιλογή CP. Το αποτέλεσμα πρέπει να είναι ως εξής:

```
>java MagicSquare
Magic Square Problem with n = 4
1  2  15 16
6  11 10 7
13 9  4  8
14 12 5  3
NB_NODE: 10
```

Η λύση είναι όπως εμφανίζεται στο προηγούμενο σχήμα. Θα μπορούσαμε να ζητήσουμε από όλες τις λύσεις και για την απεικόνιση του αριθμού λύσεων. Ο πλήρης κώδικας είναι ο εξής:

```
import choco.integer.IntVar;
import choco.integer.IntDomainVar;
```

```
import choco.Problem;

public class MagicSquare {

    public static void main(String[] args) {
        int n = 4;
        System.out.println("Magic Square Problem with n = " + n);

        Problem myPb = new Problem();

        IntDomainVar[] vars = new IntDomainVar[n * n];
        for (int i = 0; i < n; i++)
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                vars[i * n + j] = myPb.makeEnumIntVar("C" + i + "_" +
j, 1, n * n);
            }
        IntDomainVar sum = myPb.makeEnumIntVar("S", 1, n * n * (n * n +
1) / 2);

        myPb.post(myPb.eq(sum, n * (n * n + 1) / 2));
        for (int i = 0; i < n * n; i++)
            for (int j = 0; j < i; j++)
                myPb.post(myPb.neq(vars[i], vars[j]));

        int[] coeffs = new int[n];
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            coeffs[i] = 1;
        }

        for (int i = 0; i < n; i++) {
            IntVar[] col = new IntVar[n];
            IntVar[] row = new IntVar[n];

            for (int j = 0; j < n; j++) {
                col[j] = vars[i * n + j];
                row[j] = vars[j * n + i];
            }

            myPb.post(myPb.eq(myPb.scalar(coeffs, row), sum));
            myPb.post(myPb.eq(myPb.scalar(coeffs, col), sum));
        }
        myPb.solve();
        //System.out.println("" + myPb.pretty());
        for (int i = 0; i < n; i++) {
            for (int j = 0; j < n; j++) {
                System.out.print("" + vars[i * n + j].getVal());
                if (vars[i * n + j].getVal() > 9) System.out.print("
");
```

```
                    else System.out.print("  ");
                }
                System.out.println("");
            }
            System.out.println("NB_NODE: " +
myPb.getSolver().getSearchSolver().getNodeCount());

    }

}
```

Μία άλλη εκδοχή για τη δημιουργία ενός μαγικού τετραγώνου σε γλώσσα προγραμματισμού Java είναι η εξής:

```
import java.awt.*;
import java.applet.*;
import java.util.*;

public class MagicSquare extends Applet implements Runnable {

   protected int n = 4; /* επιλέγω: 4 x 4 τετράγωνο*/

   private Thread solver;

   private int min(int x, int y) {
      return x <= y ? x : y;
   }

   private TextField message_box;  /*θα είναι δημόσιο μέσα στην κλάση*/
   private TextField n_box;         /* για να καθορίσουμε το n*/
   private TextField initial_frustration_box;
   private TextField frustration_factor_box;

   private void init_widgets() {
      setLayout(new FlowLayout());
//      add(new Label("Magic square solver using CCM (Chemical Casting
Model) -- " +
//               Version + " --"));
      add(new Button("Stop"));
      add(new Button("Start"));

      Panel major_option_panel = new Panel();
      major_option_panel.add(new Label("Size ="));
      n_box = new TextField("4    ");
      major_option_panel.add(n_box);
      init_speed_choice(major_option_panel);
      init_rule_choice(major_option_panel);
      add(major_option_panel);

      Panel minor_option_panel = new Panel();
      minor_option_panel.add
         (new Label("Minor options:  Initial frustration ="));
      initial_frustration_box = new TextField("1e-15 ");
      minor_option_panel.add(initial_frustration_box);
      minor_option_panel.add(new Label("Frustration factor ="));
      frustration_factor_box = new TextField("2.0   ");
      minor_option_panel.add(frustration_factor_box);
//      add(minor_option_panel);

      message_box = new TextField(50);
      add(message_box);
   }

   public boolean action(Event e, Object arg) {
      message_box.setText("");
```

```
      if (speed_action(arg) || rule_action(arg)) {
         return true;
      } else if ("Start".equals(arg)) {
         stop();
         start();
         return true;
      } else if ("Stop".equals(arg)) {
         stop();
         return true;
      } else {
         return false;
      }
   }


/* Επιλογή επέκτασης: */

   private Choice new_choice(String[] labels, int default_index,
                             Panel p) {
      Choice c = new Choice();
      for (int i = 0; i < labels.length; i++) {
         c.addItem(labels[i]);
      };
      c.select(default_index);
//      p.add(c);
      return c;
   }

   private int find_index(Object arg, String[] labels) {
      for (int i = 0; i < labels.length; i++) {
         if (labels[i].equals(arg)) {
            return i;
         };
      };
      return -1;  /* Δεν βρέθηκε*/
   }


/* Έλεγχος ταχύτητας: */

   final int[] Sleep_time = {333, 50, 0}; /* σε mili seconds*/
   final int Medium_speed_index = 1;
   final int Fast_speed_index = 2;
   final int Full_speed_index = 3;
   final int Speed_default_index = Full_speed_index;
   final String[] Speed_choice_labels =
      {"Slow speed (3 rps)", "Medium speed (20 rps)",
       "Fast speed", "Full speed"};

   private int speed_selected_index;
   private Choice speed_choice;

   private void init_speed_choice(Panel p) {
   /* Η επιλογή της ταχύτητας δημιουργήθηκε και αρχικοποιήθηκε*/
      speed_choice =
         new_choice(Speed_choice_labels, Speed_default_index, p);
      speed_selected_index = Speed_default_index;
```

```
   }

   private boolean speed_action(Object arg) {

   /* Προειδοποίηση:Αυτή η συνάρτηση δεν καλείτε μόνο όταν υπάρχει
γεγονός     */
   /* προκλήθηκε από την επιλογή ελέγχου ταχύτητας.*/
      int index = find_index(arg, Speed_choice_labels);
      if (index >= 0) {        /* βρέθηκαν */
         speed_selected_index = index;
       display_switch =
             index == Fast_speed_index || index == Full_speed_index
                   ? false     /* Δεν εμφανίζει ενώ εκτελεί*/
                   : true;
         return true;
      } else {                 /* Δεν βρέθηκαν    */
         return false;
      }
   }


/* Κανόνας επιλογής: */

   final int Swap_index = 0;
   final int Rotate_index    = 1;
   final int[] Rules = {Swap_index, Rotate_index};
   final int Rule_default_index = Swap_index;
   final String[] Rule_choice_labels = {"Swapping rule", "Rotation
rule"};

   private int rule_selected_index;
   private Choice rule_choice;

   private void init_rule_choice(Panel p) {
   /* Ο κανόνας επιλογής δημιουργήθηκε και αρχικοποιήθηκε*/
      rule_choice =
         new_choice(Rule_choice_labels, Rule_default_index, p);
      rule_selected_index = Rule_default_index;
   }

   private boolean rule_action(Object arg) {
      int index = find_index(arg, Rule_choice_labels);
      if (index >= 0) {        /* Βρέθηκε  */
         rule_selected_index = index;
         return true;
      } else {
         return false;
      }
   }

/*==============================================================
=*/
/*    Μαγικό τετράγωνο θεατή                                  */
/*==============================================================
=*/
   protected boolean display_switch = false;
```

```
                         /* Για να απεικονίσει η όχι το χάρτη*/

   final int Common_offset = 8;

   protected int x_offset = 0;
   protected int y_offset = 170;
   protected int drawn_n;
   protected int queen_x_offset, queen_y_offset;
   int drawing_size, drawing_step, queen_size;
   int font_size;

   private void init_view() {
   }

   private void start_view() {
      drawing_step =
         (min(size().width - x_offset, size().height - y_offset) -
          2 * Common_offset) / n;
      if (drawing_step <= 0) {
         message_box.setText("Applet size too small! ");
         drawing_step = 0;
      };
      drawing_size = drawing_step * n;
      font_size = drawing_step * 3 / 5;
   }

   public void paint(Graphics g) {
      int x0 = x_offset + Common_offset;
      int y0 = y_offset + Common_offset;
      for (int i = 0; i <= n; i++) {
         int grid_coord = i * drawing_step;
         g.drawLine(x0, y0 + grid_coord,
                    x0 + drawing_size - 1, y0 + grid_coord);
         g.drawLine(x0 + grid_coord, y0,
                    x0 + grid_coord, y0 + drawing_size - 1);
      };
      x0 = x0 + drawing_step / 10;
      y0 = y0 + drawing_step / 10;
      Font old_font = g.getFont();
      g.setFont(new Font("TimesRoman", Font.PLAIN, font_size));
      for (int i = 0; i < wm_size; i++) {
         g.drawString
           ("" + value_wm[i],
            x0 + x_coord_wm[i] * drawing_step,
            y0 + y_coord_wm[i] * drawing_step + drawing_step * 2 / 3);
      };
      g.setFont(old_font);
   }

/*===================================================================
=*/
/*    Λύση                                                         */
/*===================================================================
=*/
   double initial_frustration = 1.0e-15;
   double frustration_factor = 2.0;
```

```
   protected int expected_summation;

   /* Μνήμη εργασίας: */
   private int[] value_wm, x_coord_wm, y_coord_wm;
   private double[] frustration_wm;
   private int[][][] summation_wm;
   private int[] n_summations;
   private int wm_size;

   private int n_tests;
   private int n_reactions;
   private int n_failed_tests;

   /* Βαθμός τάξης: */
   private int order(int index, int value_difference) {
      int sum = 0;
      for (int i = 0; i < n_summations[index]; i++) {
         int diff = expected_summation -
                    (summation_wm[index][i][0] + value_difference);
         sum -= diff * diff;
      }
      return sum;
   }

   private double mean_order() {
   /* Επιστρέφει το μέσο βαθμό της τάξης στην μνήμη εργασίας.      */
      int total_order = 0;
      for (int i = 0; i < wm_size; i++) {
         total_order += order(i, 0);
      };
      return total_order / (double)wm_size;
   }

   private void init_solver() {
   }

   private double get_option(TextField option, String
format_error_message,
                             double minimum_value, String
value_error_message,
                             double default_value) {
      double value;
      try {
         value = (new Double(option.getText())).doubleValue();
         /* value = Integer.parseInt(option.getText()); */
      } catch (NumberFormatException e) {
         message_box.setText(format_error_message);
         value = default_value;
      };
      if (option==n_box) option.setText(""+(int)value); else
option.setText("" + value);

      if (value < minimum_value) {
         message_box.setText(value_error_message);
         value = default_value;
      };
```

```
         return value;
      }


   /* Random color/index generators */

      private Random selector = new Random();

      private int random(int max) {
         return (selector.nextInt() & 0x7FFFFFFF) % max;
      }

      private void update_summations(int index, int difference) {
         for (int i = 0; i < n_summations[index]; i++) {
            summation_wm[index][i][0] += difference;
         };
      }


   /* Κανόνες */

      private void swap_rule() {
      /* Ένας κανόνας για να ανταλλάσσει δυο στήλες του μαγικού τετραγώνου
         */
         int index1, index2;
         n_tests++;

      /* Επιλέγει στήλες για να εφαρμοστεί ο κανόνας:    */
         index1 = random(wm_size);
         do {
            index2 = random(wm_size);
         } while (index2 == index1);

      /* Υπολογίζει LODs: */
         int old_order = order(index1, 0) + order(index2, 0);
         int new_order = order(index1, value_wm[index2] -
   value_wm[index1]) +
                         order(index2, value_wm[index1] -
   value_wm[index2]);

         if (old_order >= 0) {    /* Μια τοπική συνθήκη λήξης κρατά     */
            n_failed_tests++;
         } else if (((double)old_order - frustration_wm[index1]
                      - frustration_wm[index2]) >
                     new_order) {
                                  /* Για να μην αντιδράσει       */
            n_failed_tests++;
            frustration_wm[index1] *= frustration_factor;
            frustration_wm[index2] *= frustration_factor;
         } else {
            n_reactions++;
            n_failed_tests = 0;
            int v1 = value_wm[index1];
            int v2 = value_wm[index2];
            update_summations(index1, v2 - v1);
            update_summations(index2, v1 - v2);
            value_wm[index1] = v2;
```

```
            value_wm[index2] = v1;
            if (display_switch) {
               repaint();
               try {solver.sleep(Sleep_time[speed_selected_index]);}
               catch (InterruptedException e) {};
            };
            frustration_wm[index1] = initial_frustration;
            frustration_wm[index2] = initial_frustration;
         };
      }

      private void rotate_rule() {
      /* Ένας κανόνας για να περιστραφούν τρεις στήλες του μαγικού τετραγώνου*/
         int index1, index2, index3;
         n_tests++;

      /* Επιλέγει στήλες για να εφαρμόσει τον κανόνα:      */
         index1 = random(wm_size);
         do {
            index2 = random(wm_size);
         } while (index2 == index1);
         do {
            index3 = random(wm_size);
         } while (index3 == index1 || index3 == index2);

      /* Υπολογίζει LODs: */
         int old_order =
               order(index1, 0) + order(index2, 0) + order(index3, 0);
         int new_order = order(index1, value_wm[index2] -
   value_wm[index1]) +
                         order(index2, value_wm[index3] -
   value_wm[index2]) +
                         order(index3, value_wm[index1] -
   value_wm[index3]);

         if (old_order >= 0) {     /* Μια τοπική συνθήκη λήξης κρατά*/
            n_failed_tests++;
         } else if (((double)old_order - frustration_wm[index1]
                     - frustration_wm[index2] - frustration_wm[index3]) >
                    new_order) {
                                   /* Δεν αντιδρά     */
            n_failed_tests++;
            frustration_wm[index1] *= frustration_factor;
            frustration_wm[index2] *= frustration_factor;
            frustration_wm[index3] *= frustration_factor;
         } else {
            n_reactions++;
            n_failed_tests = 0;
            int v1 = value_wm[index1];
            int v2 = value_wm[index2];
            int v3 = value_wm[index3];
            update_summations(index1, v2 - v1);
            update_summations(index2, v3 - v2);
            update_summations(index3, v1 - v3);
            value_wm[index1] = v2;
            value_wm[index2] = v3;
            value_wm[index3] = v1;
```

```
         if (display_switch) {
            repaint();
            try {solver.sleep(Sleep_time[speed_selected_index]);}
            catch (InterruptedException e) {};
         };
         frustration_wm[index1] = initial_frustration;
         frustration_wm[index2] = initial_frustration;
         frustration_wm[index3] = initial_frustration;
      };
   }


/* Κύριο κομμάτι λύσης: */

   public void run() {
      long initial_time;
      int max_tests = 1000;
      int max_tests_20 = 20 * max_tests;

      n = (int)get_option(n_box, "Format error -- n ",
                          3, "The value of N must be 3 or larger! ",
3);
      initial_frustration =
         get_option(initial_frustration_box,
                    "Format error -- initial_frustration ",
                    0, "The value of initial frustration must be
positive! ",
                    1e-15);
      frustration_factor =
         get_option(frustration_factor_box,
                    "Format error -- frustration_factor ",
                    0, "The value of initial frustration must be
positive! ",
                    2.0);
      init_wm(n);

      start_view();
      repaint();
      try {solver.sleep(50);}
      catch (InterruptedException e) {};

      message_box.setText("Looking for Magic Squares...");
      initial_time = System.currentTimeMillis();
      n_tests = 0;
      n_reactions = 0;
      n_failed_tests = 0;
      while (true) {
         switch (rule_selected_index) {
         case Swap_index:
            swap_rule();
            break;
         case Rotate_index:
            rotate_rule();
            break;
         }

         if (n_failed_tests >= max_tests) {      /* όρος λήξης */
```

```
            if (n_tests < max_tests_20) {
               break;
            };
            max_tests_20 = 2 * max_tests_20;
            max_tests = max_tests_20 / 20;
         }
         if (speed_selected_index != Full_speed_index &&
           n_tests % 10000 == 0) {
            message_box.setText
               ("Looking for Magic Squares... #tests = " + n_tests +
                "  #reactions = " + n_reactions + "  MOD = " +
mean_order() +
                "  Time = " +
                (System.currentTimeMillis() - initial_time) / 1000.0);
            repaint();
            try {solver.sleep(50);}
            catch (InterruptedException e) {};
         }
         if (speed_selected_index == Full_speed_index) {
             int time = (int)((System.currentTimeMillis()-initial_time)
% 3000);
             switch (state) {
                 case 0:
                     if (time > 2500) {
                         state = 1;
                         message_box.setText("");
                     } break;
                 case 1:
                     if (time < 2500) {
                         state = 0;
                         String str = "Looking for Magic Squares... ";
                         switch ((msg =
(msg+(int)(Math.random()*3)+9)%10)) {
                             case 0: case 1: case 2: str = "Looking for
Magic Squares... Sorry to take your time..."; break;
                             case 4: str = "Looking for Magic
Squares... Not long now..."; break;
                             case 3: str = "Still Looking for Magic
Squares..."; break;
                             case 5: case 6: case 7: str = "Looking for
Magic Squares... "; break;
                             default: str = "Looking for Magic
Squares... Thanks for being patient...";
                         }
                         message_box.setText(str);

                     } break;
             }
         }

      }
      double order = mean_order();
      message_box.setText((order < 0 ? "  *** Failed! ***" : "I found
one!") +
          "  It took me " + (System.currentTimeMillis() - initial_time)
/ 1000.0 + " seconds.");
      repaint();
```

```
   };

   int state=0;
   int msg=6;

/*================================================================
=*/
/*    Εργασία μνήμης (Initial queen layout)     */
/*================================================================
=*/
   /* protected int summations[]; */

   private void add2summation(int[] summation, int index) {
      summation[0] += value_wm[index];
      summation_wm[index][n_summations[index]++] = summation;
   }

   private void init_wm(int n) {
      wm_size = n * n;
      value_wm = new int[wm_size];
      x_coord_wm = new int[wm_size];
      y_coord_wm = new int[wm_size];
      frustration_wm = new double[wm_size];
      summation_wm = new int[wm_size][][];
      n_summations = new int[wm_size];

      expected_summation = (n * (n * n + 1)) / 2;

      for (int i = 0; i < wm_size; i++) {
         x_coord_wm[i] = i % n;
         y_coord_wm[i] = i / n;
         value_wm[i] = i + 1;
         frustration_wm[i] = initial_frustration;
      };
      for (int i = 0; i < n; i++) {
         for (int j = 0; j < n; j++) {
            n_summations[n * i + j]++;
            n_summations[n * j + i]++;
         };
         n_summations[n * i + i]++;
         n_summations[n * i + n - i - 1]++;
      };
      for (int i = 0; i < wm_size; i++) {
         summation_wm[i] = new int[n_summations[i]][];
         n_summations[i] = 0;
      };
      int[] up_diagonal_summation = new int[1];
      int[] down_diagonal_summation = new int[1];
      for (int i = 0; i < n; i++) {
         int[] row_summation = new int[1];
         int[] column_summation = new int[1];
         for (int j = 0; j < n; j++) {
            add2summation(row_summation, n * i + j);
            add2summation(column_summation, n * j + i);
         };
         add2summation(up_diagonal_summation, n * i + i);
```

```
        add2summation(down_diagonal_summation, n * i + n - i - 1);
     };
  }

/*==================================================================
=*/
/*    Διακομιστές                                               */
/*==================================================================
=*/
  public void init() {
     init_widgets();
     init_solver();
     init_view();
  }

  public void start() {
     solver = new Thread(this);
     solver.start();
  }

  public void stop() {
     solver.stop();
  }

}
```

Μία πιο απλή μέθοδος για τη δημιουργία ενός μαγικού τετραγώνου σε γλώσσα προγραμματισμού Java είναι η εξής:

```
import java.io.*;
class square
{
int [ ][ ] ar;
int con;

public square(int n)
{
con=n;
ar=new int [con][con];
}

void magicsquare()
{

int ci=((con+1)/2)-1;
int f=0;
ar=new int[con][con];

for(int i=0;i<con*con;i++)
{
if(ar[f][ci]==0){
ar[f][ci]=i+1;

if(f==0){
f=con-1;
}
else{
f--;
}
if(ci==con-1){
ci=0;
}
else{
ci++;
}

}
else{
ci--;
f=f+2;
if(ci<0 && f>con-1){
```

```
ci=con-1;
f=1;
}
else{
if(ci<0){
ci=con-1;
}
if(f>con-1){
f=0;
}}

ar[f][ci]=i+1;
f--;
ci++;
if(f<0){
f=con-1;
}
if(ci>con-1){
ci=0;
}
}

}}
public static String esimpar(int num)
{
String res;
num=num%2;
if(num!=0){
res="si";}
else{
res="no";}
return res;

}

void print(){
for(int i=0;i<con;i++){
for(int j=0;j<con;j++){
System.out.print(ar[i][j]+",");
}
System.out.println(" ");}
}
}
class Exercise
{
static public void main(String []ars)throws IOException{
```

```
BufferedReader leer=new BufferedReader(new
InputStreamReader(System.in));
int op=0;
System.out.println("Write an odd number between 3 and 100:");
op=Integer.parseInt(leer.readLine());
if(op>=3 &&op<=100){
if(cuadro.esimpar(op)=="si"){
cuadro magico=new cuadro(op);
magico.cuadromagico();
magico.imprimir();
}else{
System.out.println("The pair number is impossible to continue") ;}

}else{
System.out.println("The number is not within the range 3 to 100");
}

}
}
```

Κατασκευή Μαγικών Τετραγώνων χρησιμοποιώντας SQL

Τακτοποίηση αριθμών από το 1 έως το 9 σε ένα μαγικό τετράγωνο 3x3, έτσι ώστε κάθε σειρά, στήλη και διαγώνιος να έχει το άθροισμα. Στον παρακάτω κώδικα συμπληρώνω ένα πίνακα που ονομάζεται "αριθμοί" μαζί με μία στήλη ακεραίων που ονομάζεται "x" με αριθμούς από το 1 έως το 9.

```
SELECT
   a.x as a, b.x as b, c.x as c,
   d.x as d, e.x as e, f.x as f,
   g.x as g, h.x as h, i.x as i
FROM
   numbers a, numbers b, numbers c,
   numbers d, numbers e, numbers f,
   numbers g, numbers h, numbers i
WHERE
     a.x+b.x+c.x = d.x+e.x+f.x AND
 a.x+b.x+c.x = g.x+h.x+i.x
    AND a.x+b.x+c.x = a.x+d.x+g.x AND
a.x+b.x+c.x = b.x+e.x+h.x
    AND a.x+b.x+c.x = c.x+f.x+i.x AND
a.x+b.x+c.x = a.x+e.x+i.x
    AND a.x+b.x+c.x = c.x+e.x+g.x
    AND a.x<>b.x AND a.x<>c.x AND
a.x<>d.x AND a.x<>e.x
    AND a.x<>f.x AND a.x<>g.x AND
 a.x<>h.x AND a.x<>i.x
    AND b.x<>c.x AND b.x<>d.x AND
 b.x<>e.x AND b.x<>f.x
    AND b.x<>g.x AND b.x<>h.x AND
b.x<>i.x AND c.x<>d.x
    AND c.x<>e.x AND c.x<>f.x AND
c.x<>g.x AND c.x<>h.x
    AND c.x<>i.x AND d.x<>e.x AND
d.x<>f.x AND d.x<>g.x
    AND d.x<>h.x AND d.x<>i.x AND
 e.x<>f.x AND e.x<>g.x
    AND e.x<>h.x AND e.x<>i.x AND
f.x<>g.x AND f.x<>h.x
    AND f.x<>i.x AND g.x<>h.x AND
 g.x<>i.x AND h.x<>i.x;
```

Έτσι το αποτέλεσμά μας είναι:

a	b	c	d	e	f	g	h	i
8	1	6	3	5	7	4	9	2

6	1	8	7	5	3	2	9	4
8	3	4	1	5	9	6	7	2
4	3	8	9	5	1	2	7	6
6	7	2	1	5	9	8	3	4
2	7	6	9	5	1	4	3	8
4	9	2	3	5	7	8	1	6
2	9	4	7	5	3	6	1	8

Αν δεν βάλουμε τις ανισότητες θα παράγει μια πληθώρα από κοινότυπες λύσεις όπως για παράδειγμα: "1,1,1,1,1,1,1,1,1" ή "3,1,2,1,2,3,2,3,1"

Κατασκευή Μαγικών Τετραγώνων χρησιμοποιώντας ψευδογλώσσα

Ο παρακάτω αλγόριθμός είναι γραμμένος σε ψευδογλώσσα παράγει όλες τις διαμορφώσεις που μπορούν να ληφθούν με την εφαρμογή μιας ακολουθίας βασικών μετασχηματισμών στην αρχική διαμόρφωση.

```
Make the set Generated empty;
Make the set Disp empty;
Include the configuration Ini in Disp;
While Disp is not empty Do Begin
  take an element P out of Disp;
  for all basic transformation C Do Begin
    let Q be the configuration obtained by applying C to P;
    If Q is not in the set Generated Then Begin
      include Q in the set Generated;
      include Q in the set Disp;
    End
  End
End;
```

We can stop searching if the configuration Q is the target.
Let us first investigate the implementation of the operations on the set
Generated.
The number of all configurations is 8!=40320. It is too large to store the

configurations in an array. We can overcome this problem by using an bijective function Rank that maps a configuration into a number in the range
0..8!-1. We can obtain such function by defining Rank(Q) as the number of
configurations that precedes Q according to the lexicographic ordering of the
permutations of the numbers 1..8.

Let us observe that each basic transformation C has a unique inverse in the
sense that for any configuration Q if C transforms Q to P then its inverse
transforms P to Q and conversely, if the inverse of C transforms P to Q then
C transforms Q to P. The inverses of the basic transformations are:

A: A itself,
B: single left circular shifting,
C: single anti-clockwise rotation of the middle four squares.

If the configuration Q is obtained in the algorithm by applying the basic
transformation C to P then there is a sequence of basic transformations that
transforms the initial configuration to Q whose last element is C. If we know
Q and C then we can compute P by applying the inverse of C to Q.
Consider the array Last: Array[0..8!-1] Of Char. We use the array Last for
two purposes. Last[Rank(Q)]=' ' iff the configuration Q has not been
generated. If Q is obtained during the generation by applying C to a
configuration P then Last[Rank(Q)] is set to C. Following the link provided
by the inverse transformation we can compose the whole sequence of basic
transformations for the target configuration T.

```
    S:='';              (* string S is set to empty      *)
    While T <> Ini Do Begin
      X:=Last[Rank(T)];
      S:=X+S;           (* append X to the left end of S *)
      Apply_1(T,X,P);   (* Apply the inverse of X to T   *)
      T:=P;             (* link to backward              *)
    End (* While *);
```

We implement the dispenser Disp as a queue, i.e. by first-in first-out policy;
items come out in the order of their insertion.
A simple experiment will show that the maximal length of the sequences
produced by the algorithm is 22.

The queue implementation of the dispenser provides optimal solution in the
sense that for each configuration T the algorithm produces the shortest
sequence of basic transformations.
We prove by induction on the length of the optimal solution.
Let us denote by l(T) the length of the sequence generated by the

algorithm
for configuration T.

Suppose that during the execution of the algorithm the queue contains the
configurations T1,...,Tk where T1 is the head. Then the following two conditions hold:
  1) l(T1)<=...<=l(Tk)
  2) l(Tk)<=l(T1)+1
The proof is by induction on the number of queue operations.
Initially the statement holds because only the initial configuration is in the queue and l(Ini)=0. If the head T1 is dequeued, then the new head is
T2. But then we have l(Tk)<=l(T1)+1<=l(T2)+1, and the remaining inequalities
are unaffected. Consider the case when T1 is dequeued and the new configuration Q which is obtained by applying C to T1 is enqueued.
Then l(Q)=l(T1)+1, therefore the inequalities
  l(Tk)<=l(T1)+1=l(Q) and l(Q)=l(T1)+1<=l(T2)+1
hold by 1) and 2).

It follows from the previous statement that if the configurations inserted
into the queue over the course of the algorithm in the order T1,...,Tn then l(T1)<=...<=l(Tn).

Let T(k) denote the set of all configurations Q that the minimal length of the
sequence of basic transformations that transform Ini to Q is k. The proof of
the optimality of the algorithm follows by induction on k.

The elements of T(1) are those configurations that can be obtained by applying
the basic transformations to Ini. The statement obviously holds for k=1.
Assume that the statement holds for all l<k. Let Q be a configuration in T(k).
Then there is a configuration P in T(k-1) and a basic transformation C such
that Q can be obtained by applying C to P. By the inductive hypotheses,
l(P)=k-1. P was inserted into the queue when it was generated by the algorithm.
Consider the time when the algorithm dequeues P from the queue and checks
whether Q is already generated. If Q is new then the algorithm
generates Q and hence l(Q)=l(P)+1=k. If Q was already generated then
l(Q)<=l(P)=k-1 by the monotonicity property, which is a contradiction.

}

```
Program Magic;
Const
  Size=8;      { Size of the sheet }
  M   =40320; { =Size! }
Type
  Trans =Array[1..Size] Of 1..Size;
```

```
  Config=Array[1..Size] Of 1..Size;
Const
  BT  :Array['A'..'C'] Of Trans=((8,7,6,5,4,3,2,1), { basic
transformations }
                                 (4,1,2,3,6,7,8,5),
                                 (1,7,2,4,5,3,6,8));
  BT_1:Array['A'..'C'] Of Trans=((8,7,6,5,4,3,2,1), { inverses of the
basic }
                                 (2,3,4,1,8,5,6,7), { transformations
}
                                 (1,3,6,4,5,7,2,8));
  Ini :Config=(1,2,3,4,5,6,7,8);               { the initial
configuration }
Var
  T    :Config;                                 { the target
configuration }
  Answer:String;                   { the solution sequence of basic
transformations }
  Fact :Array[0..Size] Of Longint;             { array of factorial
values }
  Last :Array[0..M] Of Char;
             { Last[Rank(T)] is the last character of a sequence of
basic }
        { transformations that transforms the initial configuration
to T. }
                      { If Last[Rank(T)]=' ' then T has not been
generated. }

Procedure ReadInput;
{ Global output variable: T }
  Var InFile:Text;
    i:Word;
  Begin
    Assign(InFile,'input.txt'); Reset(Infile);
    For i:=1 To Size Do Read(Infile,T[i]);
    Close(Infile);
  End { ReadInput };

Procedure ComputeFact;
{ Computes the factorial values }
  Var i:Word;
  Begin
    Fact[1]:=1;Fact[0]:=1;
    For i:=2 To Size Do
      Fact[i]:=i*Fact[i-1];
  End;

Function Rank(Const P:Config): Word;
{ Rank(P) is the number of permutations that precedes P }
{ according to the lexicographic ordering.              }
  { Global input variables: Size, Fact }
  Var Res,l,i,j:Word;
  Begin
    Res:=0;
    For i:=1 To Size Do Begin
      l:=0;              { l is the number of elements of P in
positions }
```

```
                            { 1..i-1 that are less than P[j]
}
      For j:=1 To i-1 Do
        If P[j]<P[i] Then Inc(l);
      { Keeping fixed the first i-1 elements of P there can be (P[i]-1-
l) }
      { numbers that are less than P[i] in position i in permutations.
}
      { The number of permutations Q such that the first i-1 elements
}
      { are the same as in P but Q precedes P in the lexicographic
}
      { ordering is (P[i]-1-l)*Fact[Size-i].
}
      Res:=Res+(P[i]-1-l)*Fact[Size-i];
    End { For };
    Rank:=Res;
  End { Rank };

Procedure Apply(Const T:Config; X:Char; Var R:Config);
{ R is obtained by applying the basic transformation X }
{ to the configuration T                               }
  Var i:Word;
  Begin
    For i:=1 To Size Do R[i]:=T[BT[X][i]];
  End { Apply };

Procedure Apply_1(Const T:Config; X:Char; Var R:Config);
{ R is obtained by applying the inverse of the basic }
{ transformation X to the configuration T            }
  Var i:Word;
  Begin
    For i:=1 To Size Do R[i]:=T[BT_1[X][i]];
  End {Apply_1};

Function Equal(Const R,T:Config): Boolean;
{ Checks equality of the configurations R and T }
  Var i:Word;
  Begin
    i:=1;
    While (i<=Size) And (R[i]=T[i]) Do Inc(i);
    Equal:= i>Size;
  End { Equal };

Procedure Generate(Const T: Config);
{ Generates a sequence of basic transformations that transforms the
}
{ initial configuration to T. Last[Rank(T)] will be the last element of
}
{ the sequence.
}

{ Global input-output variable: Last }
  Const
    Qs=7000;  { Queue size }
  Var
    Queue:Array[0..Qs-1] Of Config;
```

```
    NotFound:Boolean;
    Head,Tail:Word; { head and tail of the queue }
    R,S: Config;
    X: Char;

  Procedure InitGener;
  Var i:Word;
  Begin
    For i:=0 To M Do Last[i]:=' '; { initialize }
    Last[0]:='.';                  { 0=Rank(Ini), sentinel }
  End;

  Procedure InitQueue;
  { initialize the queue }
  Begin
    Head:=0; Tail:=1;
    Queue[0]:=Ini;                 { put Ini into the queue }
  End { InitQueue} ;

  Procedure Enqueue(Const Q:Config);
  Begin
    Queue[Tail]:=Q;
    Inc(Tail); If Tail=Qs Then Tail:=0;
  End { Enqueue };

  Procedure Dequeue(Var Q:Config);
  Begin
    Q:=Queue[Head];
    Inc(Head); If Head=Qs Then Head:=0;
  End { Dequeue };

  Function NotMember(Const Q:Config; X:Char):Boolean;
  { Checks membership of Q in the set of generated configurations.
}
  { If it is not generated then marks it as generated by setting the
value }
  {  of Last[Rank(Q)] to X.
}
  { Global input-output variable: Last }
  Var RankQ:Word;
  Begin
    RankQ:=Rank(Q);
    If Last[RankQ]=' ' Then Begin
      NotMember:=True;
      Last[RankQ]:=X;
    End Else
      NotMember:=False;
  End { NotMember };

  Begin { Generate }
    InitGener;
    InitQueue;
    NotFound:=True;
    While NotFound Do Begin
      Dequeue(R);
      For X:='A' To 'C' Do Begin          { apply all basic }
        Apply(R, X, S);                   { transformations to R }
```

```
        If NotMember(S,X) Then Begin        { S is a new configuration
}
          If Equal(T,S) Then Begin          { T=R*C decomposition found
}
            NotFound:= False;
            Break;                          { exit the loop }
          End;
          Enqueue(S);
        End { If new tr. };
      End { For j };
    End { While };
  End { Generate };

Procedure Compose(Const T: Config; Var S:String);
{ Composes the sequence of basic transformations from the array Last }
{ following the link provided by the inverse transformation.        }
  { Global input variable: Last }
  Var
    RankQ:Word; X:Char;
    P,Q  : Config;
  Begin
    Q:=T;
    RankQ:=Rank(Q);
    S:='';
    While RankQ <> 0 Do Begin { while Q<>Ini               }
      X:=Last[RankQ];
      S:=X+S;                 { append X to the left end of S }
      Apply_1(Q,X,P);         { Apply the inverse of X to Q   }
      Q:=P;                   { link to backward              }
      RankQ:=Rank(Q);
    End { While };
  End { Compose };

Procedure WriteOut;
 { Global input variable: Answer }
  Var OutFile:Text;
    L,i:Word;
  Begin
    Assign(OutFile,'output.txt'); Rewrite(OutFile);
    L:=Length(Answer);
    WriteLn(OutFile,L);
    For i:=1 To L Do  WriteLn(OutFile,Answer[i]);
    Close(OutFile);
  End { WriteOut };

Begin { Program }
  ReadInput;
  ComputeFact;
  Generate(T);
  Compose(T, Answer);
  WriteOut;
End.

{ Scientific Committee IOI'96 }
```

ΠΟΥ ΣΥΝΑΝΤΑΜΕ ΤΑ ΜΑΓΙΚΑ ΤΕΤΡΑΓΩΝΑ

ΙΕΡΕΣ ΠΟΛΕΙΣ - ΙΕΡΗ ΓΕΩΓΡΑΦΙΑ

ΟΙ ΣΥΓΧΡΟΝΕΣ ΠΟΛΕΙΣ

Οι σύγχρονες πόλεις, μέσα στις οποίες ζούμε την καθημερινότητα μας, δημιουργούνται και λειτουργούν κάτω από μια κοινωνική και πρακτική αναγκαιότητα. Καλύπτουν, δηλαδή τις ανάγκες της συμβίωσης πολλών ανθρώπων μεταξύ τους, έτσι ώστε να επιβιώσουν, να εργαστούν, να συνεργαστούν, να απολαύσουν όλοι τα τεχνολογικά επιτεύγματα της εποχής μας. Ωστόσο, σχεδόν σε όλες τις περιπτώσεις, οι πόλεις μας είναι πολύ μακριά από τη φύση ή τους φυσικούς νόμους, είναι σαν ανθρώπινες μυρμηγκοφωλιές, όπου στοιβάζονται χιλιάδες ή εκατομμύρια άνθρωποι, σε κακόγουστα, αντιφυσικά σπίτια, χωρίς να λαμβάνεται υπόψη η ανθρώπινη φύση, η οικολογική συνείδηση, το μέλλον του πλανήτη, αλλά ούτε και ο ανθρώπινος ψυχισμός, και πολύ περισσότερο η ανθρώπινη πνευματικότητα. Οι άνθρωποι σήμερα, αλλοτριωμένοι και απομακρυσμένοι από τη φύση τους, τη φυσική, τη ψυχολογική και την πνευματική, απλά επιβιώνουν, τρέφοντας συνήθως μέσα τους ένα ανικανοποίητο ένστικτο φυγής, από τις πόλεις-φυλακές που τους εγκλωβίζουν και τους δηλητηριάζουν.

ΟΙ ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΕΣ ΠΟΛΕΙΣ

Οι παραδοσιακές πόλεις της αρχαιότητας, αντίθετα, λειτουργούσαν σαν γέφυρες του μικρόκοσμου (ανθρώπου) με τον μακρόκοσμο (σύμπαν). Αποτελούσαν μια ζωντανή και ξεκάθαρη απεικόνιση του Σύμπαντος και των Νόμων που το διέπουν. Συνήθως χτιζόταν υπακούοντας αστρολογικές αρχές προσανατολισμού, γεωφυσικές αρχές (συμφωνία με τα ενεργειακά ρεύματα), και συνήθως αξιοποιούσαν τα λεγόμενα ενεργειακά κέντρα του πλανήτη. Πίστευαν ότι ο Ουρανός και η Γη έχουν μια σχέση αλληλεπίδρασης, που μοιάζει με ένα τεράστιο δίχτυ, και ενεργειακά κέντρα θεωρούνταν οι "κόμποι" αυτού του διχτιού , σημεία δηλαδή που η ενέργεια η ουράνια ταυτίζεται με την γήινη. Ο προσανατολισμός της υπό ίδρυση πόλης, και η χρησιμοποίηση αυτών των αρχών στην χρήση του χώρου αλλά και στην αρχιτεκτονική, μετέτρεπαν τον βέβηλο χώρο, δηλαδή το χώρο χωρίς νόμους και αρχές, σε Ιερό χώρο, σε ένα χώρο δηλαδή που καθρεπτίζει το Σύμπαν και το Θεό.

ΟΙ ΙΔΡΥΤΕΣ ΠΑΡΑΔΟΣΙΑΚΩΝ ΠΟΛΕΩΝ

Ο ιδρυτής τους, δεν ήταν απλός βασιλιάς, αλλά ένας Ιερέας-Βασιλιάς, δηλαδή ένας ενδιάμεσος του Ουρανού και της Γης, μια ζωντανή γέφυρα του Θεϊκού με το Ανθρώπινο στοιχείο, γι' αυτό και χρησιμοποιήθηκε γι' αυτούς η ορολογία "Ποντίφηκας", που προέρχεται από τη λατινική λέξη ponts, που σημαίνει γέφυρα. Όπως ο Ιερέας είναι ένας δημιουργός μιας πνευματικής πραγματικότητας, έτσι και ο Ιδρυτής μιας πόλης, ο Ιερέας-Βασιλιάς είναι ο δημιουργός μιας πραγματικότητας που ενώνει το Ιερό με το Βέβηλο. Ενσαρκώνει τον μεγάλο Αρχιτέκτονα του Σύμπαντος, τον Θεό, και έτσι μετατρέπεται ο ίδιος ως ο ακρογωνιαίος λίθος της πόλης.

ΤΟ ΟΝΟΜΑ ΤΗΣ ΠΟΛΗΣ

Τα ονόματα που δινόταν στις παραδοσιακές πόλεις, αξιοποιούσαν την γνώση αυτών των πολιτισμών για την δύναμη του ήχου, και για το ξύπνημα της ενέργειας με την χρήση του, κατά την τελετή ίδρυσης της πόλης. Συχνά ήταν παράγωγα (ή αυτούσια) ονομάτων κάποιων θεών, ή ιδιοτήτων του θεού - προστάτη.

ΤΟ ΣΧΗΜΑ ΤΗΣ ΠΟΛΗΣ

Στις παραδοσιακές πόλεις συνήθως δινόταν σχήματα συμβολικά. Συνήθως χρησιμοποιούνταν συνδυασμός του κύκλου και του τετραγώνου, εφόσον ο κύκλος αντιπροσωπεύει το τέλειο, το όλο, το Θεό, ενώ το τετράγωνο αντιπροσωπεύει την τετραπλή εκδήλωση της ύλης, που εκφράζεται στα 4 στοιχεία, στα 4 σημεία του ορίζοντα, τις 4 κάστες, τα 4 επίπεδα της προσωπικότητας. Συχνά βλέπουμε να αξιοποιείται το 4 σε συνδυασμό με το 3, που αντιπροσωπεύει την τριαδικότητα του Θεού και του Θεϊκού στοιχείου μέσα στον άνθρωπο, και το αποτέλεσμα είναι το πολλαπλάσιο τους, το 12 (12 ζώδια, 12 φυλές, 12 άθλοι, κλπ) Οι παραδοσιακές πόλεις έχουν συνήθως ένα κέντρο κυκλικό (βωμός, πέτρα, δέντρο, κλπ) το οποίο περιστοιχίζεται από την τετράγωνη πόλη.

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑΤΑ ΜΑΓΙΚΩΝ - ΙΕΡΩΝ ΠΟΛΕΩΝ

ΘΗΒΕΣ(Ουασέτ)

Οι Θήβες ήταν για αιώνες η πρωτεύουσα της Αιγύπτου. Η πόλη χωριζόταν στα δύο από το Νείλο. Το σχήμα της ήταν τετράγωνο, σαν σκακιέρα. Το Ανατολικό μέρος ήταν η πόλη των Ζωντανών, ενώ το Δυτικό η πόλη των Νεκρών, με τους βασιλικούς τάφους. Ήταν μια από τις πόλεις τις χτισμένες στην σπονδυλική στήλη της Αιγύπτου, τον Νείλο, με τρόπο που μας κάνει να σκεφτούμε την σχέση αυτών των πόλεων (Θήβες, Μέμφις, Ηλιούπολη,..) με τα Τσάκρα του ανθρώπου, και τότε οι Θήβες αντιστοιχούν με την βάση αυτής της "στήλης".

Όπως κάθε ιερό κτίσμα στην Αίγυπτο, οι πυραμίδες, οι ναοί, έτσι και οι πόλεις ήταν απεικονίσεις του Σύμπαντος και του Ουρανού. Δεν γνωρίζουμε πως έγινε το τελετουργικό ίδρυσης της συγκεκριμένης πόλης, γνωρίζουμε όμως ότι για κάθε ιερό χώρο χρησιμοποιούνταν κάποια τυπικά ίδρυσης, με τελετουργικές κινήσεις, το τυπικό της θεμελίωσης, της προετοιμασίας του χώρου, των υλικών, ο συντονισμός με τον συμπαντικό χρόνο, δηλαδή η στιγμή της "εμψύχωσης". Ακόμη, είναι σαφείς οι αναλογίες ανάμεσα στους αιγυπτιακούς ναούς και τα ανθρώπινα επίπεδα συνείδησης, αλλά και η συμβολική σχέση των διαφόρων χώρων των ναών με το ανθρώπινο σώμα.

Η πόλη των Θηβών, η πόλη του Άμμωνα-Ρα,ταυτίζεται με την συμβολική "αρχέγονη πόλη" όπως προκύπτει από ψαλμούς που έχουν σωθεί, όπως ο 2ος ψαλμός του Άμμωνα, που την ταυτίζει με την Ουασέτ, την πόλη των πόλεων, όπου το νερό και η γη υπήρχαν σ' αυτή από την αρχή των καιρών... και μέσα της γεννήθηκε η ανθρωπότητα. Η πραγματική χρονολογία ίδρυσης της χάνεται στο μύθο.

Το όνομα της μας θυμίζει την εβραϊκή λέξη "Θεβάχ", που είναι η Κιβωτός του Κατακλυσμού. Αρχικά ονομαζόταν "Ον του Νότου". Φαίνεται να υπάρχει μια μαγική σχέση με τις Ελληνικές Θήβες, αλλά και με το Παρίσι, που το κέντρο του σηματοδοτείται από τον Οβελίσκο των Αιγυπτιακών Θηβών. Θήβες επίσης ήταν το όνομα της πρωτεύουσας της μυθικής Ωγυγίας, της χώρας του Ωγύγη που βασίλευε την περίοδο του Κατακλυσμού). Ο βασιλιάς-Φαραώ ήταν ο ανώτερος Ιερέας στην μαγική Αίγυπτο, ένας πραγματικός ποντίφικας, η γέφυρα ουρανού και γης.

ΙΕΡΟΥΣΑΛΗΜ

Είναι άλλη μια μαγική αρχετυπική πόλη, μια πόλη που ήταν κέντρο τριών μονοθεϊστικών θρησκειών, του Ιουδαϊσμού, του Χριστιανισμού και του Μωαμεθανισμού. Είναι χτισμένη στους 7 λόφους της Σιών, που μας οδηγούν στη συσχέτιση της πόλης με τα 7 επίπεδα του σύμπαντος, του ανθρώπου, με τα 7 χρώματα, τους 7 πλανήτες, τις 7 νότες...

Η Ιερουσαλήμ έγινε πρωτεύουσα όταν ο Δαβίδ μετέφερε εκεί την Κιβωτό της Διαθήκης, αντιπροσωπεύοντας έτσι όχι πια έναν απλό μονάρχη, αλλά ένα Βασιλιά-Ιερέα, που προσφέρει τη θυσία. Ο Σολομώντας χτίζει στο σημείο που φυλασσόταν η Κιβωτός τον Ναό του και το χτίσιμο κράτησε 7 συμβολικά χρόνια. Ο πρώτος Ναός (γιατί χτίστηκαν άλλοι 2 τουλάχιστον στην αρχική θέση) είχε προσανατολισμό από Ανατολή προς Δύση, και ήταν χτισμένος σε 7 κλιμακωτά επίπεδα. Η καταστροφή του σήμαινε και τη διάλυση του Έθνους των Ιουδαίων. Ο 2ος ναός χτίστηκε από τον Ιεζεκιήλ και ήταν τετράγωνος, ενώ ο 3ος ήταν αναστήλωση που έγινε από τον Ηρώδη.

Για τους Χριστιανούς η Ιερουσαλήμ είναι ο τόπος της ενσάρκωσης του ίδιου του Θεού, στο πρόσωπο του Ιησού. Στο κέντρο της ο Γολγοθάς, ταυτίζεται με το σχήμα του Σταυρού, σημείο φανέρωσης και προσανατολισμού του εσωτερικού ανθρώπου. Ο κήπος της Γεσθημανή ταυτίζεται με τον συμβολικό Κήπο των Εσπερίδων, της αθανασίας και της Σοφίας. Ο τόπος του Μαρτυρίου, όπως και το σημείο του Τάφου, είναι σύμβολα όχι μόνο της Χριστιανοσύνης, αλλά παναθρώπινα.

Το όνομα "Ισραήλ" ετυμολογικά σημαίνει "η χώρα του πάγου και του ήλιου". Είναι η χώρα της ένωσης των αντιθέτων, που συμβολίζεται με το εξάγωνο αστέρι, που αποτελείται από δύο τρίγωνα, ενωμένα μεταξύ τους. Η Ιερουσαλήμ είναι το κέντρο των δύο αυτών τριγώνων, είναι ακόμη το κέντρο του ηλιακού κύκλου των 12 φυλών του Ισραήλ, συμβολίζοντας τον ίδιο τον ήλιο.

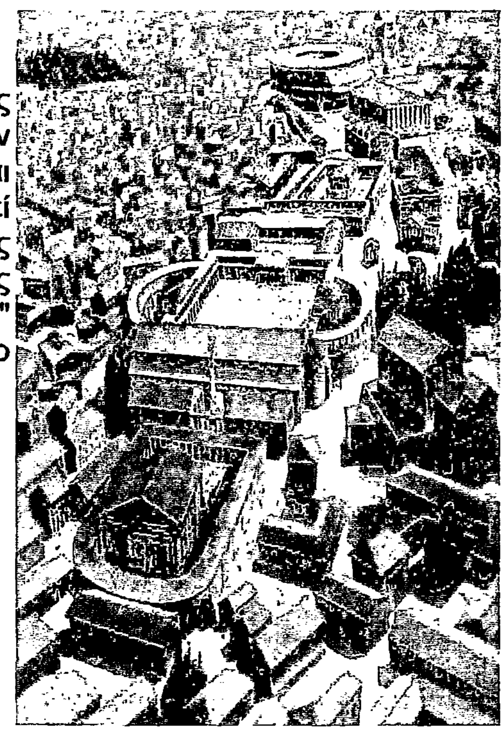
ΡΩΜΗ

Η καταγωγή των Ρωμαίων χάνεται στα βάθη του χρόνου. Άλλοι την αποδίδουν στους Άτλαντες, άλλοι στους Τιτάνες και την φυλή των Ράμνων, και άλλοι στους Πελασγούς.
Η ηλιακή και σεληνιακή ταυτόχρονο φύση των Ρωμαίων και της Ρώμης διαφαίνεται στις περιγραφές που αφορούν το τελετουργικό της ίδρυσης της. Ο Ρώμος και Ρωμύλος ανεβαίνουν το χάραμα σε δύο από τους επτάλόφους της περιοχής όπου θα ίδρυαν τη πόλη τους.

Τελετουργικό ίδρυσης: Ο Ρώμος στον Αβεντίνο και ο Ρωμύλος στον Παλατίνο. Καθώς σβήνει ο δίσκος της Σελήνης, εμφανίζεται από αριστερά ο Αετός του Δία, ηλιακή και βασιλικό σύμβολο, και ενώ αρχίζει να ανατέλλει ο ήλιος, προβάλουν από δεξιά 12 γύπες. Ο Ρωμύλος τους βλέπει πρώτος, και στέφεται βασιλιάς. Έτσι, ο μύστης Ρωμύλος, ακολουθώντας το τελετουργικό ίδρυσης των Ετρούσκικων πόλεων, θα προσφέρει μια θυσία, θα ανάψει την τελετουργική πυρά, θα σκάψει ένα όρυγμα με κυκλική μορφή, που θα ονομαστεί mundus και θα ρίξει μέσα μια χούφτα χώμα, συνδέοντας έτσι τους μελλοντικούς κατοίκους με τους πατέρες του εδάφους αυτού, που θα γίνει η terra patrum.

Σύμφωνα με την ετρούσκικη παράδοση, η πόλη (urvbs) παρουσιάζεται σαν ένας διευρυμένος ναός, εικόνα του αρχέγονου κέντρου. Αυτή η παράδοση συνεχίζεται κάθε φορά που οι Ρωμαίοι ιδρύουν μια πόλη ή ένα στρατόπεδο, με την χρήση οιωνοσκόπων. Ο οιωνοσκόπος έπρεπε να πάει στη μέση της τοποθεσίας, να γυρίσει προς την ανατολή, και με τη βοήθεια του ραβδιού (lituus) να σχεδιάσει στον αέρα δύο γραμμές, μία από την ανατολή προς τη δύση, και μια από το βορρά προς το νότο. Οι δύο αυτές γραμμές ονομάζονταν cardus και decumanus. Το σημείο τομής τους ονομαζόταν mundus.Στο σημείο αυτό σκάβεται ένα όρυγμα, και ρίχνονται μέσα καρποί, αλλά και χώμα από τις πατρίδες όσων πρόκειται να κατοικήσουν εκεί. Κατόπιν σχεδιάζεται σε κυκλικό σχήμα το τείχος της πόλης, που σκάβεται από τον θεμελιωτή, με ένα χάλκινο υνί σε άροτρο, που το τραβάνε ένα βόδι και μια αγελάδα.

Το αυλάκι αυτό είναι το σύνορο-είσοδος του κάτω κόσμου, του Άδη. Στο κέντρο υψώνεται ιερός βωμός, που είναι η πύλη-γέφυρα για τον ουρανό. Και ανάμεσα τους, το τετράγωνο που ορίζει τα τέσσερα σημεία του ορίζοντα είναι η πόλη, σύμβολο του ίδιου του ανθρώπου. Από την κορυφή-κέντρο φωναζόταν δυνατά το όνομα της πόλης.



Το όνομα της Ρώμης: Το ίδιο το όνομα της Ρώμης αποδίδεται στον ιδρυτή της Ρωμύλο, όμως υπάρχουν αναφορές για το κρυφό όνομα της, το μυστηριακό και τελετουργικό. Ο αναγραμματισμός της λέξη ROMA οδηγεί στην λέξη AMOR, που θεωρείται το κρυφό όνομα της προστάτιδας θεάς της πόλης (μαζί με τον Άρη), της Αφροδίτης. Ακόμη, έχει βρεθεί ένα "μαγικό τετράγωνο" στην Πομπηία, που αντί για αριθμούς, περιλαμβάνει το όνομα της Ρώμης.

R	O	M	A
O	I	I	M
M	I	I	O
A	M	O	R

ΠΡΑΓΑ

Η πρωτεύουσα και καρδιά της (σχήματος πενταγώνου) Βοημίας, είναι η Πράγα, πόλη χτισμένη σε επτά (!) λόφους. Το κέντρο της, το βασιλικό ανάκτορο Χραντσίν, ορίζεται από δύο πύργους, τον Λευκό και τον Μαύρο. Την εποχή της Αναγέννησης φιλοξένησε σπουδαίους φιλόσοφους και αλχημιστές. Είναι γνωστή και σήμερα η συνοικία των Αλχημιστών, με το "χρυσό δρόμο", ένα σοκάκι από όπου περνούσαν οι Αλχημιστές, πριν πάνε στα εργαστήρια τους, στο Αθανόρ, για να μεταλλάξουν τον άνθρακα σε χρυσάφι, και να δημιουργήσουν το "φιλοσοφικό αυγό".

Υπάρχει ένας θρύλος για την ίδρυση της από μια βασίλισσα της Βοημίας, την Λιμπούσα, που έψαχνε να βρεί μια πρωτεύουσα για το βασίλειο της, και ένα σύζυγο για την ίδια. Ένα μυστηριώδες άσπρο άλογο την οδήγησε σε ένα ξέφωτο του δάσους και σημάδεψε με την οπλή του το σημείο που θα γινόταν το κέντρο της Πράγας. Εκεί η βασίλισσα συνάντησε και έναν ωραίο ιππότη, τον Πρεμζίλ, που θα γινόταν σύζυγος της. Αυτή η ιστορία γοήτευσε τον αυτοκράτορα Ροδόλφο ο Β'της Αυστρίας, που επέλεξε την Πράγα και το παλάτι αυτό για έδρα του, και το αποτέλεσμα ήταν μια εκθαμβωτική μετάλλαξη της πόλης, σε εστία φιλοσοφίας, επιστήμης, μαγείας... σε λίκνο σπουδαίων και σοφών ανθρώπων, κυρίως καββαλιστών. Το πέρασμα όλων αυτών αποτυπώνεται πάνω στη ρυμοτομία και την αρχιτεκτονική της πόλης, που είναι γεμάτη από συμβολισμούς, όπως π.χ. η γέφυρα του Καρόλου με τα 14 τόξα (2 Χ 7) και τα 30 αγάλματα (10 Χ 3).

Στην Πράγα τοποθετείται η δημιουργία του Γκολέμ, ενός μυθικού και συμβολικού πλάσματος για τους Καββαλιστές, που ζωοποιήθηκε από κάποιο ραββίνο.

ΜΑΤΣΟΥ-ΠΙΤΣΟΥ

Η πρωτεύουσα της αυτοκρατορίας των Ίνκας, χτισμένη σε απόμακρο και απόκρημνο σημείο των Άνδεων, τουλάχιστον πριν 6.000 χρόνια είναι ένα εντυπωσιακό και μυστηριακό θαύμα. Ο λαός αυτός ζούσε ευτυχισμένος, κάτω από μια σχεδόν "κομμουνιστική" οργάνωση, αφού πίστευαν ότι "η γη δεν ανήκει σε κανέναν άλλο, εκτός από το Θεό".Παρά τον προχωρημένο και αναπτυγμένο πολιτισμό τους, φαίνεται πως δεν γνώριζαν, (ή δεν ήθελαν να χρησιμοποιήσουν) τον τροχό, ούτε την γραφή, και για να επικοινωνήσουν χρησιμοποιούσαν ένα σύστημα με κόμπους, που ονομαζόταν "κιπού".

Ιδρυτής της δυναστείας των Ίνκας θεωρείται ο θεός-βασιλιάς Βιρακόχα (Λευκός Θεός, Ιερέας-Πολεμιστής), που έφτασε εκεί μετά τον 1ο κατακλυσμό και δημιούργησε τον Μάνκο-Καπάκ και την Μάμα-Έλλο.

Το Μάτσου Πίτσου βρίσκεται σε μια ομώνυμη κορυφή των Περουβιανών Άνδεων, πάνω σε απρόσιταεπιβλητικά γρανιτένια βουνά. Απέναντι της βρίσκεται η κορυφή Χουάυνα Πίτσου, (η δίδυμη πολιτεία) που είναι το μυστικιστικό αντίστοιχο του Μάτσου Πίτσου και είναι αφιερωμένη στο βασίλειο των νεκρών. Η πόλη είναι γεμάτη από κυκλώπειες κατασκευές. Η πύλη είναι τεράστια, με τραπεζοειδές σχήμα, που κλείνει από πάνω με μια γιγάντια ορθογώνια πέτρα.

Η πόλη είναι χτισμένη κλιμακωτά, και είναι χωρισμένη σε τρεις συνοικίες. Στο χαμηλότερο επίπεδο, που βρίσκεται έξω από τα τείχη, ζούσαν οι αγρότες, σε πέτρινα σπίτια που σώζονται ακόμη.

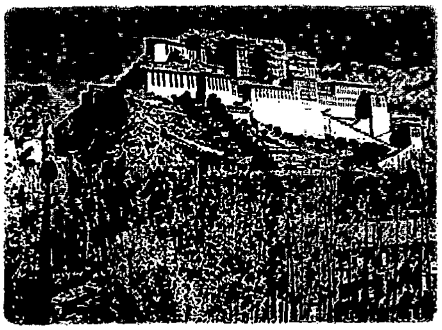
Στο επόμενο επίπεδο, την "αριστοκρατική" πόλη, βρισκόταν το διοικητικό κέντρο, τα ανάκτορα, και είχε στο κέντρο της το "πεδίο του Ήλιου", πάνω από το οποίο δεσπόζει ένας ναός που κρύβει μια σπηλιά. Τέλος, το επόμενο επίπεδο φιλοξενεί την "Ιερή Πλατεία" και το αστεροσκοπείο του Ήλιου. Εκεί κατοικούσε η ιερατική κάστα, και στο κέντρο της πλατείας βρίσκεται ακόμα η ιερή πέτρα-μενίρ, που μετρούσε τον ήλιο και έδειχνε την ώρα, καθώς και ο ναός με τα τρία τραπεζοειδή παράθυρα.

Κάθε επίπεδο χωρίζονταν από τα άλλα με σκάλες με πάνω από 100 σκαλιά η κάθε μία.
Ο βωμός του ναού, αλλά και ο ναός, όπως και όλοι οι άλλοι ναοί και τα σημαντικά κτίσματα, έχουν τέλειο προσανατολισμό.

ΜΠΕΝΑΡΕΣ

Η Μπεναρές, η πόλη που έλαβε χώρα το κήρυγμα του Βούδα, θεωρείται ένα ακόμη ιερό κέντρο για την ανθρωπότητα. Είναι πόλη ιερή για τους βουδιστές, αλλά και για τους ινδουιστές, αφού θεωρείται η έδρα της λατρείας του Σίβα. Είναι χτισμένη στην αριστερή όχθη του Γάγγη, του ιερού ποταμού, αφού η δεξιά του όχθη, έρημη, θεωρείται βέβηλη. Η επιλογή της ανατολικής πλευράς του ποταμού δείχνει μια ξεκάθαρη σχέση με τις άρειες ηλιακές λατρείες.
Έχει στην μια της πλευρά τον Γάγγη, στο βορρά και στο νότο δύο παραπόταμους τους, και στην ελεύθερη πλευρά της ορίζεται από το δρόμο Πανχκοσί, που σχηματίζει ένα ημικύκλιο. Έτσι όλη η πόλη έχει το σχήμα του μισοφέγγαρου.
Σήμερα, βρίσκουμε στην Μπεναρές πάνω από χίλιους πεντακόσιους ινδουιστικούς ναούς, που οι περισσότεροι είναι αφιερωμένοι στο Σίβα (ή Ισβάρα, ή Μαχαντίβα) καθώς και πάρα πολλά ιερά πηγάδια.

ΛΑΣΑ



Η πρωτεύουσα του Θιβέτ, βρίσκεται στα Ιμαλάια, στη "στέγη του κόσμου", που έχουν ονομαστεί "ο τρίτος πόλος της γης".

Δεν γνωρίζουμε συγκεκριμένες λεπτομέρειες για το τελετουργικό της δικής της ίδρυσης, αλλά γνωρίζουμε τον τρόπο με τον οποίο οι Θιβετιανοί γενικά έκαναν την τελετουργική ίδρυση ενός χώρου. Με τη βοήθεια ενός λεπτού σκοινιού σχηματίζεται στην αρχή ένα ορθογώνιο. Ύστερα, με άλλα σχοινιά, δεμένα σε πασσάλους, σχηματίζονται τετράγωνα μέσα στο ορθογώνιο αυτό. Ο αριθμός των "κελιών" αυτών είναι σημαντικός γιατί βοηθάει στον καθορισμό της θέσης του Ήλιου σε στους οίκους, αλλά και τον εντοπισμό του χθόνιου φιδιού, του δράκου, που δεν πρέπει να πληγωθεί από το σκάψιμο ούτε το κεφάλι, ούτε η ουρά του. Η πρώτη τρύπα ανοίγεται από τον βασιλιά με χρυσό φτυάρι και σκάβεται αυλάκι με χρυσό άροτρο.

Η τοποθέτηση της Λάσα στο Θιβέτ δεν είναι στο κέντρο, αλλά στο νοτιοανατολικό μέρος.Η Λάσα, η ορατή πρωτεύουσα, σε συνδυασμό με το όρος Παμίρ, που θεωρείται το αόρατο κέντρο του Θιβέτ, και την έρημο Γκόμπι, που θεωρείται το γήινο αντίστοιχο της απόκρυφης Σαμπάλα, σχηματίζουν ένα τρίγωνο. Το κέντρο αυτού του τριγώνου αντιστοιχεί στο αμετάβλητο κέντρο ή έδρα της Αγκάρθα.

Επίσης είναι σημαντικό το ότι η Λάσα βρίσκεται στο σημείο τομής του 30ου παράλληλου (όπως και η Αλεξάνδρεια και η Ηλιούπολη στην Αίγυπτο) με τον 90□ μεσημβρινό, αποτέλεσμα μετρήσεων του ουράνιου χάρτη της εποχής της ίδρυσης της (7ος αιώνας) και όχι επιστημονικών οργάνων που έχουμε σήμερα.

ΤΕΟΤΙΧΟΥΑΚΑΝ

Στο Μεξικό, η Τεοτιχουακάν, το κέντρο της αυτοκρατορίας των Μάγιας, είναι μια ακόμη μαγική πόλη.

Το πολεοδομικό της σχέδιο αποτελείται από μια κεντρική παραλληλόγραμμη πλατεία, πάντα προσανατολισμένη στον άξονα βορρά - νότου, που οριοθετείται στις 4 πλευρές της με πλατφόρμες. Τα κύρια κτίρια είναι οι μεγάλες πυραμιδικές δομές, που χρησιμεύουν σαν βάσεις για τους ναούς, αλλά υπάρχουν επίσης μικρότεροι ναοί, αστρονομικά παρατηρητήρια, γήπεδα για το τελετουργικό παιχνίδι της μπάλας, και άλλα κτίρια, δημιουργώντας έτσι ολόκληρες πολιτείες. Στις πλατείες και τους κύριους άξονες του συγκροτήματος τοποθετούσαν αναμνηστικές στήλες, βωμούς και πέτρινα κεφάλια. Είναι ευρεία η διάδοση της συνήθειας να ισοπεδώνονται εκτεταμένοι χώροι, στους οποίους οικοδομούνται μικρές και μεγάλες κόλουρες πυραμίδες. Η κλιμακωτή πυραμίδα είναι στην πραγματικότητα η βάση ενός μικρού ναού, που βρίσκεται στη κορυφή της, Το σχήμα της αντιπροσωπεύει την εικόνα του κόσμου, που είναι οργανωμένος σε 5 περιοχές: μία κεντρική και άλλες τέσσερις, προσανατολισμένες στις 4 κατευθύνσεις του χώρου. Αυτός ο σταυρός υψώνεται και δημιουργεί τα επίπεδα του Ουρανού, όπου κατοικούν οι διάφορες θεότητες, αλλά επίσης βυθίζεται στη γη, δημιουργώντας τα επίπεδα του Άδη.

Επίσης η τοποθέτηση των κτιρίων εκφράζει το ημερολόγιο τους, και λειτουργούσαν για παρατηρήσεις των ηλιοστασίων και ισημεριών.Βλέπουμε λοιπόν στην αρχιτεκτονική των Μάγιας την αντίληψη μιας "ιερής γεωγραφίας", που "σαν αόρατο νήμα δένει την γήινη γεωγραφία με την ουράνια...".

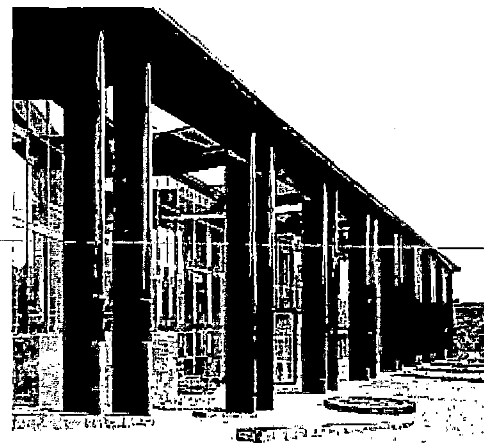
ΑΘΗΝΑ

Είναι γνωστός ο μύθος που αναφέρεται στην ίδρυση της Αθήνας, με την "μάχη" ανάμεσα στον Ποσειδώνα και το νερό που προσέφερε στους Αθηναίους και την Αθηνά και την ελιά της. Η επιλογή της ελιάς και της Αθηνάς είναι χαρακτηριστικότου ρόλου που θα έπαιζε αργότερα η Αθήνα στην ανθρωπότητα, με την ανάπτυξη της φιλοσοφίας.

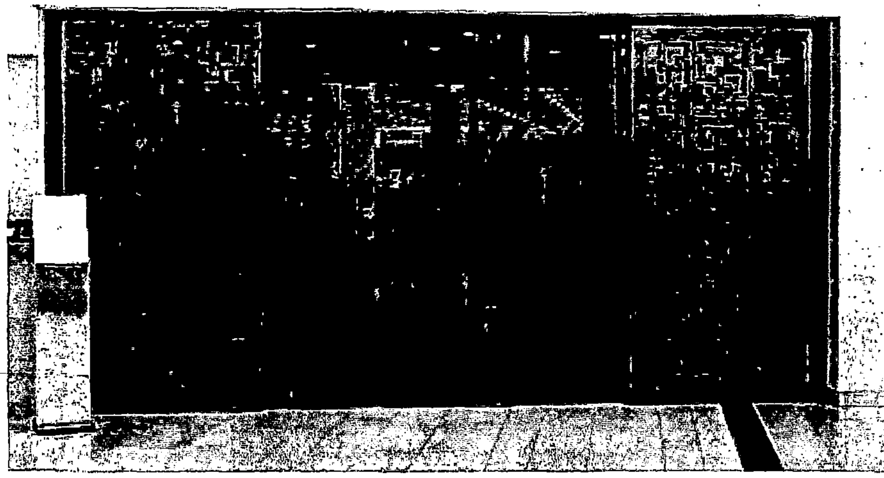
Όσο για την ρυμοτομία της πόλης, είναι φανερό ότι το κέντρο της, στον ιερό βράχο της Ακρόπολης ήταν το ιερό της μέρος, λίγο πιο κάτω ήταν τα κτίρια της διοίκησης, άλλοι ναοί, κλπ, σε πιο εξωτερικό κύκλο η αγορά, ενώ όλη η πόλη περιβαλλόταν από τους αγρούς και τον αγροτικό πληθυσμό.

Η Αθήνα θεωρείται πόλη από τη στιγμή που ο μυθικός ήρωας-βασιλιάς Θησέας, αφού ξεπεράσει πρώτα τις δοκιμασίες του, ενώνει τις 10 φυλές της Αττικής, σε μια ενιαία πόλη.

Georg Sverdrups House



Ο κάμπτοντας τοίχος, η σειρά των στηλών και μια πρόσοψη της μαύρης πέτρας του Labrador δίνουν στο Georg Sverdrups House μια ειδική αξιοπρέπεια και έναν χαρακτήρα που απεικονίζουν το βασικό ρόλο της βιβλιοθήκης στο πανεπιστήμιο. Η καμπύλη της πρόσοψης δημιουργεί μια συναρπαστική αλληλεπίδραση με τη σειρά των στηλών, που δίνουν στο κτήριο και ένα διακριτικό σχέδιο και μια "ακαδημαϊκή" αναφορά, ενώ η μαύρη γυαλισμένη πέτρα απεικονίζει τα περίχωρα κάτω από τη μετατόπιση του φωτισμού. Στο εσωτερικό, υπάρχει εκτενής χρήση του καπλαμά σημύδων στον εφοδιασμό, στα κουφώματα και στις επιφάνειες των τοίχων.
Τα πατώματα στην κοινή περιοχή αποτελούνται από την πέτρα και έχουν τοποθετηθεί σε ένα σχέδιο του σκοτεινού ελικοειδούς και ελαφριού μαρμάρου Ekeberg.



Η είσοδος στη βιβλιοθήκη έχει χτιστεί από τον Paul Brand και αποτελείται από δύο δευτερεύουσες επιτροπές χαλκού και δύο πιάτα γυαλιού που γλιστρούν λοξά το ένα μακρυά από το άλλο. Τα γεωμετρικά μοτίβα στο χαλκό επαναλαμβάνονται στο γυαλί. Το εμπορικό σήμα έχει σχεδιάσει ένα γεωμετρικό σύστημα των μικρών τετραγώνων με 3x6 τα τετράγωνα στη σωστή πλευρά και 3x6 τα τετράγωνα στην αριστερή πλευρά. Κάθε ένα από αυτά τα 36 μικρά τετράγωνα ορίζεται έναν από τους αριθμούς από 1 έως 36 στο σχέδιο, και μαζί διαμορφώνουν ένα 6x6 μαγικό τετράγωνο.

Ένα μαγικό τετράγωνο είναι μια ρύθμιση των αριθμών σε ένα τετραγωνικό σχέδιο κατά τέτοιο τρόπο ώστε το άθροισμα των αριθμών σε κάθε μια από τις οριζόντιες σειρές είναι ίσο με το άθροισμα των αριθμών σε κάθε μια από τις κάθετες στήλες και επίσης ίσο με το άθροισμα των αριθμών στις δύο διαγώνιές. Σε μια μαγική τετραγωνική σύσταση από τους αριθμούς από 1 έως 36, το ποσό των αριθμών σε κάθε σειρά, τη στήλη και τη διαγώνιος πρέπει να είναι ίσο με (1+2+3 +... + 36)/6 = 111.

						111
6	32	3	34	35	1	111
7	11	27	28	8	30	111
19	14	16	15	23	24	111
18	20	22	21	17	13	111
25	29	10	9	26	12	111
36	5	33	4	2	31	111
111	111	111	111	111	111	111

ΟΙ ΡΙΖΕΣ ΤΟΥ ΕΛΛΗΝΙΚΟΥ ΦΕΝΓΚ ΣΟΥΙ - ΕΥ ΖΗΝ

Το φενγκ σούι πηγάζει από την παρατήρηση της σχέσεως του ανθρώπου με το Σύμπαν. Οι διδασκαλίες του Πυθαγόρα, του Σωκράτη, του Πλάτωνα, του Αριστοτέλη, μεταξύ πολλών άλλων Ελλήνων σοφών, αποτελούν μία διαχρονική γνώση και σοφία, η οποία προήλθε από αυτή την παρατήρηση και βαθειά γνώση για την σχέση και την ενεργειακή αλληλεπίδραση του μακρόκοσμου και του μικρόκοσμου. Οι έννοιες της ισορροπίας και της αρμονίας αποτελούσαν δύο από τις βασικότερες πεποιθήσεις των αρχαίων Ελλήνων και είναι θεμελιώδεις αρχές του φενγκ σούι. Η εσωτερική φιλοσοφία, στην Δύση, η οποία είναι αλληλένδετη με το φενγκ σούι, προήλθε από τα αρχαία ελληνικά μυστήρια, όπως τα Ελευσίνια. Η αρχιτεκτονική της αρχαίας Ελλάδος είναι ένα τρανό δείγμα ιερής γεωμετρίας. Τα μνημεία της Ακρόπολης, η τοποθεσία της πόλης των Αθηνών, του Μαντείου των Δελφών, το περίφημο θέατρο της Επιδαύρου, επιδεικνύουν, μεταξύ άλλων ιερών και πόλεων, ότι κτίσθηκαν σύμφωνα με την αρχαία ελληνική επιστήμη της γεωμαντείας και της γεωδαισίας. Η πολεοδομία ήταν ιδεώδης και συνδύαζε την τέλεια λειτουργικότητα των πόλεων με την αισθητική. Η έννοια των αριθμών, όπως την δίδαξε ο Πυθαγόρας, «ο διδάσκαλος των αιώνων», παρουσιάζει μεγάλες ομοιότητες με το νόημα που συμβολίζουν οι αριθμοί στο μαγικό τετράγωνο, το οποίο γνωρίζουμε από τον Πυθαγόρα και από το οποίο προέρχεται το κινέζικο μπάγκουα.

ΑΡΙΘΜΟΛΟΓΙΑ (NUMEROLOGY)
Πυθαγορεια αριθμών

Ο λόγος των αριθμών και η αριθμολογία που διαμορφώνονται σύμφωνα με τους κανόνες των μαθηματικών έτσι ένα μαγικό τετράγωνο, παρέχει επίσης τις πληροφορίες σχετικά με τους συνδυασμένους αριθμούς που έχουν τις μικτες τιμές σύμφωνα με την άποψη της αριθμολογίας. Επίσης αναλύεται ο συσχετισμός των αριθμων στην αριθμολογια που επιτρεπουν την ανάλυση της αμοιβαιας σχεσης των ανθρωπων, ακόμα περιγράφονται οι θεοί της αρχαιας ελληνικης μυθολογιας, των οποιων οι εικονες αποτελουνται απο συνδυασμους αριθμολογικών αριθμους.

Ο συνδυασμός αριθμών και αριθμολογίας.
Η δομή αριθμολογικών αριθμών σε ένα μαγικό τετράγωνο

Αριθμοί και η αριθμολογία είναι το σύστημα των εννέα βαθμών που περιγράφουν εννέα αλληλεξάρτητα φαινόμενα του κόσμου. Είναι δυνατόν να λένε ότι ο κόσμος χωρίζεται υπό ορούς σε εννέα σφαίρες και ορίζεται από αριθμούς ,έτσι ώστε η συστηματοποίηση των φαινομένων του κόσμου και κατά συνέπεια των αριθμών να έχουν σημασία, σε κάποια φαινόμενα του κόσμου.

Αριθμούς από την άποψη της αριθμολογία διαφέρουν από τις συνηθισμένες μαθηματικές σήματα όπως έχουμε φιλοσοφικές, ψυχολογικές και άλλες nonmathematical αξίες, αλλά οι αριθμοί εκφράζουν νομούς των μαθηματικών και, κατά συνέπεια, φιλοσοφικές, ψυχολογικές και άλλες αξίες των αριθμών μπορεί να γίνει αντιληπτή ως αριθμητική μαθηματική αναλογία. Δηλαδή στη μαθηματική αναλογία των αριθμών, είναι δυνατόν να δούμε με την οποία οι ισοτιμίες των φαινομένων του κόσμου είναι αλληλένδετες.

Διαφορετικά είναι δυνατόν να πει κάνεις ότι η δομή του κόσμου έχει αλληλεξαρτήσεων παρόμοιε με εκείνη που έχουν οι αριθμοί και τα μαθηματικά και η αριθμολογία, και, κατά συνέπεια, την κατανόηση των μαθηματικών νομών η των νομών αριθμολογία επιτρέπει να υλοποιήσουμε μια δομή του κόσμου.

Συμφωνά με νομούς των μαθηματικών, είναι δυνατόν να υπολογιστεί η αναλογία των μεγεθών (τιμές) που υπάρχουν στον κόσμο, και η αριθμολογία επιτρέπει να περιγράψουν τα χαρακτηριστικά μεγέθη τα οποία έχουμε. Ως προς την ουσία από την άποψη των μαθηματικών και η αριθμολογία φαινόμενα του κόσμου είναι μεγέθη που μπορεί να υπολογιστεί, και επίσης είναι δυνατό να αναλύουμε τα χαρακτηριστικά και τις ισοτιμίες (ratio), η οποία μεγεθών του κόσμου.

Το καθεστώς της καθολικής αριθμητική ισοτιμίες και αριθμολογία παρουσιάζεται διάγραμμα με την οποία η μαγικό τετράγωνο είναι:

6 Zeus Poseidon Hades Demeter	1 Ares	8 Apollo Dionysus
7 Hephaestus Prometheus	5 Athena	3 Hermes
2 Artemis Hecate	9 Aphrodite	4 Hera Leto

Αυτό το μαγικό τετράγωνο είναι ο βασικός numerological πινάκας, ο όποιος είναι γνωστός σε όλους τους αρχαίους πολιτισμούς των εθνών του κόσμου, και επίσης είναι μια μήτρα των αριθμών και Πυθαγόρεια ελληνική αριθμολογία.

Αριθμοί σε ένα μαγικό τετράγωνο βρίσκονται μέσα στην τάξη και μορφή ορισμένων τακτικών (φυσικών) μαθηματικών και numerological ισοτιμιών.

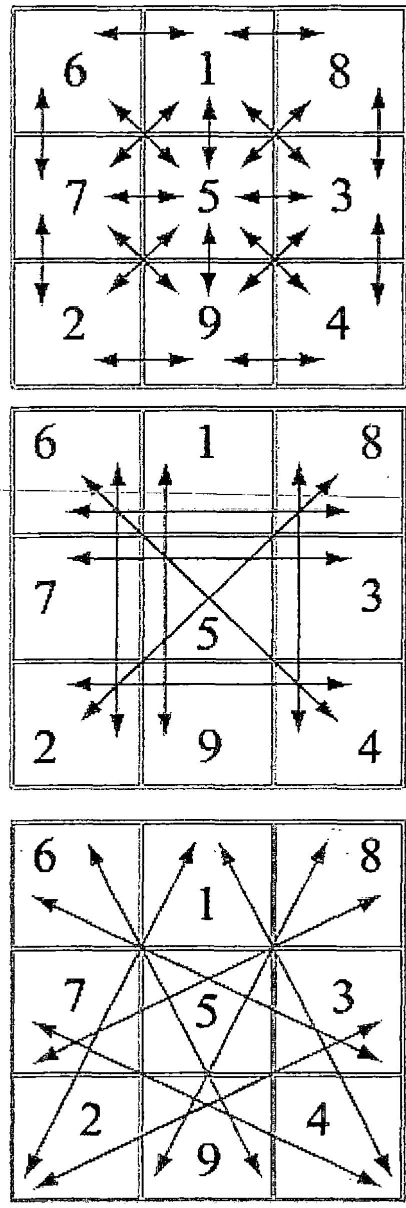
Κατάλληλα ονόματα των θέων της ελληνικής μυθολογίας είναι γραμμένα στα κύτταρα του μαγικού τετραγώνου κοντά σε αριθμούς, αλλά και με numerological αριθμοί είναι δυνατόν να συσχετίσουν ονόματα των θέων, οι οποίες είναι γνωστό και μυθολογικά pantheons άλλων εθνών του κόσμου.

Περά από τους αριθμούς και να μπορεί να ανταποκρίνεται αριθμολογία υπάρχουν πολλές άλλες φιλοσοφικές, ψυχολογική, σωματική η μεταφυσική, η καθημερινή επιστημονικές έννοιες, αλλά για όλες τις περιπτώσεις, καθε δυνατό έννοιες έχουν τις ισοτιμίες που αντιστοιχούν στη φυσική ισοτιμιών και των διασυνδέσεων που έχουν αριθμούς και δομή του μαγικό τετράγωνο.

Η σύγχρονη μαθηματική όρου "μήτρα" έσοδα από την ινδική λέξη που σε μια αρχαιότητα ονομάζεται μαγεία πλατειές, και ιδίως το όνομα αριθμητική πλατεία που φαίνεται στην εικόνα, και ο Όρος "μαγικό τετράγωνο" όπως ήταν μέχρι σκέψης από μεσαιωνικά αλχημιστές.

Το σύστημα εμφανίζει μια μήτρα διάταξη των αριθμών που ονομασία "μαγικό τετράγωνο" όπως αποδεδείχθηκε αρκετά αριθμητικές γνώσεις σχετικά με τις ισοτιμίες ως προς τη δομή σε ένα μαγικό τετράγωνο, και η σύγκριση των αριθμών με τα παγκόσμια φαινόμενα και μεγεθών του κόσμου, επιτρέπει να ελέγχει την αλληλεπίδραση των φαινομένων και από την εν λογά επιτρέπει να εκτρέψουν τα γεγονότα που συμβαίνουν στον κόσμο, που στην ουσία είναι μαγικές ικανότητες. Θα παραδεχτώ να εξετάσει αν οι αριθμοί σε μια μαγική πλατεία ως σύμβολα των ψυχολογικών χαρακτηριστικών των ανθρώπων, τότε είναι δυνατόν να συσχετίζονται ψυχολογικά χαρακτηριστικά των ατόμων σε αριθμούς, και μέσω numerological υπολογισμοί είναι δυνατό να χειραγωγήσουν τη συμπεριφορά και την αμοιβαία σχέση των ανθρώπων που είναι επαγγελματίας δεξιότητα των σύγχρονων ψυχολόγων, αλλά στην αρχαιότητα ήταν μια μαγεία.

Στοιχειώδης ισοτιμίες των αριθμών και των μαγικών τετραγώνων είναι ότι οι αριθμοί αποτελούν ζεύγη (διπλή συνδυασμούς), τα οποία συμβολίζουν την σύνδεση των αριθμητικών τιμών που εμφανίζεται σχετικά με τα γραφήματα:



Το πρώτο διάγραμμα δείχνει την αλληλεξάρτηση μεταξύ των αριθμών που στην δομή ενός μαγικού τετραγώνου βρίσκονται σε γειτονικά κύτταρα: 16/61, 18/81, 38/83, 34/43, 49/94, 29/92, 27/72, 67 / 76, 17/71, 13/31, 39/93, 79/97, 56/65, 58/85, 45/54, 25/52, 15/51, 35/53, 59/95, 57/75.

Το δεύτερο διάγραμμα δείχνει την αλληλεξάρτηση μεταξύ των αριθμών που στην δομή ενός μαγικού τετραγώνου βρίσκονται στα κελία απέναντι στις κάθετες, οριζόντιες η διαγώνιες: 68/86, 37/73, 24/42, 26/62, 19/91, 48/84, 46/64, 28/82.

Το τρίτο διάγραμμα δείχνει την αλληλεξάρτηση μεταξύ των αριθμών που στην δομή ενός μαγικού τετραγώνου βρίσκονται στα κελία σχιστά στις διαγώνιες: 12/21, 89/98, 69/96, 14/41, 78/87, 23/32, 36/63, 47/74.

Στη συνολική δομή ενός μαγικού τετραγώνου έχει 36 δίκλινα συνδυασμούς των αριθμών που αποτελούν συνέχειες:

-- παρακείμενες σε οριζόντιο επίπεδο (π.χ. 16/61) ·

-- στις διπλανές κάθετες (για παράδειγμα 67/76) ·

-- γειτνιάζουν με διαγώνιο (π.χ. 56/65) ·

-- απέναντι σε οριζόντιο επίπεδο (π.χ. 24/42) ·

-- αντίθετο για τους κάθετους (για

παράδειγμα 48/84) ·

-- αντίθετο με διαγώνιο (π.χ. 46/64) ·

-- σχιστά (για παράδειγμα 12/21).

Διπλούς συνδυασμούς αριθμών και αριθμολογία επιτρέπει να αναλύσετε του συσχετισμού του κόσμου είναι φαινόμενα τα οποία συσχετίζεται με αριθμούς στο μαγικό τετράγωνο, και ιδίως το διπλό συνδυασμούς αριθμών επιτρέπει να αναλύσετε την αμοιβαία σχέση των Ολυμπιακών θέων τα οποία είναι γνωστά στην αρχαία ελληνική μυθολογία που επιτρέπει να συγκρίνετε χαρακτηριστικά των θέων σε ψυχολογικές λειτουργίες των ανθρώπων και του επιτρέπει να αναλύσετε την αμοιβαία σχέση των ανθρώπων.Για παράδειγμα, αν ψυχολογικά χαρακτηριστικά της ατομικότητας του ενός πρόσωπου είναι συγκρίσιμα με numerological αριθμό 1 και ψυχολογικά χαρακτηριστικά της ατομικότητας του δευτέρου άτομου είναι συγκρίσιμα με numerological αριθμό 9 τότε είναι δυνατόν να υποτεθεί ότι η αμοιβαία σχέση των ανθρώπων αυτών είναι αρμονική όπως αρμόζει θεούς Άρη Αφροδίτη και συμπάθεια ο ένας τον άλλο.

Επίσης numerological άλλους συνδυασμούς των αριθμών στη δομή του μαγικού τετραγώνου συμβολίζουν την αμοιβαία σχέση που υπάρχει μεταξύ των θέων και των Ολυμπιακών υπάρχουν μεταξύ των ανθρώπων.

ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΣΠΟΥΔΩΝ ΓΛΩΣΣΑΣ ΓΙΑ ΜΑΘΗΤΕΣ ΜΕ ΜΕΤΡΙΑ ΚΑΙ ΕΛΑΦΡΙΑ ΝΟΗΤΙΚΗ ΚΑΘΥΣΤΕΡΗΣΗ

Σκοπός της διδασκαλίας του μαθήματος:

Η διδασκαλία του μαθήματος της Γλώσσας στο Δημοτικό αποσκοπεί στην ανάπτυξη του προφορικού λόγου των μαθητών από την αυθόρμητη ομιλία στην καλλιεργημένη προφορική γλώσσα. Ειδικότερα αποσκοπεί στην ανάπτυξη της ικανότητας των μαθητών να χειρίζονται με επάρκεια και αυτοπεποίθηση, αποτελεσματικά και δημιουργικά τον προφορικό και το γραπτό λόγο στην καθημερινή σχολική και ευρύτερη κοινωνική πραγματικότητα που τους περιβάλλει.

Η νέα θεώρηση της Γλώσσας – διαφοροποιείτε με ειδικότερες εφαρμογές σε παιδιά με μέτρια και ελαφριά νοητική καθυστέρηση.

Η Γλώσσα είναι κοινωνικό προϊόν και αποσκοπεί στην επικοινωνία με το περιβάλλον. Η επιδεξιότητα της προφορικής επικοινωνίας οδηγεί στην ανάπτυξη της διανόησης και της κριτικής και δημιουργικής σκέψης. Είναι η βάση για την ανάπτυξη άλλων δεξιοτήτων και μέσω αυτής επιτυγχάνεται η υλοποίηση των σκοπών και των υπόλοιπων μαθημάτων στο σχολείο. Η αντιμετώπιση της Γλώσσας ως εργαλείου μάθησης συνυπάρχει με τη θεώρησή της ως φορέα πολιτισμού.

Στα παιδιά με μέτρια και ελαφριά νοητική καθυστέρηση, η επιδεξιότητα της προφορικής επικοινωνίας υστερεί σε μεγαλύτερο ή μικρότερο βαθμό ανάλογα με το βαθμό της νοητικής καθυστέρησης του παιδιού. Καθώς η γλωσσική ικανότητα είναι μειωμένη, η μάθηση που γίνεται με τη γλωσσική μεσολάβηση γίνεται με δυσκολία. Η μάθηση σ' αυτά τα παιδιά χαρακτηρίζεται από περιορισμένη ικανότητα γενίκευσης και μεταφοράς της γνώσης και απαιτείται η καλά οργανωμένη σε πλαίσια, όσο το δυνατό κοντύτερα στην πραγματικότητα και σε διαφορετικά επίπεδα βαθμού δυσκολίας, παρουσίαση των γνωστικών και κοινωνικών δεξιοτήτων που είναι σε προτεραιότητα στη μαθησιακή διαδικασία κάθε φορά. Η αυθόρμητη μάθηση είναι μειωμένη (χωρίς κάποιον μεσάζοντα όπως είναι ο διδάσκων που τη διευκολύνει, οριοθετώντας τα βήματα που συντελούν στην κατάκτηση συγκεκριμένων δεξιοτήτων).

Ο ρυθμός μάθησης είναι βραδύτερος και απαιτείται η πολυαισθητηριακή προσέγγιση της γνώσης. Στα παιδιά με μέτρια και ελαφριά νοητική καθυστέρηση η προτεραιότητα δίνεται στον προφορικό λόγο (ακρόαση και ομιλία) και στην όσο το δυνατό μεγαλύτερη οργάνωση των εμπειριών των παιδιών σε θεματικούς κύκλους που επιτρέπει την προσέγγιση εννοιών μέσα από την καθημερινότητα (η διαθεματικότητα οδηγεί στην ενοποίηση της γνώσης και στη λειτουργική χρήση της).

Οι θεματικοί κύκλοι που προτείνονται και οι οποίοι είναι ενδεικτικοί (μπορούν να εμπλουτιστούν από τον διδάσκοντα ανάλογα με τις εμπειρίες και τις διαιτερότητες της κοινότητας που ζουν τα παιδιά), είναι οι εξής 18:

1. Σχολείο
2. Σπίτι
3. Γειτονιά
4. Αγορά
5. Κυκλοφοριακή Αγωγή
6. Ασφάλεια
7. Ένδυση
8. Διατροφή
9. Σωματική Υγεία
10. ~~Αναγνώριση και διαχείριση συναισθημάτων~~
11. Εποχές
12. Παιχνίδια
13. Αγωγή στα Μέσα Μαζικής Ενημέρωσης
14. Επαγγέλματα
15. Γιορτές
16. Ταξίδια
17. Πολιτισμός/ εκδηλώσεις
18. Ελεύθερος χρόνος/ χόμπυ

Η ανάγκη για ανάπτυξη κοινωνικών δεξιοτήτων στα παιδιά με μέτρια και ελαφριά νοητική καθυστέρηση σε συνδυασμό με τη σημασία του γλωσσικού μαθήματος στην όλη μαθησιακή διαδικασία οδηγεί στην ανάγκη χρήσης ομαδοσυνεργατικής διδασκαλίας. Καθώς ο σχηματισμός εννοιών διευκολύνεται μέσα από την αλληλεπίδραση με το διπλανό ή την ομάδα, πολλές δραστηριότητες είναι ανάγκη να γίνονται σε πλαίσιο ομαδικό και αποτελεί σκοπό η οργάνωση της διδασκαλίας σε παραπάνω από ένα πλαίσια (ατομικό, με το διπλανό, με τα υπόλοιπα μέλη της ομάδας). Οι στόχοι, δε, που θα αποτελούν αντικείμενο μάθησης σε ένα τέτοιο πλούσιο μαθητοκεντρικό πλαίσιο είναι τόσο γλωσσικοί όσο και κοινωνικοί, συναισθηματικοί όσο και μεταγνωστικοί. Η σημασία της αυτορυθμιζόμενης μάθησης αποτελεί σκοπό της διδασκαλίας του γλωσσικού μαθήματος. Οι στρατηγικές, δεξιότητες και στάσεις της αυτορυθμιζόμενης μάθησης καθιστούν το άτομο ικανό να προγραμματίζει, να καθοδηγεί, να ελέγχει και να αξιολογεί τόσο τη διαδικασία όσο και το αποτέλεσμα της επεξεργασίας των δεδομένων που έχει στη διάθεσή του κάθε φορά.
Στη διαδικασία πρόσκτησης της γνώσης, τα θυμικά στοιχεία παίζουν σημαντικότατο ρόλο
(οι συναισθηματικο- αξιακές επιλογές μας καθορίζουν ποια ερωτήματα θέτουμε, πώς τα προσεγγίζουμε και πώς και πού τελικά καταλήγουμε). Η διδασκαλία

λοιπόν του γλωσσικού μαθήματος λαμβάνει υπόψη την ανάγκη για δημιουργία κινήτρων μάθησης και αυτοβελτίωσης, τα οποία στα παιδιά με μέτρια και ελαφριά νοητική καθυστέρηση είναι ιδιαίτερα μειωμένα.

Η διδασκαλία για την ανάπτυξη του μεταγνωστικού διευκολύνεται ιδιαίτερα με την ανάπτυξη του προφορικού λόγου καταρχάς και στη συνέχεια με του γραπτού και αντίστροφα η ανάπτυξη του προφορικού και γραπτού λόγου διευκολύνει την ανάπτυξη εννοιών και διάκριση δεδομένων γνωστικών, συναισθηματικών και κοινωνικών, προθέσεων και κινήτρων καθώς και τη δεξιότητα αυτοοργάνωσης των μαθητών σε διάφορα πλαίσια.

Στην πρόταση για το συγκεκριμένο αναλυτικό πλαίσιο σπουδών στο γλωσσικό μάθημα, υπάρχει η πρόβλεψη εκτός από τη συνολική παρουσίαση των επιμέρους διδακτικών στόχων και των ανάλογων δραστηριοτήτων που προτείνονται ανά θεματική ενότητα (προφορικό λόγο: ακρόαση - ομιλία, γραπτό λόγο: προανάγνωση – ανάγνωση, προγραφή -γραφή και παραγωγή γραπτού λόγου, λογοτεχνία και λεξιλόγιο) να δοθεί στο διδάσκοντα και ένα παράδειγμα όπου η όλη παρουσίαση των διδακτικών στόχων ανά ενότητα αναφέρεται σε ένα συγκεκριμένο θεματικό κύκλο: την αγορά.

Με ανάλογο τρόπο μπορεί ο διδάσκων να αυτενεργήσει μέσα στα προτεινόμενα πλαίσια, ώστε να αναπτύξει δραστηριότητες κατάλληλες για τις ιδιαιτερότητες των μαθητών του εντάσσοντάς τις παράλληλα σε κάποιον άλλο ή άλλους (από τους 18 προτεινόμενους) θεματικούς κύκλους.

ΘΕΜΑΤΙΚΟΙ ΚΥΚΛΟΙ

- Σχολείο
- Σπίτι
- Γειτονιά
- Αγορά
- Κυκλοφοριακή αγωγή
- Ασφάλεια
- Ένδυση
- Διατροφή
- Σωματική υγεία
- Αναγνώριση και διαχείριση συναισθημάτων
- Εποχές
- Παιχνίδια
- Αγωγή στα ΜΜΕ
- Επαγγέλματα
- Γιορτές
- Ταξίδια

• Πολιτισμός/ εκδηλώσεις πολιτιστικές

• Ελεύθερος χρόνος/ χόμπι

Γλώσσα Μαθηματικά
Ακρόαση- Ομιλία Αριθμοί και πράξεις – προβλήματα
Προανάγνωση – Λογοτεχνία Μετρήσεις – προβλήματα
Προγραφή Συμμετρία – προβλήματα Ανάγνωση-Λογοτεχνία Γεωμετρία – προβλήματα Γραφή Οργάνωση, ταξινόμηση και επεξεργασία πληροφοριών
Λεξιλόγιο Χρήση υπολογιστικής μηχανής

—

Οι μαθητές καλούνται να επιλύσουν προβλήματα σχετικά με τις σχέσεις των αριθμών (παιχνίδια : μαγικά τετράγωνα, βάζω τόσα όσα, περισσότερα από , λιγότερα από, τα μισά, τα διπλάσια κ.λ.π.). Επαλήθευση με τη μέτρηση σε εποπτικό υλικό.

Έτσι το παιδί καλείται να χρησιμοποιήσει κομμάτια του ντόμινο για να φτιάξει μαγικά τετράγωνα (το άθροισμα από τις βουλίτσες των ντόμινο σε κάθε οριζόντια, κατακόρυφη και διαγώνια τριάδα πρέπει να είναι το ίδιο και ίσο με το δοσμένο). Στο φύλλο εργασίας υπάρχουν 2 μαγικά τετράγωνα, ένα του 12 και ένα του 18 και σε κάποιο άλλο φύλλο που θα του δώσει ο εκπαιδευτικός το παιδί πρέπει να φτιάξει τα μαγικά τετράγωνα του 15 και του 21. Μια πρώτη παρατήρηση που θα γίνει είναι ότι κάθε τετράγωνο είναι 3 x 3, δηλαδή τρεις γραμμές και τρεις στήλες, άρα 9 κομμάτια ντόμινο. Ακόμη θα μπορούσε κανείς να παρατηρήσει ότι όλα τα μαγικά τετράγωνα έχουν άθροισμα αριθμούς που είναι πολλαπλάσια του 3. Ο εκπαιδευτικός ενθαρρύνει στα παιδιά άλλοτε να εξηγούν τον τρόπο σκέψης τους προφορικά και άλλοτε να τον καταγράφουν ή να τον σχεδιάζουν.

ΕΞΙΣΟΡΡΟΠΩΝΤΑΣ ΤΟΝ ΕΓΚΕΦΑΛΟ

Γενικά, το δεξιό και το αριστερό ημισφαίριο του εγκεφάλου χειρίζονται τις πληροφορίες με διαφορετικούς τρόπους με αποτέλεσμα να αναφερόμαστε στις πληροφορίες χρησιμοποιώντας την κυρίαρχη πλευρά μας. Η διαδικασία μάθησης και σκέψης λειτουργεί καλύτερα όταν και οι δύο πλευρές του εγκεφάλου λειτουργούν ισορροπημένα. Αυτό σημαίνει ότι χρειάζεται να δυναμώσετε το λιγότερο κυρίαρχο ημισφαίριο του εγκεφάλου σας. Για τους περισσότερους ανθρώπους η αριστερή πλευρά του εγκεφάλου είναι αναλυτική και λειτουργεί με έναν ακολουθιακό και λογικό τρόπο και είναι η πλευρά που ελέγχει τη γλώσσα τις ακαδημαϊκές σπουδές και τη λογική. Αντίθετα, η δεξιά πλευρά είναι δημιουργική και ενστικτώδης και οδηγεί στη γέννηση ιδεών για έργα τέχνης και μουσική. Γι' αυτό η συνεργασία ανάμεσα στα δύο μέρη του εγκεφάλου είναι ιδιαίτερα σημαντική. Για να λειτουργήσει το υποσυνείδητο του δεξιού ημισφαιρίου, χρειάζεται «καύσιμα»: τις πληροφορίες που έχει συγκεντρώσει και επεξεργαστεί το αριστερό ημισφαίριο.

Η υπερτροφοδότηση του αριστερού ημισφαιρίου με πολλές πληροφορίες σε μικρό χρονικό διάστημα δεν επιτρέπει στη δημιουργική πλευρά του εγκεφάλου (το δεξιό ημισφαίριο) να λειτουργήσει με όλες τις δυνατότητες. Αντίθετα, μία έλλειψη πληροφοριών στο αριστερό ημισφαίριο μπορεί να οδηγήσει τη δημιουργική πλευρά σε ατονία.

Έτσι λοιπόν είναι απαραίτητο να βρει κανείς τη σωστή ισορροπία ανάμεσα στα δύο ημισφαίρια. Τα πάζλ εξασκούν και τα δύο ημισφαίρια ενώ οι ασκήσεις με τα μαγικά τετράγωνα μόνο το αριστερό ημισφαίριο του εγκεφάλου.

Ασκήσεις Βελτίωσης αριστερού ημισφαίριου

Οι ασκήσεις με τα μαγικά τετράγωνα είναι σχεδιασμένες για να εξασκήσουν την ικανότητα της συγκέντρωσης σε μία συγκεκριμένη δραστηριότητα. Μερικές ασκήσεις περιλαμβάνουν πράξεις με αριθμούς και παιχνίδια με σχήματα. Υπομονή αποφασιστικότητα και αναλυτική σκέψη απαιτούνται για τη λύση τους. Οι ασκήσεις με μαγικά τετράγωνα αναπτύχθηκαν στην αρχαία Ελλάδα.

Sudoku

	3					9		
		6						
			2	4	1		3	
			9			7		
					2			4
	8			7			2	
8	5							
	9		7		4			
					6			1

1	3	2	5	6	7	9	4	8
5	4	6	3	8	9	2	1	7
9	7	8	2	4	1	6	3	5
2	6	4	9	1	8	7	5	3
7	1	5	6	3	2	8	9	4
3	8	9	4	7	5	1	2	6
8	5	7	1	2	3	4	6	9
6	9	1	7	5	4	3	8	2
4	2	3	8	9	6	5	7	1

Sudoku (κυριολεκτικα, "μοναδικος αριθμος"), μερικές φορές επίσης είναι ένας γρίφος λογικής μολύβι-και-χαρτιού ο ο οποίος στόχος είναι να ολοκληρωθεί ένα πλέγμα που ικανοποιεί τους διάφορους περιορισμούς. Στο "κλασικό" Sudoku, ένα 9x9 τετράγωνο διαιρείται σε 3x3 "περιοχέσ", με τα διάφορα τετράγωνα που γεμίζουν με τα στοιχεία που μας έχουν δοθεί. Οι έγκυρες λύσεις χρησιμοποιούν κάθε ενός από τους αριθμούς 1-9 ακριβώς μιά φορά μέσα σε κάθε σειρά, στήλη και περιοχή. Αυτό το είδος sudoku είναι επομένως μια ιδιαίτερη περίπτωση ενός λατινικού τετραγώνου.

Στις ΗΠΑ-μόνο εμπορικό όνομα "Number Place," Sudoku δημοσιεύεται για πρώτη φορά ανώνυμα από τον Garns (1979), για το *Dell Pencil Puzzles.* Το 1984, ο γρίφος χρησιμοποιήθηκε από Nikoli με το Ιαπωνία-μόνο κατατεθημένο εμπορικό σήμα όνομα Sudoku (SU = αριθμός, Doku = ενιαίος). Λόγω στα ζητήματα εμπορικών σημάτων, στην Ιαπωνία, ο γρίφος έγινε γνωστός ως nanpure, ή θέση αριθμού, χρησιμοποιώντας συχνά το αγγλικό όνομα. Έξω από την Ιαπωνία, το ιαπωνικό όνομα υπερισχύει.

Ο γρίφος έλαβε ένα μεγάλο ποσό προσοχής στις Ηνωμένες Πολιτείες και την Ευρώπη το 2005 αφότου άρχισε ένας κανονικός γρίφος Sudoku στους χρόνους του Λονδίνου. Δυστυχώς, Garns πέθανε το 1989 πριν παίρνει μια πιθανότητα να δει η δημιουργία του ως παγκόσμιο φαινόμενο (Shortz 2005, που αναφέρεται σε Pegg 2005).

x	2	3	4	5	6	7	8	9
7	8	5	2	1	9	4	6	3
6	4	9	7	8	3	5	1	2
2	3	7	6	9	8	1	5	4
8	1	4	5	7	2	9	3	6
9	5	6	3	4	1		f	c
4	7	a		3	5	6	d	b
5	6	8		2	4	3	e	
3	9			6	7		4	5

Η διαδικασία αυτή είναι γνωστή ως "σάρωση" περιλαμβάνει την ανάλυση ενός κελιού για πιθανές τιμές, καθώς και την πλήρωση των κελιών, όπου μονό ένας αριθμός είναι δυνατόν να υπάρχει. Η σάρωση μονό θα λύσει το πιο απλό Sudoku puzzles. Στο πλέγμα ανωτέρω, x=1. Τα σκληρότερα πλέγματα απαιτούν την τεχνική "αλυσίδων καταναγκασμού". Ανωτέρω, καθε τιμή των a δυνάμεων f=2 , δεδομένου ότι

$$a=1 \to b=8 \to c=7 \to f=2$$
$$a=2 \to d=9 \to e=7 \to f=2.$$

Οι αριθμοί των ολοκληρωμένων Sudokus μεγέθους n^2 x n^2 για n=1 , 2, ... είναι 1, 288, 6670903752021072936960, ... (Sloane της A107739 · Felgenhauer *et al.* 2005). Ομοίως, οι αριθμοί των αντιτίμων (δηλαδή, μειωμένη modulo συμμετρίες) ολοκληρωμένων Sudokus είναι 1, 2, 5472730538, ... (Sloane της A109741 · Felgenhauer *et al.* 2005). (Για παράδειγμα, για την 9x9 περίπτωση οι ισοδυναμίες είναι: καταχωρήσεις αντανάκλαση περιστροφή μεταλλαγή των φραγμών των στηλών 1-3, 4-6, και 7-9 μεταλλαγή των φραγμών των σειρών 1-3, 4-6, και 7-9 μεταλλαγή των στηλών 1-3 μεταλλαγή των σειρών 1-3 μεταλλαγή των στηλών 4-6 μεταλλαγή των σειρών 4-6 μεταλλαγή των στηλών 7-9 και μεταλλαγή των σειρών 7-9).

Αυτά τα γεγονότα σημειώθηκαν από τη μεγαλοφυΐα των μαθηματικών Τσάρλι Eppes κατά τη συζήτηση των σχετικών αξιών της ψυχαγωγικής επίλυσης των γρίφων εναντίον του γραψίματος των προγραμμάτων υπολογιστών για να λυθούν στην εποχή 2 επεισόδιο " All's Fair" (2006) του δράματος NUMB3RS τηλεοπτικού εγκλήματος.

1								5
				3				
		2		4				
	3	4				7		
			2		6			1
2					5			
	7						3	
					1			

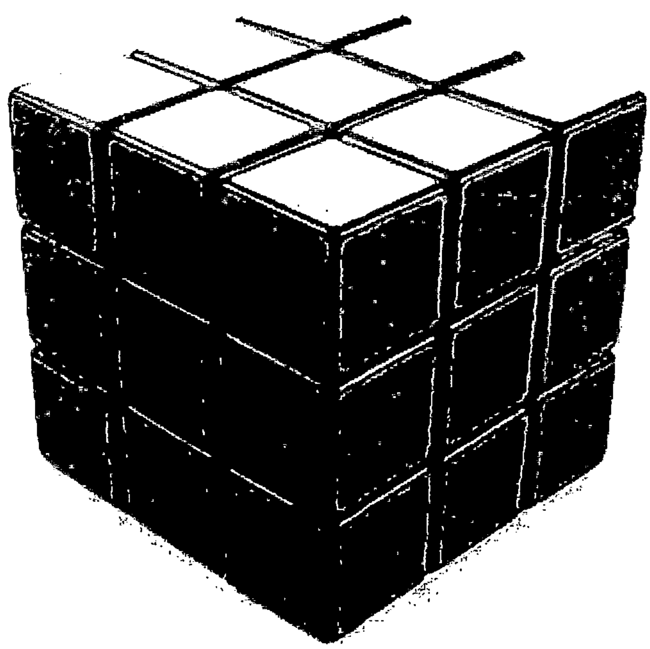
Royle (2005) συγκέντρωσε πάνω από το 30000 17-στοιχεία Sudoku puzzles με μοναδικές λύσεις.

Η ανάλυσή του των υπαρχόντων παραδειγμάτων 17-στοιχείων έχει αποκαλύψει μια δομικά μοναδική 16- στοιχείων Sudoku που επεξηγεί ακριβώς δύο λύσεις (ανωτέρω). Εάν υπάρχει άλλη με καθεμία μια ή δύο λύσεις είναι άγνωστος.

Η μικρότερη δυνατή pandiagonal sudoku ειναι25 x25 (Boyer 2006)

				7			6	
2								
	9			5				
						1		
		4						
					3	8		

Πολλές παραλλαγές υπάρχουν Sudoku. Ορισμένοι χρησιμοποιούν περιοχές που δεν είναι τετράγωνα. Άλλοι απαιτούν ότι οι κυρίες διαγώνιες χρησιμοποιούν και τα εννέα ψηφιά. Το ανωτέρω πάζλ έχει διαγώνιο απαίτηση. Επιπλέον, κάθε αριθμός μέσα στο polyomino (μπλε κύτταρα) πρέπει να είναι όχι μεγαλύτερος από τον αριθμό μπλε κυττάρων 3x3 στην περιοχή του. Βολικά, αυτός ο αριθμός είναι σε εκείνο το 3x3 τετράγωνο (A. O. Muniz, pers. comm., 19 του Αυγούστου ..2005).



Συνοπτική ιστορία του κύβου του Rubik

Αρχικά ονομάστηκε Μαγικός κύβος από τον εφευρέτη του, έπειτα μετονομάστηκε σε κύβος του Rubik το 1980 από τον Michael Egnot και απελευθερώθηκε παγκοσμίως τον Μάιος εκείνου του έτους, κερδίζοντας ένα

Spiel des Jahres ειδικό βραβείο για τον καλύτερο γρίφο. Λέγεται ότι είναι το παιχνίδι με την παγκόσμια με εμπορική επιτυχία, με τους κύβους και τις μιμήσεις περίπου 250.000.000 Rubik που πωλούνται παγκοσμίως.

Ο μαγικός κύβος εφευρέθηκε το 1974 από τον Ernő Rubik, έναν Ούγγρο γλύπτη και καθηγητή της αρχιτεκτονικής με ενδιαφέρον στη γεωμετρία και στις μελέτες των τρισδιάστατων μορφών. Ο Ernő απόκτησε ένα ουγγρικό δίπλωμα ευρεσιτεχνίας το HU170062 για το μαγικό κύβο το 1975 αλλά δεν πήρε έξω τα διεθνή διπλώματα ευρεσιτεχνίας. Οι πρώτες δοκιμές του προϊόντος παρήχθησαν στα τέλη του 1977 και απελευθερώθηκαν στα καταστήματα παιχνιδιών της Βουδαπέστης.

Η πρόοδος του κύβου προς τα ράφια καταστημάτων παιχνιδιών της δύσης έπειτα εν συντομία σταματήθηκε έτσι ώστε να μπορεί να κατασκευαστεί στις δυτικές προδιαγραφές ασφάλειας και συσκευασίας. Ένας ελαφρύτερος κύβος παρήχθη, και τα ιδανικά παιχνίδια αποφάσισαν να τον μετονομάσουν. "Ο γόρδιος κόμβος" και "ο χρυσός Inca" εξετάστηκαν, αλλά η επιχείρηση αποφάσισε τελικά σχετικά με το "κύβο Rubik", και η πρώτη δοκιμή εξήχθη από την Ουγγαρία το Μάιος του 1980.

Εκμεταλλευόμενος μια αρχική έλλειψη των κύβων, πολλές φτηνές μιμήσεις εμφανίστηκαν. Το 1984, το ιδανικό έχασε ένα κοστούμι παράβασης διπλωμάτων ευρεσιτεχνίας από το Larry Nichols για το δίπλωμα ευρεσιτεχνίας του US3655201. Ο Terutoshi Ishigi απόκτησε το ιαπωνικό δίπλωμα ευρεσιτεχνίας JP55-8192 για έναν σχεδόν ίδιο μηχανισμό ενώ το δίπλωμα ευρεσιτεχνίας του Rubik υποβαλλόταν σε επεξεργασία, αλλά ο Ishigi πιστώνεται γενικά με ένα ανεξάρτητη επανεφεύρεση .

Πηγές

Abe, G. "Unsolved Problems on Magic Squares." *Disc. Math.* **127**, 3-13, 1994.

Alejandre, S. "Suzanne Alejandre's Magic Squares." http://mathforum.org/alejandre/magic.square.html.

Andrews, W. S. *Magic Squares and Cubes, 2nd rev. ed.* New York: Dover, 1960.

Andrews, W. S. and Sayles, H. A. "Magic Squares Made with Prime Numbers to have the Lowest Possible Summations." *Monist* **23**, 623-630, 1913.

Ball, W. W. R. and Coxeter, H. S. M. "Magic Squares." Ch. 7 in *Mathematical Recreations and Essays, 13th ed.* New York: Dover, 1987.

Barnard, F. A. P. "Theory of Magic Squares and Cubes." *Memoirs Natl. Acad. Sci.* **4**, 209-270, 1888.

Benson, W. H. and Jacoby, O. *Magic Cubes: New Recreations.* New York: Dover, 1981.

Benson, W. H. and Jacoby, O. *New Recreations with Magic Squares.* New York: Dover, 1976.

Berlekamp, E. R.; Conway, J. H; and Guy, R. K. *Winning Ways for Your Mathematical Plays, Vol. 2: Games in Particular.* London: Academic Press, 1982.

Chabert, J.-L. (Ed.). "Magic Squares." Ch. 2 in *A History of Algorithms: From the Pebble to the Microchip.* New York: Springer-Verlag, pp. 49-81, 1999.

Danielsson, H. "Magic Squares." http://www.magic-squares.de/magic.html.

Flannery, S. and Flannery, D. _In Code: A Mathematical Journey._ London: Profile Books, pp. 16-24, 2000.

Frénicle de Bessy, B. "Des quarrez ou tables magiques. Avec table generale des quarrez magiques de quatre de costé." In *Divers Ouvrages de Mathématique et de Physique, par Messieurs de l'Académie Royale des Sciences* (Ed. P. de la Hire). Paris: De l'imprimerie Royale par Jean Anisson, pp. 423-507, 1693. Reprinted as *Mem. de l'Acad. Roy. des Sciences* **5** (pour 1666-1699), 209-354, 1729.

Fults, J. L. _Magic Squares._ Chicago, IL: Open Court, 1974.

Gardner, M. "Magic Squares." Ch. 12 in _The Second Scientific American Book of Mathematical Puzzles & Diversions: A New Selection._ New York: Simon and Schuster, pp. 130-140, 1961.

Gardner, M. "Magic Squares and Cubes." Ch. 17 in _Time Travel and Other Mathematical Bewilderments._ New York: W. H. Freeman, pp. 213-225, 1988.

Grogono, A. W. "Magic Squares by Grog." http://www.grogono.com/magic/.

Hawley, D. "Magic Squares." http://www.nrich.maths.org.uk/mathsf/journalf/aug98/art1/.

Heinz, H. "Downloads." http://www.geocities.com/~harveyh/downloads.htm.

Heinz, H. "Magic Squares." http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Launchpad/4057/magicsquare.htm.

Heinz, H. and Hendricks, J. R. *Magic Square Lexicon: Illustrated.* Self-published, 2001. http://www.geocities.com/~harveyh/BookSale.htm.

Hirayama, A. and Abe, G. *Researches in Magic Squares.* Osaka, Japan: Osaka Kyoikutosho, 1983.

Horner, J. "On the Algebra of Magic Squares, I., II., and III." *Quart. J. Pure Appl. Math.* **11**, 57-65, 123-131, and 213-224, 1871.

Hunter, J. A. H. and Madachy, J. S. "Mystic Arrays." Ch. 3 in *Mathematical Diversions.* New York: Dover, pp. 23-34, 1975.

Kanada, Y. "Magic Square Page." http://www.kanadas.com/puzzles/magic-square.html.

Kraitchik, M. "Magic Squares." Ch. 7 in *Mathematical Recreations.* New York: Norton, pp. 142-192, 1942.

UPDATE THIS LINK ~~Lei, A. "Magic Square, Cube, Hypercube."~~ http://www.cs.ust.hk/~philipl/magic/

Madachy, J. S. "Magic and Antimagic Squares." Ch. 4 in *Madachy's Mathematical Recreations.* New York: Dover, pp. 85-113, 1979.

MathPages. "Solving Magic Squares." http://www.mathpages.com/home/kmath295.htm.

Moran, J. *The Wonders of Magic Squares.* New York: Vintage, 1982.

Pappas, T. "Magic Squares," "The 'Special' Magic Square," "The Pyramid Method for Making Magic Squares," "Ancient Tibetan Magic Square," "Magic 'Line.'," and "A Chinese Magic Square." *The Joy of Mathematics.* San Carlos, CA: Wide World Publ./Tetra, pp. 82-87, 112, 133, 169, and 179, 1989.

Peterson, I. "Ivar Peterson's MathLand: More than Magic Squares." http://www.maa.org/mathland/mathland_10_14.html.

Pickover, C. A. *The Zen of Magic Squares, Circles, and Stars: An Exhibition of Surprising Structures Across Dimensions.* Princeton, NJ: Princeton University Press, 2002.

Pinn, K. and Wieczerkowski, C. "Number of Magic Squares from Parallel Tempering Monte Carlo." *Int. J. Mod. Phys. C* **9**, 541-547, 1998. http://arxiv.org/abs/cond-mat/9804109/.

Pivari, F. "Nice Examples."
http://www.geocities.com/CapeCanaveral/Lab/3469/examples.html.

Pivari, F. "Create Your Magic Square."
http://www.pivari.com/squaremaker.html.

Sloane, N. J. A. Sequence A006052/M5482 in "The On-Line Encyclopedia of Integer Sequences."

Suzuki, M. "Magic Squares."
http://mathforum.org/te/exchange/hosted/suzuki/MagicSquare.html.

Weisstein, E. W. "Books about Magic Squares."
http://www.ericweisstein.com/encyclopedias/books/MagicSquares.html.

Wells, D. *The Penguin Dictionary of Curious and Interesting Numbers.* Middlesex, England: Penguin Books, p. 75, 1986.

Eric W. Weisstein, *Magic Square* at MathWorld.

Magic Squares at Convergence

Wikisource has the text of the 1911 Encyclopædia Britannica article ***Magic Square***.

W. S. Andrews, *Magic Squares and Cubes.* (New York: Dover, 1960), originally printed in 1917

John Lee Fults, *Magic Squares.* (La Salle, Illinois: Open Court, 1974).

Cliff Pickover, *The Zen of Magic Squares, Circles, and Stars* (Princeton, New Jersey: Princeton University Press)

Leonhard Euler, *On magic squares* (pdf)

Mark Farrar, *Magic Squares* ([3])

Asker Ali Abiyev, *The Natural Code of Numbered Magic Squares (1996)*, (http://www1.gantep.edu.tr/~abiyev/abiyeving.htm)

William H. Benson and Oswald Jacoby, "New Recreations with Magic Squares". (New York: Dover, 1976).

A 'perfect' magic square presented as a magic trick (Online Generator - Magic Square 4x4 using Javascript)

Magic Squares of Order 4,5,6, and some theory

Magic Square Program using genetic algorithms at Jethro Ma - Nanotechnology Engineering