



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ  
ΣΧΟΛΗ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ  
ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΘΕΜΑ: Ανάπτυξη οντολογίας για το γνωστικό αντικείμενο της γραμμικής άλγεβρας.

Διπλωματική εργασία  
της  
Αναστασίας Νικολοπούλου

Επιβλέπων: Λαμπρινή Σερεμέτη

Αντίρριο, Σεπτέμβριος 2019

## Ευχαριστίες

Η παρούσα διπλωματική εργασία εκπονήθηκε κατά το ακαδημαϊκό έτος 2018-2019 στο ΤΕΙ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ. Θα ήθελα να ευχαριστήσω την επιβλέπων καθηγήτρια κα Λαμπρινή Σερεμέτη για την εμπιστοσύνη που μου έδειξε αναθέτοντάς μου την εργασία αυτή και για τη δυνατότητα που μου έδωσε να ασχοληθώ με το συγκεκριμένο ενδιαφέρον θέμα. Επίσης, την ευχαριστώ θερμά για την καθοδήγησή της και την εξαιρετική συνεργασία που είχαμε.

Επιπλέον, κατά τη διάρκεια των σπουδών μου, γνώρισα σημαντικούς ανθρώπους και θα ήταν παράλειψη μου αν δεν τους ευχαριστούσα. Η βοήθεια, η υποστήριξη και οι συμβουλές που μου παρείχαν ήταν καθοριστικές για την ολοκλήρωση αυτής της διπλωματικής και όχι μόνο.

Τέλος, τα μεγαλύτερο ευχαριστώ το οφείλω στην οικογένεια μου, που χωρίς την αμέριστη στήριξη και βοήθειά της, δε θα μπορούσα να καταφέρω όσα έχω κάνει μέχρι σήμερα σε όλους τους τομείς της ζωής μου.

## ΤΙΤΛΟΣ

Ανάπτυξη οντολογίας για το γνωστικό αντικείμενο της γραμμικής άλγεβρας.

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Τα τελευταία χρόνια ο όρος οντολογία έχει διαδοθεί ευρέως στην ερευνητική κοινότητα επειδή υπεισέρχεται στο Σημασιολογικό Ιστό και συμβάλει στην επίτευξη της σωστής του λειτουργίας. Οντολογίες υπάρχουν πολλών ειδών, ένα από αυτά τα είδη αποτελούν οι οντολογίες μαθησιακών αντικειμένων, που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν με τυπικό και σαφή τρόπο διάφορα μαθησιακά αντικείμενα με στόχο την αποδοτικότερη διαχείριση και ανάκληση του περιεχομένου τους. Ως μαθησιακό αντικείμενο χαρακτηρίζεται μια αυτόνομη και ανεξάρτητη μονάδα εκπαιδευτικού περιεχομένου, η οποία συνδέεται με ένα ή περισσότερα μαθησιακά αποτελέσματα σε διάφορα εκπαιδευτικά πλαίσια.

Σύμφωνα με τον Gruber (2008), στα πλαίσια της επιστήμης των υπολογιστών και της πληροφορικής, μια οντολογία καθορίζει ένα σύνολο από αρχέτυπα αναπαράστασης (representational primitives) τα οποία χρησιμοποιούνται για την δημιουργία μοντέλων κάποιου πεδίου γνώσης ή ενδιαφέροντος. Τα αρχέτυπα αναπαράστασης είναι τυπικά κλάσεις (classes or sets), ιδιότητες (attributes or properties) και σχέσεις (relationships or relations) μεταξύ μέλη κλάσεων, οι οποίες αποτελούν σύνολα αντικειμένων. Το πεδίο γνώσης που θα καλυφθεί σε αυτή την εργασία είναι η γραμμική άλγεβρα.

Στο πλαίσιο αυτό περιγράφονται και υλοποιούνται οι βασικές έννοιες της γραμμικής άλγεβρας σε αντιστοιχία με μια οντολογία με τη χρήση ενός προγράμματος οντολογιών. Το πρόγραμμα αυτό ονομάζεται Protégé. Με το συγκεκριμένο πρόγραμμα το περιβάλλον της οντολογίας γίνεται πιο προσιτό, εύχρηστο και ευχάριστο.

Σκοπός της παρούσας εργασίας είναι να γίνει ανάπτυξη οντολογίας για το γνωστικό αντικείμενο της γραμμικής άλγεβρας.

# Περιεχόμενα

## Πίνακας περιεχομένων

1.Εισαγωγή.....	5
2.Οντολογίες .....	6
2.1 Ανάπτυξη Οντολογιών.....	6
2.2 Ορισμός.....	8
2.3 Τι είναι ο Σημασιολογικός Ιστός.....	10
2.4 Είδη Οντολογιών.....	10
2.5 Χρήσεις Οντολογιών.....	12
2.6 Βασικές Αρχές Σχεδίασης Οντολογιών.....	14
2.7 Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Οντολογιών .....	15
2.8 Σύγκριση Μεθοδολογιών Ανάπτυξης Οντολογιών.....	17
2.9 Protégé.....	18
2.10 Η Αρχιτεκτονική του Protégé.....	21
2.11 Protégé-Frames Editor.....	22
2.12 Αξιολόγηση Οντολογιών.....	23
3. Μαθησιακά Αντικείμενα & Οντολογίες.....	27
3.1 Μαθησιακά Αντικείμενα.....	27
3.2 Ιδιαιτερότητες Οντολογιών Μαθησιακών Αντικειμένων.....	28
3.3 Επιλογή Μαθησιακών Αντικειμένων.....	29
3.4 Ποιες Οντολογίες έχουν γίνει – για ποια ΜΑ .....	29
4. Γραμμική Άλγεβρα.....	31
4.1 Βασικές Έννοιες.....	31
4.2 Πίνακες.....	31
4.2.1 Θεμελιώδεις Γνώσεις.....	37
4.3 Ορίζουσες.....	40
4.4 Διανυσματικοί Χώροι.....	42
5. Υλοποίηση .....	47
5.1 Επισκόπηση του Protégé.....	47
5.2 Μεθοδολογία Μηχανικής Οντολογιών.....	47
5.3 Μεθοδολογία Κατασκευής.....	48
5.4 Αποτελέσματα Κατασκευής.....	50
6. Σύνοψη και συμπεράσματα.....	55
Βιβλιογραφία .....	56

# 1. Εισαγωγή

Στην παρούσα εργασία ασχολούμαστε με την ανάπτυξη οντολογίας γνωστικού πεδίου, για την Γραμμική Άλγεβρα. Η οντολογία υλοποιήθηκε βάση κανόνων ανάπτυξης της γραμματικής επισημείωσης (Pos Tagging Speech) .

Η οντολογία αυτή θα χρησιμοποιηθεί για να βγάλουμε συμπεράσματα πόσο μπορεί να ταιριάζει μια οντολογία που υλοποιείται από κάποιον που δεν είναι ειδικός του γνωστικού πεδίου και έχει βασιστεί σε κανόνες με αυτήν των ειδικών του γνωστικού πεδίου.

Ως «Οντολογία» μπορεί να οριστεί ως το σύνολο των ρητών προσδιορισμών εννοιών και των συσχετίσεων τους στο πλαίσιο ύπαρξής τους – «An ontology is a specification of a conceptualization» (Gruber, 1993).

Τα κύρια χαρακτηριστικά των οντολογιών είναι ότι κωδικοποιούν την ανθρώπινη γνώση, έτσι ώστε αυτή να είναι αξιοποιήσιμη από τα υπολογιστικά συστήματα και επιπλέον ότι δίνουν τη δυνατότητα για εκτέλεση αυτόματων συλλογισμών, εξαγωγή συμπερασμάτων και υλοποίηση νοημόνων εφαρμογών, όπως η σημασιολογική αναζήτηση πληροφοριών. Για το λόγο αυτό οι οντολογίες αποτελούν θεμελιώδη γνωστικό πόρο, απαραίτητο σε όλα τα πληροφορικά συστήματα αιχμής που επεξεργάζονται ή εξορύσσουν γνώση.

Η οντολογία που θα υλοποιηθεί θα απαντήσει σε όλες τις ερωτήσεις επάρκειας που μας έχουν δοθεί προκειμένου να γίνει περιγραφή του γνωστικού πεδίου. Οι ερωτήσεις επάρκειας σε αυτή την περίπτωση αντιστοιχούν στα μαθησιακά αποτελέσματα του μαθήματος “Γραμμική Άλγεβρα”.

Η οντολογία θα υλοποιηθεί στο περιβάλλον του Protege, το οποίο είναι ένα πάρα πολύ διαδεδομένο λογισμικό δημιουργίας οντολογίας.

Στο πρώτο κεφάλαιο της εργασίας γίνεται εισαγωγή στο θέμα της εργασίας που θα μελετηθεί.

Στο δεύτερο κεφάλαιο γίνεται αναφορά γενικά στις οντολογίες, ορισμοί, εργαλεία, μεθόδους κατασκευής και τί είναι το protege.

Στο τρίτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά για τις οντολογίες μαθησιακών αντικειμένων.

Στο τέταρτο κεφάλαιο γίνεται αναφορά στις βασικές έννοιες της γραμμικής άλγεβρας. Δηλαδή ορισμοί πινάκων, οριζουσών και διανυσματικών χώρων με παραδείγματα.

Στο πέμπτο κεφάλαιο γίνεται η υλοποίηση της εργασίας με τη χρήση του Protégé.

## 2. Οντολογίες

Μία οντολογία είναι η αναπαράσταση μιας οντότητας ή των εννοιών μιας γνωστικής περιοχής, έτσι ώστε να μπορεί να την επεξεργαστεί ο Η/Υ. Περιλαμβάνει έναν πεπερασμένο κατάλογο όρων, καθώς και τη σχέση μεταξύ των όρων αυτών. Οι όροι αυτοί αποτελούν σημαντικές έννοιες (ομάδες πραγμάτων), ενώ η σχέση μεταξύ τους είναι ιεραρχική: ομάδες – υποομάδες. Μια οντολογία, ορίζει δηλαδή τους όρους που χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν και να αναπαραστήσουν μια περιοχή γνώσης και με τη βοήθεια της οντολογίας μπορούμε να προσδώσουμε στις εκφράσεις σημασία, δηλαδή περιεχόμενο που έχει νόημα. Οι οντολογίες ερμηνεύουν λοιπόν την πληροφορία και επικοινωνούν με άλλα εργαλεία λογικής. Με τη βοήθεια εργαλείων, εξάγουν λογικά συμπεράσματα για τις έννοιες που αναπτύσσονται μέσα σε αυτές και τις σχέσεις μεταξύ τους.

### 2.1 Ανάπτυξη οντολογιών

Τα βασικά μοντέλα ανάπτυξης οντολογιών είναι δύο: η από πάνω προς τα κάτω ανάπτυξη (top-down) και η από κάτω προς τα πάνω ανάπτυξη (bottom-up). Κάθε ένα από αυτά τα μοντέλα έχει τα πλεονεκτήματα και τα μειονεκτήματα του και το ποιο θα πρέπει να προτιμήσει ο μηχανικός οντολογιών εξαρτάται κυρίως από την εφαρμογή για την οποία αναπτύσσονται οι οντολογίες.

Σύμφωνα με το από πάνω προς τα κάτω μοντέλο ανάπτυξης αρχικά αναπτύσσεται μια οντολογία που αναπαριστά το θεματικό πεδίο στο οποίο εντάσσεται η εφαρμογή, χρησιμοποιώντας θεμελιώδεις (top-level) έννοιες του πεδίου. Στη συνέχεια επεκτείνουμε τη βασική θεματική αυτή οντολογία έτσι ώστε να αποτυπώνει πιο συγκεκριμένες έννοιες, μέχρι να φτάσουμε το σημείο η οντολογία μας να παρέχει μια πλήρη περιγραφή όλων των δεδομένων που πρέπει να καλύπτει. Μια τέτοια προσέγγιση απαιτεί από τους μηχανικούς και τους ειδικούς να χαρακτηρίσουν το θεματικό πεδίο και να προσδιορίσουν τις βασικές έννοιες και συσχετίσεις. Στην πράξη τις περισσότερες φορές είναι δύσκολο να υπάρξει μια τέτοια συμφωνία μεταξύ των ειδικών. Όταν όμως οι δυσκολία αυτή ξεπεραστεί, η παραγόμενη οντολογία αποτελεί ένα πλούσιο σημασιολογικά θεματικό μοντέλο και παρέχει μια σαφή και πλήρη αναπαράσταση του θεματικού πεδίου, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη συνέχεια για τη συσχέτιση εννοιών που εντάσσονται σε διαφορετικές θεματικές περιοχές.

Κατά την παραγωγή οντολογιών ακολουθώντας το μοντέλο της από πάνω προς τα κάτω ανάπτυξης, είναι συχνά χρήσιμη η επαναχρησιμοποίηση οντολογιών που έχουν κατασκευαστεί από τρίτους. Τέτοιες οντολογίες που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατασκευή μιας νέας οντολογίας είναι οι θεμελιώδεις οντολογίες. Με την χρησιμοποίηση ήδη υπάρχουσών οντολογιών δεν επιτυγχάνεται μόνο επαναχρησιμοποίηση πόρων, αλλά και η κατασκευή ενός πιο πλήρους και συνεπούς οντολογικού μοντέλου. Χρησιμοποιώντας τις εμπειρίες και τη δουλειά άλλων, οι μηχανικοί έχουν την ευελιξία να επεκτείνουν τις έννοιες που περιέχονται σε θεμελιώδεις οντολογίες έτσι ώστε να καλύπτουν τις ανάγκες των εφαρμογών που

αναπτύσσουν. Τέλος έχει εκφραστεί η ελπίδα ότι η επαναχρησιμοποίηση θεμελιωδών οντολογιών θα βοηθήσει στην αντιστοίχιση και διασύνδεση μεταξύ οντολογιών που καλύπτουν διαφορετικά θεματικά πεδία.

Μια βασική πρόκληση που θέτει το μοντέλο της από πάνω προς τα κάτω ανάπτυξης είναι η επέκταση της θεματικής οντολογίας έτσι ώστε οι χαμηλού επιπέδου έννοιες να περιγράφουν και να αναπαριστούν με ακρίβεια τα δεδομένα της θεματικής περιοχής, διατηρώντας παράλληλα την συνέπεια του μοντέλου. Αυτό σημαίνει ότι πρέπει να λαμβάνονται υπόψη τα δεδομένα κατά την ανάπτυξη της θεματικής οντολογίας. Για το λόγο αυτό στη διαδικασία ανάπτυξης πρέπει να εμπλέκονται ειδικοί που γνωρίζουν τη θεματική περιοχή σε βάθος αλλά και πλάτος.

Η από πάνω προς τα κάτω ανάπτυξη λειτουργεί καλύτερα εάν έχει ως σκοπό την αναπαράσταση μιας θεματικής περιοχής, και τη χρήση αυτής της αναπαράστασης ως σημείου σύγκλισης των απόψεων των ειδικών.

Μια εναλλακτική προσέγγιση για την ανάπτυξη οντολογιών είναι η χρήση των δεδομένων ως σημείο εκκίνησης, αναπτύσσοντας αρχικά οντολογίες εστιασμένες στην περιγραφή συγκεκριμένων πηγών δεδομένων, και στη συνέχεια με την διασύνδεση και την επέκταση αυτών των οντολογιών έχει ως αποτέλεσμα όλο και μεγαλύτερο επίπεδο αφαίρεσης. Αυτή η από κάτω προς τα πάνω προσέγγιση διασφαλίζει ότι τα δεδομένα θα περιγραφούν με ακρίβεια, μια και η οντολογία χτίζεται κυριολεκτικά πάνω σε αυτά. Θεωρητικά, εφόσον τα δεδομένα παρέχουν μια καλή αναπαράσταση του θεματικού πεδίου, μια τέτοια προσέγγιση θα οδηγήσει στην ανάπτυξη ενός ακριβούς και πλήρους θεματικού μοντέλου. Επειδή όμως οι πιθανές ασυνέπειες και οι λεπτομέρειες εφαρμογής γίνονται αντιληπτές μόνο στην υψηλού επιπέδου αφαίρεση θεματικής οντολογίας, αυτή μπορεί να μην παρέχει πλήρη και ακριβή περιγραφή του θεματικού πεδίου και των σχέσεων που αναπτύσσονται μέσα σε αυτό, αφού είναι εστιασμένη στις ιδιαιτερότητες των δεδομένων.

Μετά τη δημιουργία των χαμηλού επιπέδου αφαίρεσης οντολογιών που βασίζονται στα δεδομένα και κατά την επέκτασή τους προς πιο αφηρημένα μοντέλα, πολλές φορές αποδεικνύεται χρήσιμη η επαναχρησιμοποίηση οντολογιών κατασκευασμένων από τρίτους. Τέτοιες οντολογίες, γνωστές ως βοηθητικές οντολογίες (utility ontologies), αναπαριστούν κοινές έννοιες που περιέχονται σε διαφορετικά θεματικά πεδία και μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως έχουν για την επέκταση ή την αναπαράσταση αντίστοιχων εννοιών του θεματικού πεδίου. Παραδείγματα τέτοιων βοηθητικών οντολογιών αποτελούν οντολογίες που περιγράφουν έννοιες όπως ο 'χρόνος' ή ο 'χώρος'.

Γενικά, το από κάτω προς τα πάνω μοντέλο ανάπτυξης ενδείκνυται όταν ο στόχος είναι η ενοποίηση των δεδομένων, μια και η παραγόμενη οντολογία αποτελεί ένα ακριβές μοντέλο των δεδομένων.

## 2.2 Ορισμός

Για την υλοποίηση του Σημασιολογικού Ιστού είναι απαραίτητος ο σημασιολογικός εμπλουτισμός της πληροφορίας μέσα από τη χρήση των οντολογιών. Πρόκειται για ένα σχετικά καινούργιο τομέα στην περιοχή της διαχείρισης της γνώσης, αφού οι οντολογίες μετατρέπουν την πληροφορία σε σημασιολογική και διευκολύνουν την ανταλλαγή δεδομένων μεταξύ εφαρμογών, μέσω της αποδοχής κοινής σημασιολογίας για την περιγραφή της πληροφορίας. Η διαδικασία αυτή είναι δυνατή στο πλαίσιο περιγραφής RDF (Resource Description Framework) και των αντίστοιχων σχημάτων του (RDF schemas). Το RDF περιγράφει οντολογίες που προορίζονται αποκλειστικά για το Διαδίκτυο - μια φιλόδοξη και πολύ δύσκολη προσπάθεια.

Η λέξη οντολογία μπορεί να χρησιμοποιηθεί με διαφορετικά νοήματα σε διαφορετικές κοινωνίες. Υπάρχουν δύο βασικές οπτικές γωνίες υπό τις οποίες μπορεί να εξεταστεί ο όρος οντολογία. Η μία προέρχεται από την επιστήμη της φιλοσοφίας, στην οποία έχει παραδοσιακά καθιερωθεί και η άλλη από την επιστήμη της πληροφορικής στην οποία αναδύεται τα τελευταία χρόνια στην κοινότητα μηχανικής γνώσης, ξεκινώντας από ένα πρώιμο- άτυπο ορισμό των (υπολογιστικών) οντολογιών ως "σαφείς προδιαγραφές των εννοιών" και ως ένα μέσο αναπαράστασης της γνώσης.

Σύμφωνα με τη φιλοσοφία ο όρος οντολογία σήμαινε μια συστηματική εξήγηση της ύπαρξης των όντων, μια μελέτη των ειδών των πραγμάτων που υπάρχουν και μια αναπαράσταση ενός λεξιλογίου, που συχνά ειδικεύεται σε κάποιο τομέα ή θέμα. Είναι δηλαδή μια ρητά τυποποιημένη προδιαγραφή για το πώς αναπαριστούμε αντικείμενα, έννοιες και τις οντότητες που θεωρούνται πως υπάρχουν σε μια περιοχή ενδιαφέροντος και οι σχέσεις που υπάρχουν μεταξύ αυτών (Αριστοτέλης).

Ο όρος Οντολογία εμφανίζεται από τα αρχαία χρόνια. Αρχικά, επινοήθηκε από τους φιλοσόφους, κυρίως της Πλατωνικής σχολής. Σαν κλάδος της μεταφυσικής, είχε ως προεξέχον αντικείμενο έρευνας το "τι πραγματικά υπάρχει". Συνεπώς, μελετούσε τα όντα, τις κατηγορίες που αυτά ανήκαν και τις σχέσεις μεταξύ τους. Παρόλα αυτά, όσον αφορά την επιστήμη υπολογιστών έχει δοθεί ένας σαφώς πιο συγκεκριμένος ορισμός. Εδώ, η οντολογία αποτελεί μία συστηματική διάταξη όλων των σημαντικών κατηγοριών των αντικειμένων που ανήκουν σε ένα πεδίο έρευνας όπου παράλληλα καταδεικνύονται και οι σχέσεις μεταξύ τους (ενν. των αντικειμένων).

Στη διεθνή βιβλιογραφία είναι δυνατό να εντοπιστούν πάρα πολλοί ορισμοί για το τι είναι η οντολογία. Ένας ορισμός της, που προσεγγίζει τη φιλοσοφική πλευρά του όρου, ορίζει την οντολογία ως την επιστήμη που μελετά την ύπαρξη, τη φύση και τις σχέσεις των όντων. Επιπρόσθετα, ένας από τους ορισμούς που χρησιμοποιείται ευρύτατα από τους περισσότερους ερευνητές, είναι αυτός που προτείνεται από τον Gruber (1993): «Μια οντολογία είναι ένας τυπικός ορισμός μιας εννοιολογικής αναπαράστασης (An ontology is an explicit specification of a conceptualization)».

Λίγο αργότερα (1997) ο Boorst τροποποιώντας ελαφρώς τον ορισμό του Gruber,



έγραψε ότι η οντολογία είναι τυπική και σαφής περιγραφή μιας κοινά αποδεκτής εννοιολογικής αναπαράστασης μέρος του κόσμου μας (an ontology is a formal, explicit specification of a shared conceptualization).

Ο όρος τυπική (formal) αναφέρεται στο ότι η οντολογία θα πρέπει να είναι μηχανικά αναγνώσιμη, να διαβάζεται από ένα υπολογιστικό σύστημα. Ο όρος σαφής ή κατηγορηματική (explicit) περιγραφή σημαίνει ότι το είδος των εννοιών που χρησιμοποιούνται και οι περιορισμοί που αφορούν την χρήση αυτών των εννοιών είναι προσδιορισμένα με σαφήνεια. Ο όρος κοινά αποδεκτή (shared) αναφέρεται στο ότι η οντολογία πρέπει να αποτυπώνει γνώση κοινής αποδοχής στα πλαίσια μιας κοινότητας.

Ο όρος εννοιολογική αναπαράσταση (conceptualization) αναφέρεται στα αντικείμενα, τις ιδέες και άλλες οντότητες που συνάγεται ότι υπάρχουν σε κάποια περιοχή ενδιαφέροντος και στις μεταξύ τους σχέσεις (Genesereth and Nilsson, 1987).

Ο Fensel (2001), επιχειρώντας να αναλύσει αυτόν το σύνθετο εννοιολογικά ορισμό, αναγνωρίζει τις τέσσερις βασικές έννοιες που εμπλέκονται: ένα αφηρημένο μοντέλο ενός φαινομένου που ορίζεται ως «εννοιολογική αναπαράσταση», μια ακριβής, μαθηματικά, περιγραφή που υποδηλώνει ο όρος «τυπικός», η ακρίβεια των εννοιών και των εμφανώς ορισμένων σχέσεών τους, που εκφράζονται με τον όρο «σαφής» και η ύπαρξη μιας συμφωνίας μεταξύ εκείνων που χρησιμοποιούν τις οντολογίες, που υποδηλώνεται με τον όρο «διαμοιρασμένη». Συμπερασματικά, λοιπόν, μπορούμε να σημειώσουμε τα εξής σημαντικά στοιχεία, αναφορικά με τις οντολογίες: Οι οντολογίες χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν ένα συγκεκριμένο τομέα. Οι όροι και οι σχέσεις τους ορίζονται εμφανώς στον τομέα αυτό. Υπάρχει κάποιος μηχανισμός και κάποια μεθοδολογία για την οργάνωση των όρων αυτών (π.χ. μία ιεραρχική δομή χρησιμοποιεί τις σχέσεις IS-A ή HAS-A). Πάντα προηγείται μία συμφωνία μεταξύ εκείνων που θα χρησιμοποιήσουν μία οντολογία, ούτως ώστε να παραμένει σταθερή η έννοια των όρων.

Σύμφωνα με έναν πιο πρόσφατο ορισμό της έννοιας οντολογίας, επίσης από τον Gruber (2008), στα πλαίσια της επιστήμης των υπολογιστών και της πληροφορικής, μια οντολογία καθορίζει ένα σύνολο από αρχέτυπα αναπαράστασης (representational primitives) τα οποία χρησιμοποιούνται για την δημιουργία μοντέλων κάποιου πεδίου γνώσης ή ενδιαφέροντος.

Έτσι, ενώ μέχρι σήμερα το δίκτυο ήταν ένας χώρος που περιέχει μεγάλη ποσότητα ανοργάνωτης, κατά κύριο λόγο, πληροφορίας, πλέον ο ιστός θα γίνει φορέας γνώσης.

## 2.3 Τι είναι ο Σημασιολογικός Ιστός;

Σήμερα, πολλή προσοχή δίνεται στη χρήση των οντολογιών για το “Σημασιολογικό Ιστό”. Ο Σημασιολογικός Ιστός αποτελεί την εξέλιξη του σημερινού παγκόσμιου ιστού από τον οποίο θα διαφέρει στο ότι σ’ αυτόν παρέχεται η σημασιολογία των πληροφοριών που έχει. Με τον τρόπο αυτό πληροφορία που παρέχεται μπορεί, και είναι κατανοητή και κατάλληλη να τη διαχειριστούν άνθρωποι και μηχανές.

Οι οντολογίες βοηθάνε στην εξάπλωση του σημασιολογικού ιστού. Θα μπορούσε να λεχθεί ότι είναι το μέσο για τη μετάβαση από το παγκόσμιο ιστό στη σημασιολογική του έκδοση. Οι οντολογίες δομούν τις πληροφορίες με τέτοιο τρόπο στο σημασιολογικό ιστό (δηλ. η πληροφορία επεξεργάζεται και φιλτράρεται κατάλληλα) ώστε η ανάκτησή τους να μην περιέχει θόρυβο (μη σχετικές πληροφορίες).

Μεγάλο ενδιαφέρον παρουσιάζει ο ερευνητικός τομέας των Οντολογιών και του Σημασιολογικού Ιστού σε συνδυασμό με τις Ψηφιακές Βιβλιοθήκες, και αποτελεί αντικείμενο πολλών εισηγήσεων εθνικά και διεθνή συνέδρια.

## 2.4 Είδη οντολογιών

Μια οντολογία μπορεί να λάβει διάφορες μορφές αλλά κατ’ ανάγκη θα περιλαμβάνει ένα λεξιλόγιο (vocabulary) εννοιών και κάποιο προσδιορισμό του νοήματός τους. Ο βαθμός τυπικότητας με τον οποίο ένα λεξιλόγιο έχει δημιουργηθεί και το νόημά του ποικίλει σημαντικά.

Σύμφωνα με τον Guarino (1998) οι οντολογίες ανάλογα με το βαθμό γενικότητάς τους διακρίνονται σε:

**Οντολογίες υψηλού επιπέδου (top-high level ontologies):** είναι οντολογίες που περιγράφουν γενικές έννοιες (π.χ. χώρος, χρόνος, θέματα, αντικείμενα, εκδηλώσεις) οι οποίες είναι ανεξάρτητες από συγκεκριμένο πεδίο ενδιαφέροντος.

**Οντολογίες πεδίου ενδιαφέροντος (domain ontologies):** περιγράφουν γενικές έννοιες ενός συγκεκριμένου πεδίου ενδιαφέροντος καθώς επίσης και ενέργειες που πρέπει να πραγματοποιηθούν για να επιτευχθεί κάποιος στόχος.

**Οντολογίες έργου (task ontologies):** περιγράφουν το λεξιλόγιο και τις έννοιες ενός γενικού έργου ή μιας δραστηριότητας.

**Οντολογίες εφαρμογής (application ontologies):** περιγράφουν έννοιες που αφορούν συγκεκριμένη εφαρμογή ενός συγκεκριμένου πεδίου ενδιαφέροντος.

Ακόμη οι Gomez-Perez και Benjamins (1999) κατηγοριοποίησαν τις οντολογίες ως εξής:

**Οντολογίες αναπαράστασης γνώσης (knowledge representation ontologies):** οντολογίες που παρέχουν οντότητες αναπαράστασης χωρίς να προσδιορίζουν τι

συγκεκριμένο αναπαριστούν. Συλλαμβάνουν τις βασικές έννοιες που χρησιμοποιούνται για να αναπαρασταθεί, η γνώση. Αυτές παρέχουν πρωταρχικά συστατικά μοντελοποίησης, μοντέλων αναπαράστασης γνώσης. Προσδίδουν τα συστατικά μοντελοποίησης που χρησιμοποιούνται σε frame-based αναπαραστάσεις, όπως κλάσεις (classes), υποκλάσεις (subclasses), τιμές (values), ιδιότητες (attributes ή slots) και αξιώματα (axioms) (vanHeijst,1997).

**Γενικές ή κοινές οντολογίες** (general or common ontologies): οντολογίες που στοχεύουν στην αποτύπωση γενικής γνώσης γύρω από τον κόσμο παρέχοντας βασικές έννοιες όπως ο χρόνος, ο χώρος, τα συμβάντα, κτλ. Περιλαμβάνουν λεξιλόγιο συναφή με πράγματα, γεγονότα, χρόνο, χώρο, αιτιότητα, συμπεριφορά, λειτουργία κτλ (Mizoguchi, 1995).

**Οντολογίες ανωτέρου επιπέδου** (top-level or Upper level or high-level ontologies): οντολογίες που παρέχουν γενικές έννοιες κάτω από τις οποίες συσχετίζονται όλοι οι όροι σε ήδη υπάρχουσες οντολογίες. Αυτές περιγράφουν πολύ γενικές έννοιες (concepts) και αντιλήψεις (notions) που μπορούν να σχετίζονται με τους όρους της ρίζας (root terms) όλων των οντολογιών. Οι οντολογίες αυτές μπορεί να σχετίζονται με τον χρόνο (time), τον χώρο (space), συμβάντα (events), όρια (boundaries), εμπλεκόμενους (agents), ρόλους (roles) κ.α. Ένα πρόβλημα που παραμένει άλυτο είναι ότι πολλές από τις high-level οντολογίες διαφέρουν στον τρόπο που ταξινομούν τα concepts τους. Αυτό επιφέρει δυσκολίες στην ενσωμάτωση (integrate) και στην ανταλλαγή (exchange) των οντολογιών.

**Οντολογίες μετα-δεδομένων** (meta-data ontologies): ονομάζονται επίσης και γενικές οντολογίες (generic ontologies or core ontologies). Αυτές οι οντολογίες παρέχουν λεξιλόγιο για την περιγραφή του περιεχομένου της πληροφορίας που είναι ηλεκτρονικά διαθέσιμη (vanHeijst,1997).

**Οντολογίες πεδίου ορισμού** (domain ontologies): οντολογίες οι οποίες αναπαριστούν γνώση γύρω από ένα συγκεκριμένο πεδίο, για παράδειγμα την ιατρική. Παρέχουν λεξιλόγια σχετικά με τις έννοιες ενός τομέα και τις σχέσεις σχετικά με τις δραστηριότητες που λαμβάνουν χώρα στον τομέα και σχετικές με θεωρίες και στοιχειώδη αρχές οι οποίες διέπουν τον τομέα. Αυτές περιέχουν οντολογίες που μπορούν να επαναχρησιμοποιηθούν σε κάποιο συγκεκριμένο πεδίο (π.χ. ιατρική, εφαρμοσμένη μηχανική, κ.α.) και παρέχουν ένα λεξικό για έννοιες σχετικές με το πεδίο και τις σχέσεις μεταξύ τους (relationships) (vanHeijst and Mizoguchi, 1995).

**Οντολογίες μεθοδολογίας ή εργασιών** (method or task ontologies): οντολογίες που παρέχουν όρους που αναφέρονται σε συγκεκριμένες εργασίες, για παράδειγμα τη διάγνωση. Παρέχουν ένα συστηματικό λεξιλόγιο των εννοιών, χρησιμοποιώντας αυτό για να λύσουν προβλήματα που σχετίζονται με τα καθήκοντα που μπορεί ή όχι να προέρχονται από τον ίδιο τομέα. Αυτές οι οντολογίες παρέχουν ένα σύνολο όρων μέσω των οποίων περιγράφουν γενικά πώς να λύσουν ένα είδος προβλημάτων (Mizoguchi, 1995).

**Οντολογίες εργασιών πεδίου** (domain task ontologies): διαφοροποιούνται από την προηγούμενη κατηγορία στο ότι αυτές είναι επαναχρησιμοποιήσιμες σε ένα δοθέντα πεδίο και όχι μεταξύ διαφορετικών πεδίων.

**Οντολογίες εφαρμογής** (application ontologies): οντολογίες που περιέχουν την απαραίτητη γνώση για τη μοντελοποίηση ενός συγκεκριμένου τομέα. Αυτές εξαρτώνται από την εφαρμογή. Συνήθως επεκτείνουν και εξειδικεύουν το λεξιλόγιο

μιας οντολογίας πεδίου ορισμού ή εργασίας (domain ontology or task ontology) για κάποια συγκεκριμένη εφαρμογή (vanHeijst,1997).

## 2.5 Χρήσεις οντολογιών

Εξαιτίας της δυναμικότητας των οντολογιών, οι χρήσεις τους μπορούν να υποδιαιρεθούν στις παρακάτω κατηγορίες:

**Επικοινωνία (communication):** Οι οντολογίες επιτρέπουν την κοινή αντίληψη και διευκολύνουν την επικοινωνία μεταξύ ανθρώπων με διαφορετικές ανάγκες και απόψεις, που προέρχονται από διαφορετικά υπόβαθρα.

**Διαλειτουργικότητα (interoperability):** Οι οντολογίες καθιστούν δυνατή τη διαλειτουργικότητα μεταξύ συστημάτων. Για παράδειγμα, οι οντολογίες μπορούν να χρησιμοποιηθούν ως κοινή γλώσσα αναφοράς, που βοηθάει στη μετάφραση μεταξύ όλων των διαφορετικών λεξιλογίων που τυχόν χρησιμοποιούνται από τα διαφορετικά μέρη ενός συστήματος, δεδομένου πως η υιοθέτηση ενός μόνο λεξιλογίου είναι πολύ δύσκολη.

**Μηχανική συστημάτων (engineering systems):** Η χρήση των οντολογιών μπορεί να αποφέρει οφέλη σε επίπεδο, προδιαγραφών, αξιοπιστίας και επαναχρησιμοποίησης πόρων.

**1. Καθορισμός προδιαγραφών-απαιτήσεων:** Η κοινή κατανόηση ενός προβλήματος μπορεί να βοηθήσει στον καθορισμό απαιτήσεων και προδιαγραφών ενός συστήματος λογισμικού και την κατανόηση των σχέσεων μεταξύ των συνιστωσών του συστήματος, ιδιαίτερα όταν σε αυτήν την διαδικασία εμπλέκονται ομάδες που χρησιμοποιούν διαφορετική οντολογία ή προέρχονται από διαφορετικό υπόβαθρο.

**2. Αξιοπιστία:** Μια τυπική αναπαράσταση βοηθά στον έλεγχο της συνέπειας αυξάνοντας την αξιοπιστία του λογισμικού.

**3. Επαναχρησιμοποίηση:** Η κοινή συμφωνία αποτελεί τη βάση για την τυπική κωδικοποίηση των σημαντικών οντοτήτων, ιδιοτήτων, διεργασιών και του συστήματος και τις σχέσεις τους στο πεδίο ενδιαφέροντος. Η τυπική αυτή κωδικοποίηση μπορεί να αποτελέσει επαναχρησιμοποιήσιμο συστατικό σε ένα σύστημα λογισμικού.

**Στο Σημασιολογικό Ιστό και στον Ιστό γενικότερα (Semantic Web):** Είναι ανάγκη να αναπτυχθεί ένας μηχανισμός, ο οποίος θα επιτρέπει στις μηχανές να συλλέγουν περιεχόμενο από διαφορετικές πηγές, να επεξεργάζονται την πληροφορία και να ανταλλάσσουν τα αποτελέσματα με άλλα προγράμματα ηλεκτρονικών υπολογιστών (πράκτορες) και χρήστες. Προς αυτήν την κατεύθυνση κινείται το όραμα της ανάπτυξης του Σημασιολογικού Ιστού (SemanticWeb), ενώ σημαντική είναι η συνεισφορά των οντολογιών στην κατεύθυνση αυτή. Οι οντολογίες διευκολύνουν το

διαμοιρασμό και την επαναχρησιμοποίηση της γνώσης, ώστε να υπάρχει δυνατότητα επικοινωνίας μεταξύ ετερογενών και διανεμημένων συστημάτων εφαρμογών (Γαϊτάνου και Γεγρατσούλης, 2006). Όσον αφορά την αναζήτηση στον Παγκόσμιο Ιστό οι οντολογίες είναι χρήσιμες για τη βελτίωση της ακρίβειας των αναζητήσεων (η αναζήτηση βασίζεται σε έννοιες οντολογιών και όχι σε κείμενο).

**Συστήματα διαχείρισης γνώσης (Knowledge management):** Χρησιμοποιούνται με σκοπό να μοντελοποιήσουν τη γνώση και ως εργαλείο διερμηνείας των μεταδεδομένων που χρησιμοποιούνται από διάφορες εφαρμογές και υπηρεσίες πληροφόρησης.

**Ηλεκτρονικό εμπόριο (e-Business):** Χρησιμοποιούνται από πράκτορες λογισμικού για την ανάκτηση γνώσης και πληροφορίας. Συγκεκριμένα στο ηλεκτρονικό εμπόριο οι οντολογίες εκτελούν λειτουργίες όπως η σύγκριση τιμών του ίδιου προϊόντος σε διαφορετικά ηλεκτρονικά καταστήματα.

**Ψηφιακές Βιβλιοθήκες (Digital Libraries):** Χρησιμοποιούνται κυρίως για καλύτερη ταξινόμηση του υλικού τους.

**Ανάκτηση Πληροφοριών (Information Retrieval):** Χρησιμοποιούνται για να οδηγήσουν την αναζήτηση, έτσι ώστε το σύστημα να επιστρέψει περισσότερο σχετικά αποτελέσματα.

Οι οντολογίες επιπλέον χρησιμοποιούνται ευρέως και σε πολλά άλλα επιστημονικά πεδία όπως για παράδειγμα τα παρακάτω (από το Sure, 2003):

- Επεξεργασία φυσικής γλώσσας και μηχανική μετάφραση
- Μηχανική γνώσης
- Αρχές μηχανικής, Φαρμακευτική (SNOMED, UMLS), Βιολογία, Νομική
- Ενοποίηση πληροφορίας
- Web κατάλογοι
- Έξυπνες μηχανές αναζήτησης
- Βελτιωμένες διεπαφές χρήστη
- Πράκτορες λογισμικού
- Μοντελοποίηση επιχειρησιακών διαδικασιών
- Εκπαίδευση

## 2.6 Βασικές αρχές σχεδίασης οντολογιών

Ο σχεδιασμός και η ανάπτυξη μιας οντολογίας πρέπει να διέπεται από κάποια κριτήρια σχεδίασης και ένα σύνολο αρχών. Αυτές οι βασικές αρχές παρουσιάζονται παρακάτω:

- 1) **Σαφήνεια (clarity):** μια οντολογία πρέπει να εκφράζει αποτελεσματικά το επιδιωκόμενο νόημα των όρων που ορίζει. Το θεματικό πεδίο που περιγράφει μια οντολογία πρέπει να αποδίδεται με σαφήνεια και οι ορισμοί πρέπει να είναι αντικειμενικοί. Ενώ το κίνητρο για τον καθορισμό μιας έννοιας μπορεί να προκύψει από τις κοινωνικές καταστάσεις ή τις υπολογιστικές απαιτήσεις, ο ορισμός πρέπει να είναι ανεξάρτητος από το κοινωνικό ή υπολογιστικό πλαίσιο.
- 2) **Συνοχή ή Συνέπεια (coherence):** μια οντολογία θα πρέπει να είναι εσωτερικά συνεπής, που σημαίνει ότι τα αξιώματα και οι έννοιες χρειάζεται να έχουν λογική συνέχεια και συνέπεια. Πρέπει να επιτρέπει συμπερασμούς που να είναι συνεπής με τους ορισμούς. Αν συμπεραθεί μια πρόταση που αντικρούει κάποιον ορισμό ή κάποιο παράδειγμα που έχει δοθεί άτυπα, τότε η οντολογία είναι ασυνεπής.
- 3) **Επεκτασιμότητα (extendibility):** μια οντολογία πρέπει να σχεδιάζεται με τέτοιο τρόπο, ώστε να της δίνεται η δυνατότητα να επεκτείνεται και να εξειδικεύεται και ως προς τα στιγμιότυπα αλλά και ως προς τις έννοιες και τις σχέσεις που εμπεριέχονται σε αυτή. Πρέπει κάποιος να μπορεί να είναι σε θέση να ορίσει νέους όρους για ειδικές χρήσεις, βασιζόμενος στο υπάρχον λεξικό, με έναν τρόπο που να μη χρειάζεται η αναθεώρηση των υπάρχοντων ορισμών. Η επεκτασιμότητα είναι απαραίτητη καθώς οι ανάγκες χρήσης της οντολογίας είναι δύσκολο να καθοριστούν από την αρχή επακριβώς.

Τα επόμενα δύο κριτήρια βοηθούν στην επίτευξη επεκτασιμότητας:

- 4) **Ελάχιστη οντολογική δέσμευση (minimal ontological commitment):** μια οντολογία πρέπει να απαιτεί την ελάχιστη οντολογική δέσμευση η οποία θα είναι ικανή να υποστηρίξει τις προβλεπόμενες-επιθυμητές λειτουργίες διαμοιρασμού της γνώσης. Θα πρέπει να έχει κάποιες αξιώσεις σχετικά με το χώρο ο οποίος μοντελοποιείται και όσο δυνατόν λιγότερες αιτήσεις για τον κόσμο που διαμορφώνει, επιτρέποντας στα δεσμευμένα μέρη οντολογική ελευθερία για να εξειδικευθούν και να συγκεκριμενοποιήσουν την οντολογία όπως απαιτείται. Τα αξιώματα που εμπεριέχονται σε μια οντολογία πρέπει να είναι γενικευμένα. Πρέπει να αποφεύγεται η σαφής αναφορά στο πεδίο ενδιαφέροντος που μοντελοποιείται, έτσι ώστε να υπάρχει ελευθερία για εξειδίκευση και εφαρμογή σε συγκεκριμένες περιοχές καθώς και για επαναχρησιμοποίηση της οντολογίας σε άλλα πεδία ενδιαφέροντος.
- 5) **Ελάχιστη προκατάληψη κωδικοποίησης (minimal encoding bias):** η εννοιολόγηση πρέπει να καθορίζει το επίπεδο γνώσης χωρίς να εξαρτάται από ένα συγκεκριμένο επίπεδο συμβολισμού που κωδικοποιεί. Για το λόγο αυτό, η

κωδικοποίηση της οντολογίας θα πρέπει να γίνεται με τον απλούστερο δυνατό τρόπο, απαιτώντας όσο το δυνατόν μικρότερους και απλούστερους κώδικες για την αναπαράστασή της, οι οποίοι να μην επηρεάζουν την πληροφορία. Πιο συγκεκριμένα σημαίνει ότι το μοντέλο που πάμε να δημιουργήσουμε, με το οποίο μοντελοποιούμε ένα φαινόμενο, πρέπει να εξαρτάται μόνο από το επίπεδο της γνώσης και όχι από το επίπεδο συμβόλων κάποιας κωδικοποίησης. Αυτό γίνεται για χάρη του διαμοιρασμού της γνώσης, αφού οι διάφοροι εμπλεκόμενοι στο διαμοιρασμό της γνώσης μπορεί να είναι υλοποιημένοι με διαφορετικούς τρόπους.

- 6) **Τυποποίηση των ονομάτων (standardization of names):** προτείνει τη χρήση κάποιων συμβάσεων για όρους που σχετίζονται μεταξύ τους, για την ευκολότερη κατανόηση της οντολογίας.

## 2.7 Μεθοδολογίες ανάπτυξης οντολογιών

**Μεθοδολογία** είναι ένα σύνολο από ενοποιημένες τεχνικές ή μεθόδους που απαρτίζουν μία γενική θεωρία συστημάτων για το πώς (δηλ. με ποια προσέγγιση) ένα σύνολο εργασιών βασισμένο στην σκέψη, οφείλει να εκτελεστεί (IEEE, 1995).

Υπάρχουν διάφορες μεθοδολογίες ανάπτυξης οντολογιών. Σύμφωνα με τους Noy & McGuinness (2001), η μεθοδολογία που ακολουθείται συνήθως για την ανάπτυξη μιας οντολογίας, αποτελείται από τα παρακάτω βήματα:

- Βήμα 1ο – Καθορισμός του τομέα και του πεδίου της οντολογίας
- Βήμα 2ο – Επαναχρησιμοποίηση υπαρχουσών οντολογιών
- Βήμα 3ο – Απαρίθμηση των σημαντικών όρων της οντολογίας
- Βήμα 4ο – Ορισμός και ιεράρχηση κλάσεων
- Βήμα 5ο – Ορισμός των κλάσεων και ιδιοτήτων (slots)
- Βήμα 6ο – Ορισμός των απόψεων (facets) των ιδιοτήτων
- Βήμα 7ο – Δημιουργία οντοτήτων

Ωστόσο μέχρι σήμερα, πολλές ερευνητικές ομάδες έχουν προτείνει διάφορες μεθοδολογίες και περιβάλλοντα ανάπτυξης οντολογιών. Παρατηρώντας διάφορες μεθοδολογίες συμπεραίνουμε ότι, παρόλο που έχουν κοινά σημεία, δεν υπάρχει κάποια που να ταιριάζει και να ανταποκρίνεται σε όλες τις περιπτώσεις. Επειδή κάθε περίπτωση είναι διαφορετική, η επιλογή της κατάλληλης μεθοδολογίας εξαρτάται από διάφορους παράγοντες (π.χ. ο αριθμός των εμπλεκόμενων στην ανάπτυξη της οντολογίας, το είδος της οντολογίας, το πεδίο ενδιαφέροντος, η τελική εφαρμογή που θα χρησιμοποιήσει την οντολογία, η εμπειρία, το επίπεδο της γνώσης των εμπλεκόμενων, η διαθεσιμότητα των απαραίτητων πόρων).

Παρακάτω παρουσιάζονται οι σημαντικότερες μεθοδολογίες ανάπτυξης οντολογιών.

### **1. Μεθοδολογίες που σχεδιάζουν μια οντολογία «εκ του μηδενός» (from scratch)**

- Cyc Method (Corcho, Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- Uschold and King's method (Corcho, Fernandez-Lopez and GomezPerez, 2002)
- Gruninger and Fox method (Corcho, Fernandez-Lopez and GomezPerez, 2002)
- KACTUS method (Corcho, Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- METHODOLOGY method (Corcho, Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- SENSUS method (Corcho, Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- On-To-Knowledge method (Corcho, Fernandez-Lopez and GomezPerez, 2002)

### **2. Μεθοδολογίες που σχεδιάζουν μια οντολογία χρησιμοποιώντας υπάρχουσες οντολογίες (reengineering ontologies)**

Μεθοδολογία «Επαναχρησιμοποίησης Οντολογιών» του Ontology Group του UPM (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)

### **3. Μεθοδολογίες Συνεργατικής Ανάπτυξης Οντολογιών (cooperative ontologies)**

Co4: For Collaborative construction of consensual knowledge bases (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)

### **4. Μεθοδολογίες Συγχώνευσης Οντολογιών (merging ontologies)**

- PROMPT (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- ONIONS (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- FCA (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- IFOM (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)
- MOMIS (Fernandez-Lopez and Gomez-Perez, 2002)



## 2.8 Σύγκριση μεθοδολογιών ανάπτυξης οντολογιών

Εξετάζουμε τις παραπάνω μεθοδολογίες ως προς τις λεπτομέρειες τους, τη σύσταση για διαμόρφωση τους, τη στρατηγική για την ανάπτυξη τους, τη στρατηγική για την αναγνώριση εννοιών και τον κύκλο ζωής τους.

<b>Μεθοδολογία</b>	<b>Λεπτομέρειες μεθοδολογίας</b>	<b>Σύσταση για διαμόρφωση</b>	<b>Στρατηγική για την ανάπτυξη εφαρμογών</b>	<b>Στρατηγική για την αναγνώριση εννοιών</b>	<b>Κύκλος ζωής</b>
<b>Uschold and King's</b>	Πολύ λίγες	Καμία	Ανεξάρτητη της εφαρμογής	Middle-out	Κανένας
<b>Gruninger and Fox</b>	Λίγες	Logic	Ημιανεξάρτητη της εφαρμογής	Middle-out	Κανένας
<b>Methontology</b>	Πολλές	Καμία	Ανεξάρτητη της εφαρμογής	Middle-out	Ναι
<b>On-To Knowledge</b>	Πολύ λίγες	Καμία	Ανεξάρτητη της εφαρμογής	Top-down	Ναι

Πίνακας 1: Σύγκριση μεθοδολογιών ανάπτυξης οντολογιών

## 2.9 Protégé

Το Protégé είναι ένα ολοκληρωμένο εργαλείο λογισμικού το οποίο χρησιμοποιείται από επιστήμονες της πληροφορικής σε συνεργασία με ειδικούς επιστήμονες συγκεκριμένων τομέων γνώσης (domain experts) για να αναπτύξουν συστήματα πληροφόρησης βασισμένα στην οργάνωση της γνώσης (knowledge – based systems). Οι εφαρμογές που αναπτύσσονται με το Protégé χρησιμοποιούνται για την επίλυση προβλημάτων που δημιουργούν οι διαφορετικές αποδόσεις των εννοιών και βοηθά στη λήψη αποφάσεων παροχής πληροφοριών σε συγκεκριμένους τομείς.

Το Protégé είναι ευρέως η πιο διαθέσιμη, δωρεάν πλατφόρμα τεχνολογίας για τη δημιουργία και τη διαχείριση ορολογίας, οντολογιών και γνωστικών βάσεων σε ευρείας κλίμακας ακτίνας τομέων εφαρμογής. Το Protégé είναι δημιουργημένο στην Java (γλώσσα προγραμματισμού) και «τρέχει» πάνω σε πλατφόρμες υπολογιστικών συστημάτων όπως είναι τα Windows, MacOs, Linux, και τα Unix. Η κοινότητα των χρηστών του Protégé υπερβαίνει τα 25.000 άτομα και μέχρι σήμερα έχουν πραγματοποιηθεί επτά Διεθνή συνέδρια με πάνω από 220 συμμετοχές λογισμικών και συμμετεχόντων. Η μεγάλη και η ενεργή κοινότητα των χρηστών του Protégé συμβάλλει ανελλιπώς στον εμπλουτισμό των εφαρμογών του Protégé και συμμετέχει σε online ομάδες συζητήσεων αφιερωμένες σε μοντέλα ερωτήσεων, σε θέματα τεχνικής υποστήριξης και αιτήματα για την απόκτηση νέων χαρακτηριστικών.

Το Protégé έχει χρησιμοποιηθεί ως αρχικό περιβάλλον ανάπτυξης για πολλές οντολογίες που έχουν σχέση με την επιστήμη της βιολογίας. Το Protégé έχει γίνει ευρέως το πιο χρησιμοποιημένο εργαλείο στον κόσμο για τη χρήση της Ontology Web Language (OWL); δεδομένου ότι όλο και περισσότεροι σχεδιαστές των βιοϊατρικών οντολογιών υιοθετούν αυτήν την W3C σύσταση.

Η βασική υποδομή του Protégé παρέχει τα ακόλουθα κύρια χαρακτηριστικά που την καθιστά ιδιαίτερα κατάλληλη στις ανάγκες για χρησιμοποίηση των βιοϊατρικών οντολογιών σε ποικίλες εφαρμογές:

- Ένα πρότυπο-μοντέλο γνώσης.
- Μία εξατομικευμένη διεπαφή με τον χρήστη.
- Ικανότητα να εισαγάγει οντολογίες με διαφορετικά σχήματα.
- Υποστήριξη για την εισαγωγή δεδομένων.
- Εργαλεία δημιουργίας και διαχείρισης οντολογίας.
- Μια αρχιτεκτονική που επιτρέπει την ολοκλήρωση με άλλες εφαρμογές.
- Μια Java Εφαρμογή Προγραμματισμού Διεπαφής (API).

Το Protégé μπορεί να λειτουργήσει ως αυτόνομη εφαρμογή ή μέσω του Protégé-πελάτη με έναν απομακρυσμένο κεντρικό υπολογιστή. Έχει αναπτυχθεί επίσης ένας Protégé Web browser, όποιος επιτρέπει στους χρήστες να μοιραστούν, να κοιτάζουν βιαστικά, και να εκδώσουν τις οντολογίες τους χρησιμοποιώντας έναν τυποποιημένο Web browser. Επιπλέον, οι χρήστες μπορούν να δημιουργήσουν και να τοποθετήσουν σχόλια για συγκεκριμένα τμήματα της οντολογίας. Κατά συνέπεια, ο browser επίσης

παρέχει για αρχή ένα Web-based περιβάλλον συνεργασίας που μπορεί να βοηθήσει τις κοινότητες στην ανάπτυξη των βιοϊατρικών οντολογιών.

Το εργαλείο Protégé-2000 έχει πρόσβαση σε όλα αυτά τα μέρη μέσω μιας πλατφόρμας GUI (graphical user interface) της οποίας το τελικό στάδιο αποτελείται από τις επικαλυπτόμενες ετικέτες για τη συμβατή παρουσίαση των ενοτήτων και το κατάλληλο ταίριασμα – συσχέτιση μεταξύ τους. Αυτό το τελευταίο στάδιο επιτρέπει την ολοκλήρωση:

1. Της διαμόρφωσης μιας οντολογίας και των κατηγοριών της που περιγράφουν ένα συγκεκριμένο θέμα,
2. Της δημιουργίας του εργαλείου για την απόκτηση γνώσης και στη συνέχεια τη συγκέντρωσή της,
3. Της εισαγωγής από συγκεκριμένα αξιώματα (instances) πληροφοριών και η δημιουργία μιας βάσης δεδομένων, και
4. Της εκτέλεσης των εφαρμογών.

Η οντολογία καθορίζει το σύνολο των εννοιών και των αντίστοιχων σχέσεών τους. Το εργαλείο απόκτησης γνώσεων σχεδιάστηκε έτσι ώστε να είναι ειδικευμένο σε έναν τομέα, επιτρέποντας στους ειδικούς ερευνητές εύκολα και φυσικά να εισάγουν τη γνώση του συγκεκριμένου τομέα (επιστημονικού πεδίου).

Η προκύπτουσα βάση γνώσεων μπορεί έπειτα να χρησιμοποιηθεί ως μέθοδος επίλυσης προβλήματος για να απαντήσει σε ερωτήσεις και να λύσει προβλήματα στον αντίστοιχο τομέα γνώσης (επιστημονικό πεδίο). Τέλος, στο τελικό προϊόν που δημιουργήθηκε χρησιμοποιήθηκε η βάση των πληροφοριών από την επίλυση των προβλημάτων που αντιμετώπισαν οι τελικοί χρήστες, χρησιμοποιώντας κατάλληλα τις μεθόδους επίλυσης των προβλημάτων, το ειδικό πρόγραμμα γνώσεων και τις μεθόδους υποστήριξης απόφασης.

Η βασικότερη αξίωση του protégé-2000 είναι ότι τα βασισμένα στη γνώση πληροφοριακά συστήματα είναι συνήθως πολύ ακριβά στη δημιουργία και συντήρησή τους. Η ανάπτυξη των βασισμένων στη γνώση συστημάτων, όπως είναι το Protégé, είναι μια προσπάθεια ομάδων, που περιλαμβάνει και τους ερευνητές και τους «εμπειρογνώμονες» επιστημονικών τομέων που μπορούν να έχουν μικρή οικειότητα με το λογισμικό των υπολογιστών. Το Protégé-2000 σχεδιάστηκε για να δώσει τη δυνατότητα στους ερευνητές να επαναχρησιμοποιήσουν τις οντολογίες περιοχών και τις μεθόδους επίλυσης προβλήματος. Με αυτόν τον τρόπο ελαχιστοποιείται ο χρόνος που απαιτείται για την ανάπτυξη και συντήρηση του προγράμματος. Διάφορες εφαρμογές μπορούν να χρησιμοποιήσουν την ίδια οντολογία περιοχών (domain ontologies) για να λύσουν διαφορετικά προβλήματα, και η ίδια μέθοδος επίλυσης προβλήματος μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διαφορετικές οντολογίες.

Το Protégé-2000 υποστηρίζει την ιδέα ότι η «χειροποίητη κατασκευή» - προγραμματισμό μιας Βάσης Δεδομένων – Γνώσεων πρέπει να διαιρείται σε (1) πάνω από όλα την κατασκευή της οντολογίας από έναν μηχανικό, ο οποίος είναι γνώστης του αντικειμένου και θα κατασκευάσει τη Βάση Δεδομένων και στη συνέχεια (2) έναν

ειδικό του τομέα που επεξεργαζόμαστε, ο οποίος θα είναι σε θέση να συμπληρώσει με πληροφορίες την οντολογία. Εντούτοις με τις μετα-κατηγορίες (meta – classes), μπορούν να επεκταθούν τα είδη των αντικειμένων που ο ειδικός του συγκεκριμένου τομέα μπορεί να δημιουργήσει και να συμπληρωθεί η οντολογία. Το Protégé στη σημερινή του μορφή είναι πιο «αδιάφορο» σχετικά με τα είδη των αντικειμένων που θα δημιουργηθούν (κατηγορίες ή αξιώματα). Και αυτό γιατί στο Protégé/Win διαθέτει ξεχωριστά εργαλεία και μηχανισμούς για την εισαγωγή αξιωμάτων από τις κατηγορίες.

Πιο συγκεκριμένα το Protégé-2000 είναι επεκτάσιμο, ευέλικτο και μπορεί να ταιριάζει σε ένα περιβάλλον για μεγάλες Βάσεις Δεδομένων – Γνώσεων. Και αυτό γιατί:

- Διαθέτει επεκτάσιμη διεπαφή για τους χρήστες, το οποίο μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις που απαιτούνται συγκεκριμένες αλληλεπιδράσεις μεταξύ των διεπαφών και τους χρήστες.
- Είναι το μοναδικό εργαλείο με ένα πιο επεκτάσιμο μοντέλο γνώσης που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις που οι χρήστες του αντίστοιχου τομέα πρέπει να δημιουργήσουν αξιώματα όπως επίσης και κατηγορίες ταυτόχρονα.
- Έχει την ικανότητα να διαβάζει και να γράφει σε πληροφοριακά συστήματα, μπορεί να χρησιμοποιηθεί εκεί όπου οι βάσεις γνώσεων – δεδομένων υπερβαίνουν το μέγεθος μιας κανονικής μηχανής μνήμης.
- Διαθέτει ένα πρότυπο μοντέλο γνώσης, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε περιπτώσεις που απαιτείται το διάβασμα από κληρονομικές βάσεις δεδομένων ή να γράφουμε σε άλλες μορφές αρχείων, όπως είναι το RDF.

Τα τελευταία χρόνια έχουν πραγματοποιηθεί σημαντικά βήματα προόδου στον τομέα της οντολογικής έρευνας, τόσο σε θεωρητικό όσο και σε καθαρά πρακτικό επίπεδο. Στο τελευταίο, η πλειοψηφία των επιτευγμάτων που έχουν σημειωθεί μέχρι σήμερα αφορά ανάπτυξη εφαρμογών για κατασκευή και αναπαράσταση οντολογιών. Αυτές οι εφαρμογές (ontology editors & ontology browsers) έχουν αρχίσει και αναπτύσσονται με ταχύτατους ρυθμούς, άλλες βασιζόμενες σε ήδη υπάρχουσες γλώσσες και άλλες σε γλώσσες που κατασκευάζονται ειδικά για την εκάστοτε εφαρμογή. Μία από τις πιο διαδεδομένες εφαρμογές αυτής της κατηγορίας είναι το Protégé το οποίο χρησιμοποιεί τη γλώσσα OWL.

Το Protégé αποτελεί μια πλατφόρμα «ανοιχτού κώδικα» (open source) βασισμένη σε JAVA που παρέχει ένα σύνολο από εργαλεία για την μοντελοποίηση πεδίων γνώσης και την ανάπτυξη και επεξεργασία οντολογιών.

Πρωτοεμφανίστηκε το 1988 και στην αρχή αποτελούσε απλώς ένα μέσο για τη δημιουργία εργαλείων ανάκτησης γνώσης για έμπειρα συστήματα. Σήμερα, χάρη στις προσπάθειες του τμήματος ιατρικής πληροφορικής του Πανεπιστημίου του Stanford (Stanford Medical Informatics – SMI) το Protégé έχει εξελιχθεί σε ένα σύγχρονο εργαλείο μοντελοποίησης γνώσης, το οποίο εξελίσσεται με ταχύτατους ρυθμούς. Το βασικό τμήμα του Protégé παρέχει ένα πλούσιο σύνολο από δομές μοντελοποίησης γνώσης και λειτουργίες που υποστηρίζουν τη δημιουργία, απεικόνιση και επεξεργασία οντολογιών σε μια πληθώρα τύπων αναπαράστασης. Επιπλέον, το Protégé μπορεί να

επεκταθεί κάνοντας χρήση της αρχιτεκτονικής των plugins και μιας προγραμματιστικής διεπαφής (Application Programming Interface – API) βασισμένη σε JAVA, την οποία υποστηρίζει για την ανάπτυξη εργαλείων και εφαρμογών επεξεργασίας οντολογιών. Μια οντολογία περιγράφει το σύνολο των ρητών προσδιοριστικών εννοιών και συσχετίσεων που είναι σημαντικές σε ένα συγκεκριμένο πεδίο γνώσης, παρέχοντας ένα λεξικό για το πεδίο αυτό. Επίσης, προσδιορίζει τη σημασία των όρων που χρησιμοποιούνται στο συγκεκριμένο πεδίο και βρίσκονται στο λεξικό. Τα τελευταία χρόνια, οι οντολογίες συναντώνται σε αρκετές επιστημονικές και επαγγελματικές κοινότητες ως μέσο διαμερισμού, επαναχρησιμοποίησης και επεξεργασίας γνώσης σε συγκεκριμένα πεδία. Η πλατφόρμα του Protégé υποστηρίζει δυο βασικούς τρόπους μοντελοποίησης οντολογιών:

- 1) Η εφαρμογή «Protégé – Frames Editor» που δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να κατασκευάσουν και να δημοσιοποιήσουν οντολογίες που ακολουθούν το πλαίσιο του πρωτοκόλλου Open Knowledge Base Connectivity (OKBC).
- 2) Η εφαρμογή «Protégé – OWL Editor» που δίνει τη δυνατότητα στους χρήστες να κατασκευάσουν οντολογίες για τον Σημασιολογικό Ιστό και συγκεκριμένα για τη γλώσσα OWL.

Η δημιουργία οντολογιών αποτελεί μια δύσκολη διαδικασία χωρίς συγκεκριμένα βήματα η οποία πολλές φορές γίνεται διαισθητικά και με βάση τις γνώσεις και τις εμπειρίες του κατασκευαστή της. Το δυσκολότερο κομμάτι κατά τη δημιουργία μιας οντολογίας είναι αυτό της σύλληψης της γνώσης στο αρχικό στάδιο.

## 2.10 Η Αρχιτεκτονική του Protégé

Όπως στα περισσότερα εργαλεία μοντελοποίησης, η αρχιτεκτονική του Protégé είναι καθαρά χωρισμένη στο τμήμα του «μοντέλου» και στο τμήμα της «απεικόνισης». Το «μοντέλο» είναι ο μηχανισμός εσωτερικής αναπαράστασης για οντολογίες και βάση γνώσης. Τα εργαλεία της «απεικόνισης» παρέχουν ένα περιβάλλον για απεικόνιση και επεξεργασία του μοντέλου της γνώσης. Το «μοντέλο» του Protégé βασίζεται σε ένα απλό, αλλά ευέλικτο μετα-μοντέλο, το οποίο συγκρίνεται με αυτό των αντικειμενοστραφών και βασισμένων σε πλαίσιο (frame based) συστημάτων. Γενικά, μπορεί να αναπαριστά οντολογίες που αποτελούνται από κλάσεις, ιδιότητες, χαρακτηριστικά των ιδιοτήτων και στιγμιότυπα. Το Protégé παρέχει μια ανοικτή προγραμματιστική διεπαφή βασισμένη σε JAVA για να εκτελεί ερωτήματα και να διαχειρίζεται τα μοντέλα. Σημαντικό είναι επίσης το γεγονός ότι το μεταμοντέλο του Protégé αποτελεί το ίδιο μια οντολογία, με κλάσεις που αναπαριστούν κλάσεις, ιδιότητες κλπ., κάτι που του δίνει τη δυνατότητα εύκολα να μπορεί να επεκταθεί και να προσαρμοστεί σε άλλες αναπαραστάσεις. Χρησιμοποιώντας τα εργαλεία της «απεικόνισης» του Protégé, οι σχεδιαστές οντολογιών δημιουργούν κλάσεις, αναθέτουν ιδιότητες στις κλάσεις και περιορίζουν τα χαρακτηριστικά των ιδιοτήτων ορισμένων κλάσεων. «Φορτώνοντας» μια οντολογία, το Protégé είναι σε θέση να

παράγει επιφάνειες αλληλεπίδρασης με το χρήστη, μέσω των οποίων θα μπορούν οι χρήστες να δημιουργούν νέα στιγμιότυπα. Για κάθε κλάση της οντολογίας και για κάθε ιδιότητα της κλάσης δημιουργείται μια φόρμα με επεξεργάσιμα συστατικά (components – widgets). Οι φόρμες που δημιουργούνται μπορούν επιπλέον να διαμορφωθούν με το εργαλείο «Protégé Forms Editor», όπου οι χρήστες μπορούν να επιλέξουν εναλλακτικά widgets. Εκτός των widgets που παρέχει η βιβλιοθήκη του Protégé, το Protégé διαθέτει μια ευέλικτη αρχιτεκτονική που επιτρέπει στους προγραμματιστές να αναπτύσσουν τα δικά τους widgets, τα οποία στην συνέχεια μπορούν να συνδεθούν με τον πυρήνα του συστήματος της εφαρμογής. Ανάλογα μπορούν να αναπτυχθούν πλαίσια επιφανειών αλληλεπίδρασης με το χρήστη σε πλήρες μέγεθος (tabs), τα οποία θα περιέχουν διάφορα άλλα συστατικά. Εκτός από τη βασική συλλογή των tabs για τη συγγραφή κλάσεων, ιδιοτήτων, φορμών και στιγμιοτύπων, υπάρχει και μια βιβλιοθήκη με επιπλέον tabs για την εκτέλεση ερωτημάτων, για την πρόσβαση σε αποθήκες δεδομένων, για τη γραφική απεικόνιση οντολογιών και για την διαχείριση των εκδόσεων των οντολογιών.

## 2.11 Protégé – Frames Editor

Στα χαρακτηριστικά του Protégé – Frames Editor ανήκουν τα εξής :

Ένα περιβάλλον εργασίας που μπορεί να προσαρμοστεί ώστε να δώσει στους χρήστες τη δυνατότητα να μοντελοποιήσουν τη γνώση και να εισάγουν δεδομένα με φόρμες που να αντιπροσωπεύουν το εκάστοτε πεδίο.

Μια αρχιτεκτονική plugin που επιτρέπει την ενσωμάτωση στοιχείων, όπως γραφικά, πολυμέσα, χρήση τυποποιήσεων (π.χ. RDF, XML, HTML), αλλά και πρόσθετων υποστηρικτικών εργαλείων για επεξεργασία ή απεικόνιση οντολογιών, εξαγωγής συμπερασμάτων, κ.ά.

Μια προγραμματιστική διεπαφή (API) βασισμένη σε JAVA που επιτρέπει στα plugins και σε άλλες εφαρμογές να έχουν πρόσβαση στη χρήση και την απεικόνιση οντολογιών που έχουν δημιουργηθεί μέσω του Protégé – Frames Editor. Protégé – OWL Editor

Η εφαρμογή αυτή επιτρέπει στους χρήστες :

- 1) Να φορτώνουν και να σώζουν OWL και RDF οντολογίες.
- 2) Να συντάσσουν και να απεικονίζουν κλάσεις, ιδιότητες και SWRL κανόνες.
- 3) Να ορίζουν λογικά χαρακτηριστικά κλάσεων ως OWL παραστάσεις.
- 4) Να εκτελούν λογικούς συλλογισμούς, όπως τα Description Logic Classifiers.
- 5) Να συντάσσουν την OWL με στόχο την οικοδόμηση του Σημασιολογικού Ιστού.

## 2.12 Αξιολόγηση Οντολογιών

Κατά την κατασκευή μιας οντολογίας είναι χρήσιμη η επαναχρησιμοποίηση και η επέκταση ήδη υπαρχουσών οντολογιών (θεμελιώδεις οντολογίες, οντολογίες αναφοράς), ενώ κατά την κατασκευή μιας εφαρμογής που βασίζεται σε οντολογίες είναι συχνή η χρησιμοποίηση αυτούσιων οντολογιών κατασκευασμένων από τρίτους. Αν και οι οντολογίες αποτελούν μια θεμελιώδη δομή αναπαράστασης της γνώσης, είναι δυνατή η κατασκευή πολλών διαφορετικών οντολογιών που να αναπαριστούν το ίδιο θεματικό πεδίο ή σύνολο δεδομένων. Είτε λοιπόν κατασκευάζεται μια νέα οντολογία ή μια εφαρμογή στην οποία ο σκοπός είναι να χρησιμοποιήσει υπάρχουσες οντολογίες θα πρέπει να μπορεί να γίνει διάκριση ποιές από τις οντολογίες που καλύπτουν το θεματικό πεδίο της εφαρμογής ή της οντολογίας που αναπτύσσεται καλύπτουν καλύτερα τις ανάγκες της.

Η αξιολόγηση αποτελεί λοιπόν ένα σημαντικό δήμα της διαδικασίας ανάπτυξης και (επανα)χρησιμοποίησης οντολογιών και πρέπει να συστηματοποιηθεί προκειμένου να καθιερωθεί η χρήση οντολογιών στο σημασιολογικό ιστό και γενικότερα στις σημασιολογικές εφαρμογές. Οι χρήστες που αναζητούν οντολογίες πρέπει να έχουν στη διάθεσή τους κάποια μέθοδο που να τους βοηθάει να τις αξιολογήσουν και να αποφασίσουν ποιες είναι αυτές που καλύπτουν καλύτερα τις απαιτήσεις τους. Ομοίως, όσοι κατασκευάζουν οντολογίες χρειάζονται έναν τρόπο να αξιολογήσουν τις προκύπτουσες οντολογίες προκειμένου να βελτιώσουν την διαδικασία παραγωγής ή να κάνουν διορθώσεις. Επίσης, αυτόματες ή ημιαυτόματες τεχνικές ontology learning απαιτούν αποδοτικά μέτρα αξιολόγησης για την επιλογή της ‘καλύτερης’ οντολογίας από ένα σύνολο υποψήφιων οντολογιών, για την επιλογή των βέλτιστων τιμών για τις παραμέτρους του αλγόριθμου μάθησης, ή για την κατεύθυνση της διαδικασίας μάθησης (εάν αυτή εκφράζεται ως ένα μονοπάτι μέσα σε ένα χώρο αναζήτησης).

Διάφορες προσεγγίσεις στο θέμα της αξιολόγησης οντολογιών έχουν προταθεί. Οι προσεγγίσεις αυτές ποικίλουν ανάλογα με το είδος των προς αξιολόγηση οντολογιών και τους σκοπούς της αξιολόγησης. Οι μέθοδοι αξιολόγησης που έχουν κατά καιρούς προταθεί μπορούν να κατηγοριοποιηθούν είτε με βάση τον τρόπο προσέγγισης που ακολουθείται, είτε με βάση το επίπεδο στο οποίο εστιάζεται η αξιολόγηση. Γενικά οι περισσότερες μέθοδοι αξιολόγησης ακολουθούν κάποια από τις παρακάτω προσεγγίσεις:

Σύγκριση της αξιολογούμενης οντολογίας με ένα ‘χρυσό πρότυπο’ (Golden Standard). Ως χρυσό πρότυπο μπορεί να χρησιμοποιηθεί και μια άλλη οντολογία.

Χρήση της υπό εξέταση οντολογίας σε κάποια εφαρμογή και αξιολόγηση των αποτελεσμάτων στην εφαρμογή αυτής.

Σύγκριση της οντολογίας με κάποια πηγή δεδομένων (πχ. μια συλλογή εγγράφων) σχετικών με το θεματικό πεδίο που καλύπτει η οντολογία.

Αξιολόγηση από ανθρώπους που αποφαινόμενοι αν η οντολογία πληρεί κάποιο σύνολο προκαθορισμένων κριτηρίων, προτύπων ή απαιτήσεων.

Παράλληλα με τις παραπάνω κατηγορίες αξιολόγησης, μπορεί να γίνει ομαδοποίηση των μεθόδων αξιολόγησης με βάση το επίπεδο στο οποίο εστιάζουν. Μια οντολογία αποτελεί μια πολύπλοκη δομή και πολλές φορές είναι πιο πρακτικό να πραγματοποιείται εστίαση στην αξιολόγηση σε καθένα από τα επίπεδα της οντολογίας χωριστά, από το να αξιολογείται η οντολογία ως σύνολο. Η εστίαση στα διάφορα επίπεδα της οντολογίας είναι απαραίτητη όταν η αξιολόγηση γίνεται εξ ολοκλήρου αυτόματα χωρίς την παρέμβαση κάποιου χρήστη ή εμπειρογνώμονα. Επίσης η αξιολόγηση πρέπει να γίνεται ανά επίπεδο όταν η οντολογία έχει κατασκευαστεί με αυτόματες τεχνικές μάθησης που διαφέρουν από επίπεδο σε επίπεδο. Τα επίπεδα στα οποία μπορεί να αναλυθεί μια οντολογία έχουν καθοριστεί από διάφορους ερευνητές, και τα βασικότερα από αυτά είναι:

- Λεξιλογικό επίπεδο ή επίπεδο δεδομένων (lexical, vocambulary or data layer). Η μελέτη του επιπέδου αυτού εστιάζει στις έννοιες, τα στιγμιότυπα, γεγονότα κλπ. που περιλαμβάνει η οντολογία και το λεξιλόγιο που χρησιμοποιείται για την αναπαράσταση ή τον ορισμό τους. Η αξιολόγηση σε αυτό το επίπεδο συνήθως γίνεται μέσω συγκρίσεων με διάφορες πηγές δεδομένων σχετικών με το θεματικό πεδίο της οντολογίας (πχ. αποσπάσματα κείμενων σχετικών με το θέμα), καθώς και με τεχνικές μέτρησης ομοιότητας συμβολοσειρών (string similarity measures).
- Ιεραρχικό ή ταξονομικό επίπεδο (hierarchy or taxonomy). Μια οντολογία συνήθως συνδέει έννοιες με την ιεραρχική σχέση 'είναι-ένα' (is-a). Αν και μέσα στην οντολογία μπορεί να ορίζονται διάφορες άλλες σχέσεις μεταξύ των εννοιών, η σχέση 'είναι-ένα' είναι συνήθως ιδιαίτερα σημαντική και γι' αυτό αποτελεί το σημείο εστίασης για διάφορες μεθόδους αξιολόγησης.
- Άλλες σημασιολογικές σχέσεις. Μια οντολογία μπορεί να περιέχει και άλλες σχέσεις εκτός της 'είναι-ένα'. Αυτές οι σχέσεις πολλές φορές αξιολογούνται ως ξεχωριστό επίπεδο. Η αξιολόγηση αυτού του επιπέδου περιλαμβάνει συνήθως μετρικές όπως η ακρίβεια (precision) και η ανάκληση (recall).
- Επίπεδο περιβάλλοντος ή εφαρμογής (context or application level). Μια οντολογία μπορεί να ανήκει σε μια ευρύτερη συλλογή οντολογιών και ίσως να αναφέρεται σε κάποιες από τις οντολογίες της συλλογής ή να αποτελεί η ίδια αναφορά για κάποιες άλλες. Σε αυτή την περίπτωση είναι σημαντικό να ληφθεί υπ' όψιν αυτό το περιβάλλον κατά την αξιολόγηση της οντολογίας. Μια άλλη μορφή περιβάλλοντος αποτελεί η εφαρμογή στην οποία θα χρησιμοποιηθεί η οντολογία. Η αξιολόγηση μπορεί να εξετάζει τον τρόπο που η λειτουργία ή τα αποτελέσματα της εφαρμογής επηρεάζονται από τη χρήση της οντολογίας.
- Συντακτικό επίπεδο (syntactic level). Η αξιολόγηση αυτού του επιπέδου έχει



ιδιαίτερη αξία σε περιπτώσεις οντολογιών που έχουν κατασκευαστεί με μη αυτόματο τρόπο. Η οντολογία συνήθως είναι εκφρασμένη σε μια τυπική γλώσσα και πρέπει να ακολουθεί τους συντακτικούς κανόνες της γλώσσας αυτής. Άλλες συντακτικές παράμετροι που λαμβάνονται συνήθως υπ' όψη είναι η παρουσία τεκμηρίωσης σε φυσική γλώσσα, η αποφυγή δημιουργίας δρόγγων μεταξύ των ορισμών και άλλα .

- Επίπεδο δομής, αρχιτεκτονικής και σχεδιασμού (structure, architecture, design). Το επίπεδο αυτό αποτελεί πρωτεύον αντικείμενο αξιολόγησης για οντολογίες κατασκευασμένες με μη αυτόματο τρόπο. Συνήθως απαιτείται η οντολογία να ακολουθεί κάποιες προκαθορισμένες αρχές σχεδιασμού ή να πληρεί κάποια σχετικά κριτήρια. Παράμετροι για την αξιολόγηση της δομής μιας οντολογίας αποτελούν η οργάνωσή της και η καταλληλότητά της για περαιτέρω ανάπτυξη. Αυτό το είδος αξιολόγησης συνήθως γίνεται με μη αυτόματο τρόπο.

Στη συνέχεια παρουσιάζεται μια θεωρητική προσέγγιση στο θέμα της αξιολόγησης των οντολογιών. Το μοντέλο αποτελείται από μια μετα-οντολογία (O2) που χαρακτηρίζει τις οντολογίες ως σημειολογικά αντικείμενα. Τη μεταοντολογία O2 συμπληρώνει μια οντολογία αξιολόγησης και ελέγχου αξιοπιστίας οντολογιών που ονομάζεται oQual. Με βάση τις οντολογίες O2 και oQual προσδιορίζονται τρεις βασικοί τύποι μετρικών για την αξιολόγηση οντολογιών:

- Δομικές μετρικές: Η δομική διάσταση μιας οντολογίας φανερώνεται όταν αυτή αναπαριστάται με τη μορφή γράφου. Σε αυτή τη μορφή, μπο-ρούμε να μετρήσουμε μέσω αντιστοιχών μετρικών τις τοπολογικές και λογικές ιδιότητες της οντολογίας. Συνεπώς, οι δομικές μετρικές (ή μετρικές δομής) μετρούν διαστάσεις όπως: depth, breadth, tangledness, leaf and sibling distribution, density, modularity, consistency, complexity, logical elements distribution, logical adequacy και άλλες.
- Λειτουργικές μετρικές: Η λειτουργική διάσταση συμπίπτει με το βασικό έργο που επιτελεί μια οντολογία. Πχ. Τον ορισμό μιας έννοιας, ή ενός συνόλου συλλογισμών σχετικά με την περιοχή ενδιαφέροντος. Η ακρίβεια (precision), η ανάκληση (recall) και η ορθότητα (accuracy) αποτελούν τις βασικές συνιστώσες των λειτουργικών μετρικών. Η λειτουργική ποιότητα μιας οντολογίας μπορεί να μετρηθεί με βάση:
  1. Τη συμφωνία εμπειρογνομώνων με τα στοιχεία της οντολογίας. Ό-ταν η λειτουργική ποιότητα αποτιμάται από μια ομάδα εμπειρογνομώνων είναι σημαντική η μέτρηση του βαθμού ομοφωνίας όπου καταλήγουν.
  2. Την ικανοποίηση του χρήστη. Η ικανοποίηση των χρηστών της οντολογίας μπορεί να μετρηθεί είτε μέσω ερωτηματολογίων, είτε μετρώντας τη δημοτικότητα ή την εμπιστοσύνη που δείχνουν οι χρήστες στην οντολογία.
  3. Την απόδοσή της σε κάποιο έργο (task). Αυτού του είδους οι μετρήσεις

λαμβάνουν υπ' όψη τους την απόδοση της οντολογίας στην επίτευξη κάποιων στόχων, την ικανοποίηση κάποιων προϋποθέσεων, περιορισμών κλπ. Αυτό κάνει τις μετρήσεις αυτές πολύ αξιόπιστες κατά τη διαδικασία του σχεδιασμού, ενώ χρειάζεται να επανεκτιμηθούν στην περίπτωση επαναχρησιμοποίησης.

4. Την απόδοσή της στην κάλυψη κάποιου συγκεκριμένου θέματος (topic). Αυτό το είδος μετρήσεων εστιάζει στο πόσο καλά καλύπτει η οντολογία το θεματικό πεδίο. Οι μετρήσεις αυτές είναι ιδιαίτερα αξιόπιστες κατά τη διαδικασία του σχεδιασμού και της επαναχρησιμοποίησης της οντολογίας, αλλά εξαρτώνται από την ύπαρξη διαθέσιμων δεδομένων που να μπορούν με ασφάλεια να χρησιμοποιηθούν ως σχετικά και περιγραφικά του θέματος που καλείται να καλύψει η οντολογία. Σε αυτή την κατηγορία χρησιμοποιούνται μέθοδοι επεξεργασίας φυσικής γλώσσας που αποτελούν και την πιο αξιόπιστη προσέγγιση για την αξιολόγηση μικρού μεγέθους οντολογιών.
5. Το αν μπορεί να αναλύεται σε επαναχρησιμοποιήσιμες υπομονάδες (modularity). Η κατηγορία αυτή βασίζεται στην ύπαρξη πληροφοριών σχετικά με τον σχεδιασμό μιας οντολογίας. Μετράται ο βαθμός στον οποίο η οντολογία περιλαμβάνει υπομονάδες προερχόμενες από μια πηγή επαναχρησιμοποιήσιμων τμημάτων. Τα μέτρα αυτά είναι αξιόπιστα τόσο κατά τον σχεδιασμό όσο και κατά την επαναχρησιμοποίηση της οντολογίας, αλλά μπορούν να αποτιμηθούν εύκολα μόνο για οντολογίες που έχουν κατασκευαστεί με κατάλληλη μεθοδολογία.

Οι μέθοδοι αξιολόγησης που βασίζονται στη συμφωνία κάποιου εμπειρογνώμονα ή την ικανοποίηση του χρήστη απαιτούν λογικούς πράκτορες (rational agents) και ονομάζονται μέθοδοι μαύρου κουτιού (black-box methods).

Οι μέθοδοι που μετρούν την απόδοση της οντολογίας σε κάποια συγκεκριμένη λειτουργία ή θεματικό πεδίο, και τη δυνατότητα ανάλυσής της σε υπομονάδες απαιτούν ένα σύνολο δεδομένων που αποτελούν δείγμα της γνώσης που πρέπει να καλύπτει η οντολογία και με βάση αυτό το σύνολο αποτιμάται η απόδοσή της. Αυτές οι μέθοδοι αποκαλούνται μέθοδοι γυάλινου κουτιού (glass-box methods).

Μετρικές χρηστικότητας: Η εξέταση της χρηστικότητας μιας οντολογίας εστιάζει στο προφίλ της, δηλαδή στο τρόπο που αυτή επικοινωνεί με το περιβάλλον της. Τρία βασικά μέτρα χρηστικότητας έχουν προσδιοριστεί:

- η αναγνωρισιμότητα (recognition),
- η αποτελεσματικότητα (efficiency)
- η αλληλεπιδραστικότητα (interfacing).

### 3. Μαθησιακά Αντικείμενα και Οντολογίες

#### 3.1 Μαθησιακά αντικείμενα

**Μαθησιακό Αντικείμενο (ΜΑ):** είναι μια αυτόνομη και ανεξάρτητη μονάδα εκπαιδευτικού περιεχομένου, η οποία συνδέεται με ένα ή περισσότερα μαθησιακά αποτελέσματα και έχει εξαρχής αναπτυχθεί ώστε να παρέχει τη δυνατότητα επαναχρησιμοποίησης σε διαφορετικά εκπαιδευτικά πλαίσια. «Μια οντότητα, ψηφιακή ή μη ψηφιακή, που μπορεί να χρησιμοποιηθεί στη μάθηση, την εκπαίδευση, την κατάρτιση».

Αναλύοντας τον παραπάνω ορισμό προκύπτουν τα εξής χαρακτηριστικά:

- Ένα ΜΑ συνδέεται εξ ορισμού με ένα ή περισσότερα Μαθησιακά Αποτελέσματα (ΜΑπ) και είναι σχεδιασμένο έτσι ώστε να υποστηρίζει την εκπαιδευτική διαδικασία. Η ξεκάθαρη σύνδεση του ΜΑ, με την εκπαιδευτική διαδικασία, το διαφοροποιεί από Αντικείμενα Πληροφορίας (Information Objects) ή Αντικείμενα Περιεχομένου (Content Objects), τα οποία συνήθως χρησιμοποιούνται ως δομικά στοιχεία ενός ΜΑ.
- Ένα ΜΑ χαρακτηρίζεται ως αυτόνομο, με την έννοια ότι αποτελεί αυτοτελή μονάδα εκπαιδευτικού υλικού που από μόνη της είναι ικανή να συνεισφέρει στη μάθηση και ανεξάρτητο διότι μπορεί να συσχετίζεται αλλά δεν εξαρτάται από την ύπαρξη άλλων ΜΑ, εξυπηρετώντας έτσι τη δυνατότητα επαναχρησιμοποίησης του σε ποικίλα εκπαιδευτικά περιβάλλοντα.
- Κάθε ΜΑ μπορεί να απαρτίζεται από ένα σύνολο ψηφιακών εκπαιδευτικών υλικών, άμεσα συνδεδεμένων μεταξύ τους.
- Κάθε ΜΑ στοχεύει στην επίτευξη ενός ή περισσότερων ΜΑ.
- Είναι αυτοτελές, δηλαδή μια ολοκληρωμένη οντότητα που δεν μπορεί να κατατμηθεί περαιτέρω σε μικρότερα τμήματα χωρίς να χάσει τη μαθησιακή του αξία και αυτοτέλεια.
- Είναι δια-λειτουργικό, δηλαδή μπορεί να χρησιμοποιηθεί και ξεχωριστά υπό συγκεκριμένες συνθήκες ανάλογα με τους επιδιωκόμενους παιδαγωγικούς και μορφωτικούς στόχους.

Τα μαθησιακά αντικείμενα είναι στοιχεία μιας νέου τύπου εκπαίδευσης μέσω υπολογιστή, που στηρίζεται στο αντικειμενοστρεφές παράδειγμα της επιστήμης των υπολογιστών. Ο αντικειμενοστρεφής προσανατολισμός δίνει μεγάλη αξία στη δημιουργία συστατικών (που αποκαλούνται «αντικείμενα») που μπορούν να επαναχρησιμοποιηθούν (Dahl & Nygaard, 1966) σε πολλαπλά πλαίσια. Αυτό αποτελεί τη θεμελιώδη ιδέα των μαθησιακών αντικειμένων: οι εκπαιδευτικοί σχεδιαστές

μπορούν να χτίσουν μικρά (σχετικά με το μέγεθος μιας ολόκληρης σειράς μαθημάτων) εκπαιδευτικά συστατικά που μπορούν να επαναχρησιμοποιηθούν αρκετές φορές σε διαφορετικά μαθησιακά πλαίσια. Γενικά, τα μαθησιακά αντικείμενα γίνονται κατανοητά ως ψηφιακές οντότητες που παραδίδονται μέσω Διαδικτύου, κάτι που σημαίνει ότι οποιοσδήποτε μπορεί να έχει πρόσβαση σε αυτά και ότι μπορεί να τα χρησιμοποιήσει ταυτόχρονα (σε αντίθεση με τα παραδοσιακά εκπαιδευτικά μέσα). Με τη βοήθεια λοιπόν, των μαθησιακών αντικειμένων η εκπαιδευτική διαδικασία αποκτά μια άλλη μορφή, διαφορετική από τον καθιερωμένο παραδοσιακό τρόπο. Πλέον με τη βοήθεια των ΜΑ μπορεί να πραγματοποιηθεί σύνθεση εκπαιδευτικών μαθημάτων τα οποία υποστηριζόμενα με μια πλατφόρμα ηλεκτρονικής μάθησης παρέχουν σε εκπαιδευόμενους και εκπαιδευτές ένα μέσο για να επιτευχθεί ηλεκτρονική μάθηση (elearning). Επομένως, η «αυτόματη και δυναμική σύνθεση εξατομικευμένων μαθημάτων» σημαίνει ότι χρησιμοποιούνται μεμονωμένα μαθησιακά αντικείμενα και συνδυάζονται μεταξύ τους με τρόπο ώστε να έχουν εκπαιδευτικό νόημα.

### **3.2 Ιδιαιτερότητες Οντολογιών Μαθησιακών Αντικειμένων**

Λόγω των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών που παρουσιάζει η τυπική αναπαράσταση των μαθησιακών αντικειμένων, τα ΜΑ χρησιμοποιούνται συχνά για τη δημιουργία οντολογιών οι οποίες ονομάζονται οντολογίες μαθησιακών αντικειμένων (learning objects ontologies). Οι οντολογίες αυτές συνήθως χρησιμοποιούνται στο πλαίσιο της εκπαιδευτικής διαδικασίας, μπορούν ακόμη να επαναχρησιμοποιηθούν σε πολλαπλά πλαίσια και επιπλέον η σύνθεσή τους συμβάλλει στην υλοποίηση παιδαγωγικών στόχων των εκπαιδευτών.

Οι οντολογίες μαθησιακών αντικειμένων είχαν αρχικά ως στόχο, τη διευκόλυνση της επαναχρησιμοποίησης αντικειμένων μάθησης και αργότερα επεκτάθηκαν για να παρέχουν υποστήριξη για εξατομικευμένη μάθηση. Χρησιμοποιούνται για να περιγράψουν με τυπικό και σαφή τρόπο διάφορα μαθησιακά αντικείμενα με στόχο την αποδοτικότερη διαχείριση και ανάκληση του περιεχομένου (βάση των περιγραφών του περιεχομένου και όχι του ίδιου του περιεχομένου αλλά και αξιοποιώντας τους διάφορους σημασιολογικούς συσχετισμούς). Επίσης, τέτοιες οντολογίες δημιουργούνται και αξιοποιούνται με στόχο τη διαλειτουργικότητα και διαμοιρασμό μαθησιακών πόρων μεταξύ εφαρμογών (με βάση συμφωνίες πάνω στις χρησιμοποιούμενες περιγραφές των πόρων).

### 3.3 Επιλογή Μαθησιακών Αντικειμένων

Στο πλαίσιο της εκπαίδευσης η εισαγωγή οποιουδήποτε διδακτικού πολυμεσικού υλικού, όπως κείμενα, εικόνες, βίντεο, πραγματοποιείται για να εκπληρωθούν κάποιοι διδακτικοί στόχοι που έχουν τεθεί από τους εκπαιδευτές προς στους εκπαιδευόμενους. Σε επίπεδο διδασκαλίας, οι εκπαιδευτικοί στόχοι αφορούν στα προσδοκώμενα μαθησιακά αποτελέσματα που αναμένεται να επιτευχθούν μετά το πέρας της διδασκαλίας. Αυτοί οι διδακτικοί στόχοι είναι η μερικότερη έκφραση των ειδικών και γενικών σκοπών της εκπαίδευσης, είναι η οριοθέτηση του τι πρέπει να γίνεται σε μια τάξη, υπηρετούν τους εκπαιδευτικούς σκοπούς, είναι οι προτάσεις που προσδιορίζουν με ακρίβεια το “τι” οι εκπαιδευόμενοι θα είναι ικανοί να κάνουν ως αποτέλεσμα μιας διδασκαλίας.

Η στοχοθεσία λοιπόν, είναι ένα αποτελεσματικό εργαλείο για την πρόοδο των ανθρώπων. Ο καθορισμός των στόχων είναι μια διαδικασία που επιτρέπει στους ανθρώπους να εξειδικεύουν και έπειτα να δουλεύουν προς τους στόχους τους. Οι στόχοι που θέτονται πρέπει να είναι ακριβείς (specific), μετρήσιμοι (measurable), αποδεκτοί (acceptable), και ρεαλιστικοί (realistic).

### 3.4 Ποιες Οντολογίες έχουν γίνει – για ποια ΜΑ

Η ανάγκη για τη δημιουργία και χρήση οντολογιών βρίσκεται στην παραγωγή με ευκολότερο τρόπο της γνώσης και της επικοινωνίας μεταξύ ανθρώπων, οργανισμών και εφαρμογών λογισμικού, με στόχο η γνώση να μπορεί να επαναχρησιμοποιηθεί. Γι’ αυτό το λόγο έχουν αναπτυχθεί οντολογίες σε όλους τους τομείς. Όσο πιο μεγάλο το εύρος των μαθησιακών αντικειμένων που χρειάζονται για την υλοποίηση της τόσο πιο μεγάλη είναι η ανάγκη της δημιουργίας της. Οι οντολογίες που έχουν γίνει είναι πάρα πολλές και λόγω αυτού θα επιλεγούν να αναφερθούν οι πιο ενδεικτικές από αυτές καλύπτοντας αρκετά μαθησιακά αντικείμενα. Οι οντολογίες που έχουν υλοποιηθεί για την επαναχρησιμοποίηση της γνώσης από διπλωματικές πηγές είναι οι ακόλουθες:

- Αξιοποίηση Οντολογιών για τη Μοντελοποίηση Γνωστικών Πεδίων στην εξ Αποστάσεως Εκπαίδευση. Γεωργία Σολωμού, Αγγελική Κουνέλη, Dr. Αχιλλέας Καμέας Εργαστήριο Εκπαιδευτικού Υλικού και Εκπαιδευτικής Μεθοδολογίας Ελληνικό Ανοικτό Πανεπιστήμιο.
- Ανάπτυξη εκπαιδευτικών οντολογιών με την εφαρμογή τεχνικών ταιριάσματος, ευθυγράμμισης, συγχώνευσης. Στη συγκεκριμένη εργασία έχουν χρησιμοποιήσει την βασική κλάση «υγρό στοιχείο» από 72 μαθησιακά αντικείμενα με θέμα το νερό. Την υλοποίησε η Ρωζάνης Ε. Ξηροκόστα, το 2015.
- Ανάπτυξη οντολογίας για το γνωστικό αντικείμενο της Γλώσσας Προγραμματισμού C. Πιο συγκεκριμένα με το γνωστικό πεδίο της διαδικασίας

προγραμματισμού, τους τελεστές-εκφραστές, τις Εντολές (σταθερές/μεταβλητές, δηλώσεις, κλήση συναρτήσεων, I/O, τύποι δεδομένων), τις Εντολές Ελέγχου Ροής και τις Συναρτήσεις, η οποία βασίζεται σε οντολογίες. Διπλωματική εργασία της Βασιλικής Σερέτη.

- Οντοκεντρική εκπαιδευτική εφαρμογή με γνωστικό αντικείμενο τη Στατιστική. Από την Αγγελοπούλου Νικολίτσα.
- Ανάπτυξη Οντολογίας στο Protégé για την Αναπαράσταση Προϊόντων και Λειτουργιών Τραπεζικών Οργανισμών. Από τη Μαρία Παπαφώτη.
- Σχεδιασμός, Ανάπτυξη και Σύνθεση Οντολογιών για την υποστήριξη της εκπαίδευσης στην Αντικειμενοστρεφή Ανάλυση. Διπλωματική εργασία της Μπαγιαμπού Α. Μαρίας.
- Ανάπτυξη οντολογίας Διαγραμμάτων Περιπτώσεων Χρήσης, που είναι δυνατό να χρησιμοποιηθεί για εκπαιδευτικούς σκοπούς. Από Μαρία Μπαγιαμπού και Αχιλλέα Καμέα.
- Γενετική, βιοπληροφορική και οντολογία: Από τον γονότυπο στον φαινότυπο. Γεώργιος Γκουτος Τμήμα Γενετικής, Πανεπιστήμιο του Cambridge.
- Ανάπτυξη οντολογίας στην καρδιολογία για ανάκτηση κειμένων. Οντολογίες στην Ιατρική και Βιοϊατρική. Από τον Γεώργιο Λίτσιο.

## 4. Γραμμική Άλγεβρα

### 4.1 Βασικές Έννοιες

Η Γραμμική Άλγεβρα είναι ένας κλάδος των Μαθηματικών που έχει πολλές εφαρμογές σε διάφορες επιστήμες. Για παράδειγμα, το πρόβλημα επίλυσης μεγάλων συστημάτων γραμμικών εξισώσεων ή του υπολογισμού ιδιοτιμών εμφανίζεται συχνά σε όλες τις θετικές επιστήμες, στην οικονομία, κοινωνιολογία και αλλού. Πιο γενικά, στις επιστήμες μελετώνται διάφορα φυσικά ή κοινωνικά φαινόμενα μέσω μαθηματικών μοντέλων τους. Τα γραμμικά μοντέλα είναι ιδιαίτερα σημαντικά, γιατί αφενός σε πολλές περιπτώσεις αναπαριστούν την πραγματικότητα με ικανοποιητικό βαθμό πιστότητας, αφετέρου υπάρχουν για αυτά πολλά ισχυρά μαθηματικά εργαλεία ένα από τα οποία είναι η Γραμμική Άλγεβρα. Πολλά φαινόμενα περιγράφονται από ποικίλους τύπους συναρτήσεων και είναι γνωστό από τα Μαθηματικά ότι ευρείες κλάσεις συναρτήσεων προσεγγίζονται από γραμμικές συναρτήσεις. Συνεπώς μπορούμε να πούμε ότι η Γραμμική Άλγεβρα μας βοηθά στην άντληση πληροφοριών για τη συμπεριφορά και μη γραμμικών φαινομένων.

Στο πλαίσιο της εργασίας αυτής θα ασχοληθούμε με τις 3 πιο σημαντικές κατηγορίες της γραμμικής άλγεβρας: πίνακες, ορίζουσες και διανύσματα. Οι βασικές έννοιες που θα μελετηθούν είναι οι ορισμοί, οι μέθοδοι υπολογισμών και τα χαρακτηριστικά τους.

### 4.2 Πίνακες

#### Ορισμός 1 (πίνακας)

Με  $\mathbb{F}$  συμβολίζουμε ένα από τα σύνολα  $\mathbb{R}, \mathbb{C}$ . Ένας πίνακας  $A$  με στοιχεία από το  $\mathbb{F}$  είναι μια διάταξη στοιχείων  $a_{ij}$  του  $\mathbb{F}$  σε σχήμα ορθογώνιο παραλληλόγραμμα της μορφής

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{n2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Λέμε ότι το μέγεθος (ή ο τύπος) του παραπάνω πίνακα είναι  $m \times n$  ή ότι ο πίνακας είναι ένας  $m \times n$  πίνακας.

#### Ορισμός 2 (ισότητα πινάκων)

Εστω  $A = (a_{ij}), B = (b_{ij})$  δυο  $m \times n$  πίνακες με στοιχεία από το  $\mathbb{F}$ . Θα λέμε ότι οι  $A, B$  είναι **ίσοι** και θα γράφουμε  $A = B$  αν ισχύει  $a_{ij} = b_{ij}$  για κάθε  $i = 1, \dots, m$  και για κάθε  $j = 1, \dots, n$ .

Για παράδειγμα, έχουμε  $\begin{pmatrix} 1 & x \\ y & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow x = 2, y = 4$ .

Στη συνέχεια υπενθυμίζουμε διάφορα είδη πινάκων που θα χρειαστούμε αργότερα.

### Ορισμός 3 (είδη πινάκων)

- Ένας  $m \times n$  πίνακας λέγεται **τετραγωνικός** αν  $m = n$ .  
Το σύνολο  $M_{m \times m}(F)$  των τετραγωνικών  $m \times m$  πινάκων με στοιχεία από το  $\mathbb{F}$  συμβολίζεται πιο απλά με  $M_m(F)$ .
- Τα **διαγώνια στοιχεία** ενός  $m \times n$  πίνακα  $(a_{ij})$  είναι τα στοιχεία  $a_{11}, a_{22}, \dots, a_{kk}$ , όπου  $k = \min\{m, n\}$ . Λέμε ότι αυτά βρίσκονται πάνω στη **διαγώνιο** του πίνακα.
- Ένας τετραγωνικός πίνακας  $A = (a_{ij})$  λέγεται **άνω τριγωνικός** αν για κάθε  $i > j$  έχουμε  $a_{ij} = 0$ .

Δηλαδή ένας τετραγωνικός πίνακας λέγεται άνω τριγωνικός, αν τα στοιχεία που βρίσκονται κάτω από την διαγώνιο είναι ίσα με 0. Για παράδειγμα, άνω τριγωνικοί είναι οι πίνακες

$$\begin{pmatrix} 1+2i & -1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1+2i & -1 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}.$$

- Ένας τετραγωνικός πίνακας  $A = (a_{ij})$  λέγεται **κάτω τριγωνικός** αν για κάθε  $i < j$  έχουμε  $a_{ij} = 0$ .

Δηλαδή ένας τετραγωνικός πίνακας λέγεται κάτω τριγωνικός, αν τα στοιχεία που βρίσκονται πάνω από την διαγώνιο είναι ίσα με 0. Για



παράδειγμα, κάτω τριγωνικοί είναι οι πίνακες

$$\begin{pmatrix} 1+2i & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1+2i & 0 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

- Ένας τετραγωνικός πίνακας  $(a_{ij})$  λέγεται **διαγώνιος** αν για κάθε  $i \neq j$  έχουμε  $a_{ij} = 0$ .

Δηλαδή ένας τετραγωνικός πίνακας είναι διαγώνιος αν κάθε στοιχείο που δεν βρίσκεται στη διαγώνιο είναι ίσο με 0. Για παράδειγμα, ο

πίνακας  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  είναι διαγώνιος αλλά ο  $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  δεν είναι.

- Έστω  $A = (a_{ij})$  ένας  $m \times n$  πίνακας. Ο  $n \times m$  πίνακας  $(a_{ji})$  ονομάζεται ο **ανάστροφος** του  $A$  και συμβολίζεται με  $A'$ .

Για παράδειγμα, αν  $A = \begin{pmatrix} 1 & a \\ 2 & b \\ 3 & c \end{pmatrix}$ , τότε  $A' = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ a & b & c \end{pmatrix}$

- Ένας τετραγωνικός πίνακας  $(a_{ij})$  λέγεται **συμμετρικός** αν για κάθε  $i, j$  ισχύει  $a_{ij} = a_{ji}$ .

Ισοδύναμα, ένας πίνακας  $A$  είναι συμμετρικός αν και μόνο αν  $A = A'$ .

Για παράδειγμα, οι πίνακες  $\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & \sqrt{3} & -1 \\ \sqrt{3} & 0 & 2 \\ -1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$  είναι

συμμετρικοί. Βλέπουμε ότι σε ένα συμμετρικό πίνακα, στοιχεία που βρίσκονται σε συμμετρικές θέσεις ως προς τη διαγώνιο είναι ίσα.

- Ένας τετραγωνικός πίνακας  $(a_{ij})$  λέγεται **αντισυμμετρικός** αν για κάθε  $i, j$  ισχύει  $a_{ij} = -a_{ji}$ .

Ισοδύναμα, ένας πίνακας  $A$  είναι αντισυμμετρικός αν και μόνο αν  $A = -A'$ .

Για παράδειγμα, οι πίνακες  $\begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} 0 & \sqrt{3} & -1 \\ -\sqrt{3} & 0 & 2 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$  είναι

αντισυμμετρικοί. Βλέπουμε ότι σε έναν αντισυμμετρικό πίνακα, στοιχεία που βρίσκονται σε συμμετρικές θέσεις ως προς τη διαγώνιο διαφέρουν ως προς τα πρόσημα ενώ αυτά που βρίσκονται πάνω στη διαγώνιο είναι ίσα με μηδέν.

Υπενθυμίζουμε τώρα τις τρεις βασικές πράξεις των πινάκων.

Οι πράξεις των πινάκων είναι:

#### Ορισμός 4 (άθροισμα)

Εστω  $A = (a_{ij}), B = (b_{ij}) \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Το **άθροισμα**,  $A+B$ , των  $A$  και  $B$  είναι ο πίνακας

$$A+B = (a_{ij} + b_{ij}).$$

Για παράδειγμα, αν  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$  και  $B = \begin{pmatrix} -4 & 3 & x \\ 1 & y & 0 \end{pmatrix}$ , τότε

$$\begin{aligned} A+B &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 & 3 & x \\ 1 & y & 0 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1+(-4) & 2+3 & 5+x \\ -1+1 & 3+y & 4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 5 & 5+x \\ 0 & 3+y & 4 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

## Ορισμός 5 (γινόμενο πίνακα με αριθμό)

Εστω  $A = (a_{ij}) \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$  και  $k \in \mathbb{F}$ . Το γινόμενο  $kA$  του  $k$  με τον  $A$  είναι ο πίνακας

$$kA = (ka_{ij}).$$

Για παράδειγμα, αν  $k = 2$  και  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 5 \\ -1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ , τότε

$$2A = \begin{pmatrix} 2 \cdot 1 & 2 \cdot 2 & 2 \cdot 5 \\ 2 \cdot (-1) & 2 \cdot 3 & 2 \cdot 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 10 \\ -2 & 6 & 8 \end{pmatrix}.$$

Συμβολισμός: Τον πίνακα  $(-1)A$  συμβολίζουμε με  $-A$ . Όταν γράφουμε  $A - B$

εννοούμε  $A + (-B)$ . Για παράδειγμα

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & x \\ -4 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-3 & 5-x \\ 1-(-4) & -3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 5-x \\ 5 & -5 \end{pmatrix}.$$

## Ορισμός 6 (γινόμενο πινάκων)

Εστω  $A = (a_{ij}) \in M_{l \times m}(\mathbb{F})$  και  $B = (b_{st}) \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Τότε το γινόμενο των  $A$  και  $B$ , που

συμβολίζεται με  $AB$ , είναι ο  $l \times n$  πίνακας με στοιχεία από το  $\mathbb{F}$  όπου στη θέση  $(i, j)$

υπάρχει το στοιχείο  $\sum_{r=1}^m a_{ir} b_{rj} = a_{i1} b_{1j} + a_{i2} b_{2j} + \dots + a_{im} b_{mj}$ .

Για παράδειγμα, αν  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & k \end{pmatrix}$ , τότε το γινόμενο  $AB$  είναι ο

$2 \times 3$  πίνακας

$$AB = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2b+3c & d+2e+3f & g+2h+3k \\ 4a+5b+6c & 4d+5e+6f & 4g+5h+6k \end{pmatrix}.$$

Επίσης έχουμε

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a+2b+3c \\ 4a+5b+6c \end{pmatrix}.$$

Σχηματικά, το στοιχείο του γινομένου  $AB$  στη θέση  $(i,j)$  προκύπτει από τη γραμμή  $i$  του  $A$  και τη στήλη  $j$  του  $B$  όπως δείχνει το σχήμα

$$\begin{pmatrix} \dots & & & \\ \boxed{a_{i1} \quad a_{i2} \quad \dots \quad a_{im}} & & & \\ \dots & & & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dots & \boxed{b_{1j}} & \dots \\ \dots & \boxed{b_{2j}} & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \boxed{b_{mj}} & \dots \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots & \\ \dots & \boxed{a_{i1}b_{1j} + a_{i2}b_{2j} + \dots + a_{im}b_{mj}} & \dots & \\ \dots & \dots & \dots & \end{pmatrix}.$$

Για το γινόμενο πινάκων ξέρουμε ότι δεν αληθεύει πάντα η σχέση  $AB = BA$ . Για

παράδειγμα, αν  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ , τότε  $AB = \begin{pmatrix} 7 & 4 \\ 10 & 8 \end{pmatrix}, BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 14 \end{pmatrix}$

## Ορισμός 7 (αντιστρέψιμος πίνακας)

Ένας τετραγωνικός πίνακας  $A \in M_n(F)$  λέγεται **αντιστρέψιμος** αν υπάρχει πίνακας  $B \in M_n(F)$  τέτοιος ώστε  $AB = BA = I$ .

### Παράδειγμα

- Ο πίνακας  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  είναι αντιστρέψιμος γιατί αν  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ ,

τότε εύκολα επαληθεύεται ότι  $AB = BA = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ .

- Ο πίνακας  $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$  δεν είναι αντιστρέψιμος γιατί αν υπήρχε πίνακας

$$\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} \text{ με } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \text{ τότε } \begin{pmatrix} x+z & y+w \\ x+z & y+w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

οπότε το  $x+z$  είναι ίσο με 1 και 0, άτοπο.

## 4.2.1 Θεμελιώδεις Γνώσεις

Θα αναφέρουμε τώρα κάποιες βασικές ιδιότητες των πράξεων που ορίσαμε πριν. Επίσης θα ασχοληθούμε με ορισμένα θεμελιώδη αποτελέσματα σχετικά με τις λύσεις γραμμικών συστημάτων.

### Πράξεις πινάκων

#### Πρόταση 1

Εστω  $A, B, C \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$  και  $k_1, k_2 \in \mathbb{F}$ . Τότε ισχύουν τα εξής.

$$1. (A+B)+C = A+(B+C)$$

$$5. k_1(A+B) = k_1A + k_1B$$

$$2. A+0_{m \times n} = A$$

$$6. (k_1+k_2)A = k_1A + k_2A$$

$$3. A-A = 0_{m \times n}$$

$$7. (k_1k_2)A = k_1(k_2A)$$

$$4. A+B = B+A$$

$$8. 1A = A \text{ και } 0A = 0_{m \times n}.$$

#### Πρόταση 2 (ιδιότητες του γινομένου πινάκων)

Εστω  $A \in M_{k \times l}(\mathbb{F})$ ,  $B \in M_{l \times m}(\mathbb{F})$ ,  $C \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Τότε  $(AB)C = A(BC)$ .

Εστω  $A \in M_{l \times m}(\mathbb{F})$ ,  $B, C \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Τότε  $A(B+C) = AB+AC$ .

Εστω  $A, B \in M_{l \times m}(\mathbb{F})$ ,  $C \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Τότε  $(A+B)C = AC+BC$ .

Εστω  $k \in \mathbb{F}$ ,  $A \in M_{l \times m}(\mathbb{F})$ ,  $B \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Τότε  $k(AB) = (kA)B = A(kB)$ .

Εστω  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Τότε  $I_m A = A I_n = A$ ,  $0_{l \times m} A = 0_{l \times n}$  και  $A 0_{n \times l} = 0_{m \times l}$ .

Οι προηγούμενες δυο προτάσεις μας πληροφορούν ότι στις πράξεις πινάκων ισχύουν μερικοί νόμοι που είναι ανάλογοι των νόμων που ξέρουμε από τους πραγματικούς

αριθμούς. Όμως υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ πράξεων πινάκων και πραγματικών αριθμών, τις οποίες επισημαίνουμε παρακάτω.

### Πρόταση 3 (δυνάμεις διαγωνίων πινάκων)

Έστω  $A = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n \end{pmatrix}$ . Τότε για κάθε θετικό ακέραιο  $k$  έχουμε

$$A^k = \begin{pmatrix} a_1^k & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_2^k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_n^k \end{pmatrix}.$$

Ο πολλαπλασιασμός πινάκων διαφέρει ουσιαστικά από τον πολλαπλασιασμό πραγματικών ή μιγαδικών αριθμών. Οι κύριες διαφορές είναι οι παρακάτω.

#### ΠΡΟΣΟΧΗ

- Έστω  $A, B \in M_n(\mathbb{F})$  δυο  $n \times n$  πίνακες. Τότε ορίζονται τα γινόμενα  $AB$  και  $BA$ . Τονίζουμε ότι είναι δυνατό να έχουμε  $AB \neq BA$ . Πράγματι, αν

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}, \text{ τότε } AB = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \text{ και } BA = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}.$$

- Έστω  $A \in M_{l \times m}(\mathbb{F}), B \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Δεν αληθεύει γενικά ότι  $(AB)^2 = A^2B^2$ .

Πράγματι, με τους πίνακες του προηγούμενου παραδείγματος έχουμε

$$(AB)^2 = \begin{pmatrix} 1 & 24 \\ 0 & 9 \end{pmatrix}, A^2B^2 = \begin{pmatrix} 11 & 36 \\ 8 & 27 \end{pmatrix}. \text{ Το σωστό είναι } (AB)^2 = ABAB.$$

- Έστω  $A \in M_{l \times m}(\mathbb{F}), B \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Είναι δυνατό να έχουμε  $AB = 0_{l \times n}$  ακόμα

$$\text{και αν } A \neq 0_{l \times m}, B \neq 0_{m \times n}. \text{ Πράγματι, αν } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} \text{ και } B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\text{τότε } AB = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

- Έστω  $A \in M_{l \times m}(\mathbb{F}), B, C \in M_{m \times n}(\mathbb{F})$ . Αν ισχύει  $AB = AC$ , τότε γενικά δεν έπεται ότι  $B = C$ . Πράγματι, αν οι  $A, B$  είναι όπως στο προηγούμενο παράδειγμα, τότε  $AB = A0_{2 \times 2}$ , αλλά  $B \neq 0_{2 \times 2}$ .

## Πρόταση 4 (ανάστροφοι πίνακες)

1. Για κάθε πίνακα  $A$  έχουμε  $(A^t)^t = A$ .
2. Έστω  $A, B \in M_{m \times n}(F)$ . Τότε  $(A+B)^t = A^t + B^t$ .
3. Έστω  $A \in M_{l \times m}(F), B \in M_{m \times n}(F)$ . Τότε  $(AB)^t = B^t A^t$ .

## Πρόταση 5 (αντιστρέψιμοι πίνακες)

1. Έστω  $A \in M_n(\mathbb{F})$ . Αν ο  $A$  είναι αντιστρέψιμος τότε ο  $A^{-1}$  είναι αντιστρέψιμος και  $(A^{-1})^{-1} = A$ .
2. Έστω  $A, B \in M_n(\mathbb{F})$ . Αν  $A, B$  είναι αντιστρέψιμοι τότε ο  $AB$  είναι αντιστρέψιμος και ισχύει  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$ .

Με τον επόμενο αλγόριθμο μπορούμε να αποφανθούμε αν ένας πίνακας είναι αντιστρέψιμος και να υπολογίσουμε τον αντίστροφο πίνακα (εφόσον υπάρχει).

**Συμβολισμός:** Αν  $A, B$  είναι δυο πίνακες με το αυτό πλήθος γραμμών, τότε με  $(A, B)$  παριστάνουμε τον πίνακα που προκύπτει αν γράψουμε τις στήλες του  $B$  στα δεξιά των στηλών του  $A$ . Για παράδειγμα, αν  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} x & a & 0 \\ y & b & -1 \end{pmatrix}$ , τότε

$$(A, B) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & x & a & 0 \\ 4 & 5 & y & b & -1 \end{pmatrix}. \text{ Για το } A \text{ αυτό και το } 2 \times 2 \text{ ταυτοτικό πίνακα } I \text{ έχουμε}$$
$$(A, I) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 4 & 5 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### Αλγόριθμος Υπολογισμού Αντίστροφου Πίνακα

Στον πίνακα  $(A, I)$  εφαρμόζουμε στοιχειώδεις μετασχηματισμούς γραμμών που μετατρέπουν τον  $A$  σε ανηγμένο κλιμακωτό πίνακα  $K$ . Τότε ο  $(A, I)$  έχει μετατραπεί σε έναν πίνακα της μορφής  $(K, B)$ .

- Αν  $K = I$ , τότε ο  $A$  είναι αντιστρέψιμος και  $A^{-1} = B$ .
- Αν  $K \neq I$ , τότε ο  $A$  δεν είναι αντιστρέψιμος.

### 4.3 Ορίζουσες

Όταν λύνουμε ένα  $2 \times 2$  γραμμικό σύστημα

$$a_{11}x + a_{12}y = b_1$$

$$a_{21}x + a_{22}y = b_2$$

βλέπουμε ότι η ποσότητα  $D = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$  παίζει σημαντικό ρόλο. Πράγματι, αν αυτή είναι μη μηδενική, τότε το σύστημα έχει μοναδική λύση τη  $x = \frac{b_1a_{22} - a_{12}b_2}{D}, y = \frac{a_{11}b_2 - b_1a_{21}}{D}$ . Τον αριθμό  $D = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$  τον ονομάζουμε

**ορίζουσα** του πίνακα  $\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ .

Όπως έχουμε καθιερώσει σε προηγούμενα κεφάλαια, με  $\mathbb{F}$  παριστάνουμε ένα από τα σύνολα  $\mathbb{R}, \mathbb{C}$  και με  $M_n(\mathbb{F})$  το σύνολο των  $n \times n$  πινάκων με στοιχεία από το  $\mathbb{F}$ .

#### Ορισμός 1 (ορίζουσα $2 \times 2$ πίνακα)

Έστω  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \in M_2(\mathbb{F})$ . Η ορίζουσα του  $A$  είναι ο αριθμός

$$\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

Για παράδειγμα,  $\det \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 4 - (-1) \cdot 3 = 11$ ,  $\det \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot 4 - 0 \cdot 3 = 8$ .

Στη συνέχεια θα ορίσουμε την ορίζουσα  $n \times n$  πίνακα και για το σκοπό αυτό χρειαζόμαστε την έννοια της μετάθεσης

#### Ορισμός 2 (μεταθέσεις)

Μια **μετάθεση**  $n$  στοιχείων είναι μια 1-1 απεικόνιση από το σύνολο  $\{1, 2, \dots, n\}$  στο  $\{1, 2, \dots, n\}$ .

Βλέπουμε ότι κάθε μετάθεση είναι αναγκαστικά 1-1 και επί απεικόνιση. Για παράδειγμα, η απεικόνιση  $\sigma : \{1, 2, 3\} \rightarrow \{1, 2, 3\}, \sigma(1) = 2, \sigma(2) = 3, \sigma(3) = 1$ , είναι μια μετάθεση. Υπάρχει εδώ ένας χρήσιμος συμβολισμός. Κάθε μετάθεση παριστάνεται με έναν  $2 \times n$  πίνακα του οποίου η πρώτη γραμμή είναι η  $1 \ 2 \ \dots \ n$  και δεύτερη γραμμή



είναι η  $\sigma(1)\sigma(2)\dots\sigma(n)$ , δηλαδή  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n \\ \sigma(1) & \sigma(2) & \dots & \sigma(n) \end{pmatrix}$ . Κάτω από κάθε στοιχείο της πρώτης γραμμής βρίσκεται η εικόνα του. Συνεπώς η μετάθεση του παραδείγματος συμβολίζεται με  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ .

Επίσης, αντί να γράφουμε  $\sigma(i)$  συχνά γράφουμε  $\sigma_i$ . Στο παράδειγμα,  $\sigma_1 = 2, \sigma_2 = 3, \sigma_3 = 1$ .

Το σύνολο των μεταθέσεων  $n$  στοιχείων συμβολίζεται με  $S_n$ .

Έστω  $\sigma \in S_n$ . Το **πρόσημο**,  $sign(\sigma)$ , της  $\sigma$  ορίζεται ως εξής:

- $sign(\sigma) = 1$  αν υπάρχει άρτιο πλήθος ζευγών δεικτών  $(i, j)$  τέτοιων ώστε  $i < j$  και  $\sigma_i > \sigma_j$
- $sign(\sigma) = -1$  αν υπάρχει περιττό πλήθος ζευγών δεικτών  $(i, j)$  τέτοιων ώστε  $i < j$  και  $\sigma_i > \sigma_j$ .

Για παράδειγμα, η μετάθεση  $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$  έχει πρόσημο 1,  $sign(\sigma) = 1$ , γιατί το

πλήθος των ζευγών στον παραπάνω ορισμό είναι 2 (τα ζεύγη αυτά είναι  $(1,3), (2,3)$ ).

Η μετάθεση  $\tau = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  έχει πρόσημο  $-1$ ,  $sign(\tau) = -1$ , γιατί τα εν λόγω ζεύγη

είναι 3 (και είναι τα  $(1,2), (1,3), (2,3)$ ). Η μετάθεση  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$  έχει πρόσημο  $-1$

αφού υπάρχει μόνο 1 ζεύγος με τις ιδιότητες του ορισμού (και είναι το  $(3,4)$ ).

### Ορισμός 3 (ορίζουσα nxn πίνακα)

Έστω  $A = (a_{ij}) \in M_n(\mathbb{F})$ . Η **ορίζουσα** του  $A$  είναι ο αριθμός

$$\det A = \sum_{\sigma \in S_n} sign(\sigma) a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \dots a_{n\sigma(n)}.$$

Σημειώνουμε ότι σύμφωνα με τον ορισμό, η ορίζουσα  $\det A$  είναι ένα άθροισμα προσημασμένων όρων και κάθε όρος  $a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \dots a_{n\sigma(n)}$  είναι ένα γινόμενο  $n$  στοιχείων του πίνακα που προέρχονται από διαφορετικές γραμμές και στήλες. Με άλλα λόγια κάθε γραμμή (και κάθε στήλη) συνεισφέρει ακριβώς έναν παράγοντα στο γινόμενο  $a_{1\sigma(1)} a_{2\sigma(2)} \dots a_{n\sigma(n)}$ .

## Παραδείγματα:

- Έστω  $n = 1$ ,  $A = (a)$ . Τότε το  $S_1$  έχει ένα στοιχείο και  $\det A = a$ .

- Έστω  $n = 2$ ,  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ . Επειδή το σύνολο  $S_2$  έχει 2 στοιχεία,

$$S_2 = \left\{ e = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \right\} \text{ και ισχύει } \text{sign}(e) = 1, \text{sign}(\sigma) = -1, \text{ παίρνουμε}$$

$$\det A = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}.$$

- Έστω  $n = 3$ ,  $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ . Το  $S_3$  έχει 6 στοιχεία.

$$S_3 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

και τα πρόσημα είναι  $1, -1, -1, 1, 1, -1$  αντίστοιχα. Εφαρμόζοντας τον ορισμό βρίσκουμε

$$\det A = a_{11}a_{22}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} - a_{12}a_{21}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} - a_{13}a_{22}a_{31}.$$

## 4.4 Διανυσματικοί Χώροι

Στα επόμενα με  $\mathbb{F}$  συμβολίζουμε το σύνολο  $\mathbb{R}$  ή το  $\mathbb{C}$ .

### Ορισμός 1 (διανυσματικός χώρος)

Το σύνολο  $\mathbb{R}^n$  μαζί με την πρόσθεση διανυσμάτων και το γινόμενο αριθμού με διάνυσμα αποτελεί ένα 'πρότυπο' για τον επόμενο ορισμό.

Ένας  $\mathbb{F}$  – **διανυσματικός χώρος** είναι ένα μη κενό σύνολο  $V$  εφοδιασμένο με δύο απεικονίσεις

$$V \times V \ni (v, v') \mapsto v + v' \in V \quad (\text{'πρόσθεση'})$$

$$K \times V \ni (a, v) \mapsto av \in V \quad (\text{'αριθμητικός πολλαπλασιασμός'})$$

που ικανοποιούν τις ιδιότητες

1.  $(v+v') + v'' = v + (v' + v'')$  για κάθε  $v, v', v'' \in V$ .
2.  $v + v' = v' + v$  για κάθε  $v, v' \in V$ .
3. Υπάρχει στοιχείο  $0_V \in V$  που έχει την ιδιότητα  $0_V + v = v + 0_V = v$  για κάθε  $v \in V$ . Το  $0_V$  ονομάζεται 'μηδενικό στοιχείο' του  $V$ .
4. Για κάθε  $v \in V$  υπάρχει στοιχείο  $-v \in V$  με την ιδιότητα  $v + (-v) = (-v) + v = 0_V$ .
5.  $1v = v$  για κάθε  $v \in V$ .
6.  $a(v+v') = av + av'$  για κάθε  $a \in \mathbb{F}, v \in V, v' \in V$ .
7.  $(a+b)v = av + bv$  για κάθε  $a, b \in \mathbb{F}, v \in V$ .
8.  $(ab)v = a(bv)$  για κάθε  $a, b \in \mathbb{F}, v \in V$ .

**Σημείωση** Αποδεικνύεται ότι το  $0_V$  της ιδιότητας 3 είναι μοναδικό. Ονομάζεται δε το 'μηδενικό στοιχείο' του  $V$ . Επίσης, για κάθε  $v \in V$ , το  $-v$  της ιδιότητας 4 είναι μοναδικό και ονομάζεται το **αντίθετο** του  $v$ .

## Παραδείγματα

1. Το σύνολο  $\mathbb{R}^n$  των διατεταγμένων  $n$  - άδων πραγματικών αριθμών με πρόσθεση που ορίζεται από  $(u_1, \dots, u_n) + (v_1, \dots, v_n) = (u_1 + v_1, \dots, u_n + v_n)$  και αριθμητικό πολλαπλασιασμό που ορίζεται από  $a(u_1, \dots, u_n) = (au_1, \dots, au_n)$  είναι ένας  $\mathbb{R}$  - διανυσματικός χώρος. Το μηδενικό στοιχείο είναι το  $0_{\mathbb{R}^n} = (0, \dots, 0)$  και το αντίθετο του  $(u_1, \dots, u_n)$  είναι το  $-(u_1, \dots, u_n) = (-u_1, \dots, -u_n)$ .
2. Κατά παρόμοιο τρόπο το  $\mathbb{C}^n$  καθίσταται  $\mathbb{C}$  - διανυσματικός χώρος.
3. Το σύνολο  $M_{m \times n}(\mathbb{R})$  των  $m \times n$  πραγματικών πινάκων είναι ένας  $\mathbb{R}$  - διανυσματικός χώρος με πρόσθεση τη συνήθη πρόσθεση πινάκων και αριθμητικό πολλαπλασιασμό τον πολλαπλασιασμό πίνακα με αριθμό. Το μηδενικό στοιχείο είναι ο μηδενικός πίνακας και το αντίθετο του  $A = (a_{ij})$  είναι το  $-A = (-a_{ij})$ .

4. Κατά ανάλογο τρόπο, το σύνολο  $M_{m \times n}(\mathbb{C})$  των  $m \times n$  μιγαδικών πινάκων είναι ένας  $\mathbb{C}$  - διανυσματικός χώρος.
5. Έστω  $A \in M_{m \times n}(\mathbb{R})$ . Το σύνολο των λύσεων του ομογενούς συστήματος  $AX = 0$  είναι ένας  $\mathbb{R}$  - διανυσματικός χώρος ως προς την πρόσθεση και τον αριθμητικό πολλαπλασιασμό του Παραδείγματος 3.
6. Το σύνολο  $\mathbb{R}[x]$  όλων των πολυωνύμων με πραγματικούς συντελεστές είναι ένας  $\mathbb{R}$  - διανυσματικός χώρος ως προς τις συνήθεις πράξεις της πρόσθεσης πολυωνύμων και του πολλαπλασιασμού πολυωνύμου με αριθμό.

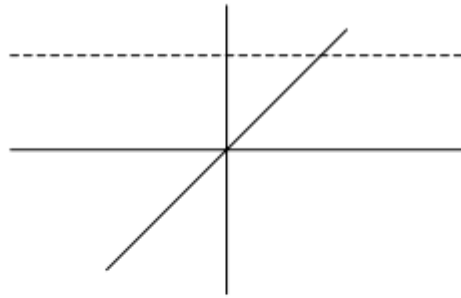
## Ορισμός 2 (υπόχωρος)

Έστω  $V$  ένας  $\mathbb{F}$  - διανυσματικός χώρος και  $U \subseteq V$ . Θα λέμε ότι το  $U$  είναι ένας  $\mathbb{F}$  - υπόχωρος του  $V$  αν το  $U$  είναι ένας  $\mathbb{F}$  - διανυσματικός χώρος ως προς την ίδια πρόσθεση και τον ίδιο αριθμητικό πολλαπλασιασμό του  $V$ .

*Σημείωση* Συχνά λέμε απλά υπόχωρος αντί  $\mathbb{F}$  - υπόχωρος, όπως και διανυσματικός χώρος (δ.χ.) αντί  $\mathbb{F}$  - διανυσματικός χώρος, όταν δεν υπάρχει περίπτωση σύγχυσης σχετικά με το  $\mathbb{F}$ .

## Παραδείγματα:

1. Τα σύνολα  $\{(x, 0) \in \mathbb{R}^2\}$ ,  $\{(0, y) \in \mathbb{R}^2\}$ ,  $\{(x, x) \in \mathbb{R}^2\}$  είναι υπόχωροι του  $\mathbb{R}^2$ . Το σύνολο  $U = \{(x, 1) \in \mathbb{R}^2\}$  δεν είναι υπόχωρος του  $\mathbb{R}^2$ . Πράγματι, αν προσθέσουμε δυο στοιχεία του  $(x, 1) + (x', 1) = (x + x', 2)$  βρίσκουμε ένα στοιχείο που δεν ανήκει στο  $U$ . Δηλαδή η πρόσθεση διανυσμάτων δεν μας δίνει μια απεικόνιση της μορφής  $U \times U \rightarrow U$ . Γεωμετρικά, οι προηγούμενοι υπόχωροι του επιπέδου παρίστανται από τον άξονα των  $x$ , στον άξονα των  $y$ , και την ευθεία  $y = x$  αντίστοιχα. Η διακεκομμένη ευθεία αντιστοιχεί στο σύνολο  $U$ .



2. Έστω  $n$  ένας θετικός ακέραιος. Το σύνολο  $\mathbb{R}_n[x]$  των πολυωνύμων βαθμού  $\leq n$  είναι υπόχωρος του διανυσματικού χώρου  $\mathbb{R}[x]$  των πολυωνύμων.
3. Το σύνολο  $D_n(\mathbb{R})$  των  $n \times n$  πραγματικών διαγωνίων πινάκων είναι υπόχωρος του  $M_n(\mathbb{R})$ .

### Ορισμός 3 (άθροισμα και τομή υποχώρων)

Έστω  $U, W$  δύο υπόχωροι ενός δ.χ.  $V$ . Τότε τα σύνολα

$$U + W = \{u + w \in V \mid u \in U, w \in W\}$$

$$U \cap W = \{v \in V \mid v \in U \text{ και } v \in W\}$$

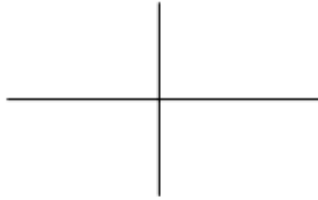
είναι υπόχωροι του  $V$ , που ονομάζονται αντίστοιχα το **άθροισμα** και η **τομή** των  $U$  και  $W$ . Στην ειδική περίπτωση που έχουμε  $U \cap W = \{0_V\}$ , τότε το άθροισμα  $U + W$  λέγεται **ευθύ άθροισμα** και συμβολίζεται με  $U \oplus W$ .

### Παράδειγμα:

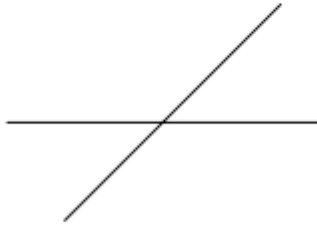
Έστω  $V = \mathbb{R}^2$ , και οι υπόχωροι  $U = \{(x, 0) \in \mathbb{R}^2\}$ ,  $W = \{(0, y) \in \mathbb{R}^2\}$ . Τότε

$U + W = \mathbb{R}^2$ . Πράγματι, είναι σαφές ότι  $U + W \subseteq \mathbb{R}^2$ . Το τυχαίο στοιχείο του  $\mathbb{R}^2$  γράφεται  $(x, y) = (x, 0) + (0, y) \in U + W$ . Άρα ισχύει και  $\mathbb{R}^2 \subseteq U + W$ .

Συνεπώς έχουμε  $U + W = \mathbb{R}^2$ . Επειδή έχουμε τη σχέση  $U \cap W = \{(0, 0)\}$ , το άθροισμα  $U + W$  είναι ευθύ. Τελικά έχουμε  $\mathbb{R}^2 = U \oplus W$ . Γεωμετρικά, το  $\mathbb{R}^2$  είναι το ευθύ άθροισμα των δυο συνήθων αξόνων.



Με παρόμοιο τρόπο αποδεικνύεται ότι  $\mathbb{R}^2 = U \oplus W'$ , όπου  $W' = \{(x, x) \in \mathbb{R}^2\}$ .



Γεωμετρικά, το  $\mathbb{R}^2$  είναι το ευθύ άθροισμα των δύο εικονιζόμενων ευθειών.

**Προσοχή** Παρατηρούμε ότι έχουμε  $U \oplus W = U \oplus W'$ , αλλά  $W \neq W'$ .

## 5. Υλοποίηση

### 5.1 Επισκόπηση του Protégé

Στον πυρήνα του, το Protégé πραγματοποιεί ένα πλούσιο σύνολο από δομές μοντελοποιημένης γνώσης και πράξεις που υποστηρίζουν τη δημιουργία, την οπτική απεικόνιση και το χειρισμό των οντολογιών με διάφορες μορφοποιήσεις αναπαράστασης. Το Protégé μπορεί να τροποποιηθεί σύμφωνα με τις ανάγκες των χρηστών ώστε να παρέχει φιλική υποστήριξη για τη δημιουργία μοντέλων οντολογικής γνώσης.

Βασισμένο στη Java και επεκτάσιμο, το Protégé παρέχει ένα περιβάλλον κατάλληλο για τη δημιουργία επιπρόσθετων εφαρμογών με χαρακτηριστική αρχιτεκτονική plug-ins να αποτελεί μια ευέλικτη βάση για γρήγορη ανάπτυξη εργαλείων και εφαρμογών βασισμένων στη γνώση.

### 5.2 Μεθοδολογία Μηχανικής Οντολογιών

Για την οντολογία των μαθησιακών αποτελεσμάτων ακολουθήθηκε η προσέγγιση οπtwo-knowlege, η οποία μεθοδολογία έχει ως στόχο την έξυπνη πρόσβαση σε μεγάλους όγκους δεδομένων, τα οποία είναι ημιδομημένα, και πληροφορία που έχει τη μορφή κειμένου, η οποία μπορεί να βρίσκεται σε διάφορα δίκτυα. Οι διαδικασίες που προτείνονται από αυτή τη μεθοδολογία είναι οι ακόλουθες:

Διαδικασία 1: Προμελέτη της συνολικής εφαρμογής, η οποία πρέπει να λάβει χώρα πριν την ανάπτυξη των οντολογιών.

Διαδικασία 2: Έναρξη. Στη φάση αυτή περιγράφονται το θεματικό πεδίο και ο στόχος της οντολογίας, οι σχεδιαστικές προδιαγραφές, οι πηγές, οι πιθανοί χρήστες και οι πιθανές εφαρμογές.

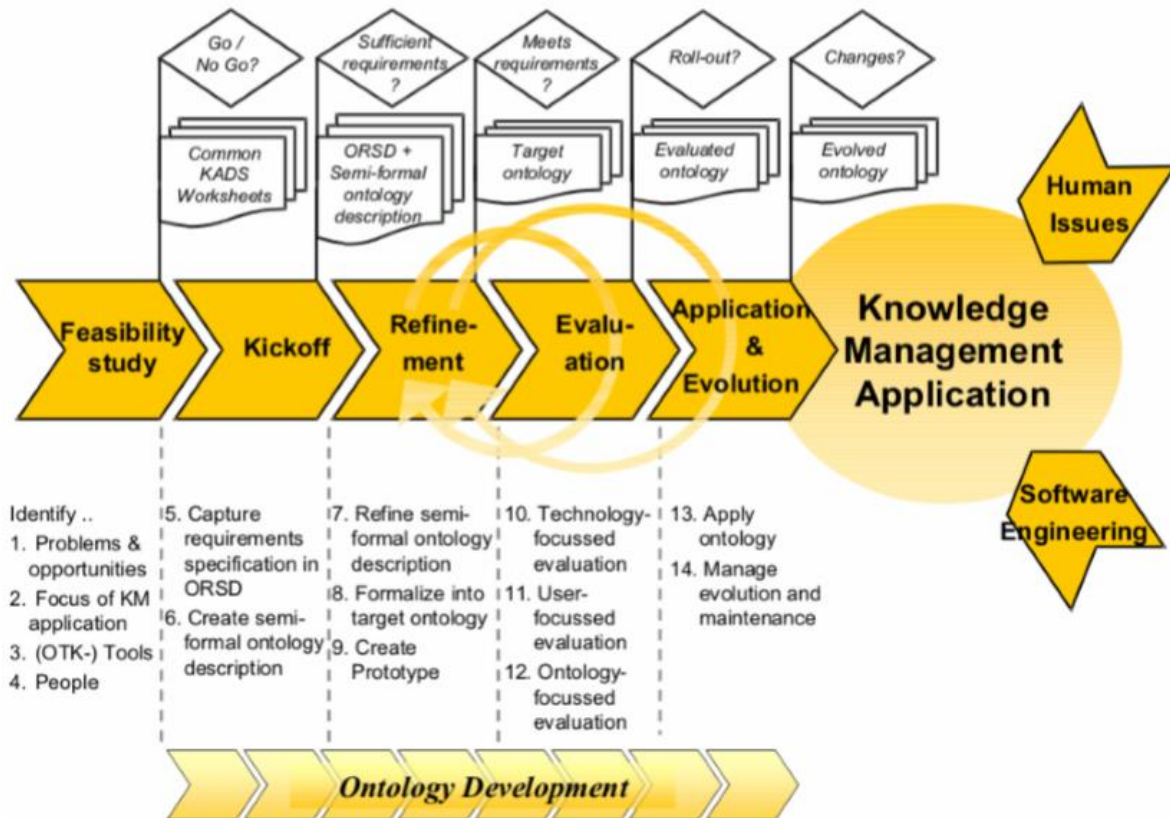
Διαδικασία 3: Βελτιστοποίηση της οντολογίας μέσω των παρακάτω ενεργειών.

- Ενέργεια 1: Εκμαίευση γνώσης από τους ειδικούς στο συγκεκριμένο θεματικό πεδίο. Και εδώ χρησιμοποιούνται ενδιάμεσα επίπεδα αναπαράστασης γνώσης.
- Ενέργεια 2: Μεταφορά της οντολογίας σε μία τυπική γλώσσα.

Διαδικασία 4: Αξιολόγηση μέσω των παρακάτω ενεργειών:

- Ενέργεια 1: Έλεγχος των απαιτήσεων και των ερωτήσεων ικανότητας.
- Ενέργεια 2: Έλεγχος της οντολογίας στο περιβάλλον της εφαρμογής.

Διαδικασία 5: Συντήρηση. Προτείνεται η συντήρηση της οντολογίας ως μέρος του λογισμικού.



Εικόνα 1

Οι φάσεις δημιουργίας μιας εφαρμογής διαχείρισης γνώσης βασισμένης σε οντολογία

### 5.3 Μεθοδολογία κατασκευής

Οι ερωτήσεις επάρκειας που θα χρησιμοποιηθούν αντιστοιχούν με τα μαθησιακά αποτελέσματα της γραμμικής άλγεβρας. Τα μαθησιακά αποτελέσματα χωρίζονται στις παρακάτω ενότητες :

1. Γραμμική Άλγεβρα
2. Πίνακες
3. Ορίζουσες
4. Διανυσματικοί Χώροι

Οι παραπάνω ενότητες χωρίζονται με βάση την κατηγοριοποίηση Bloom :

1. Γνώση
2. Κατανόηση
3. Εφαρμογή
4. Ανάλυση
5. Αξιολόγηση



Ως προς τα βήματα κατασκευής της οντολογίας, σε γενικές γραμμές ακολουθήθηκε η εξής διαδικασία:

- Αρχικά εντοπίστηκαν οι κύριες έννοιες του γνωστικού πεδίου οι οποίες και αποτέλεσαν τις κλάσεις.
- Οι κλάσεις αυτές οργανώθηκαν σε μια ιεραρχία (υποκλάσεις – υπερκλάσεις)
- Οι έννοιες-κλάσεις περιγράφηκαν με κάποιες ιδιότητες,

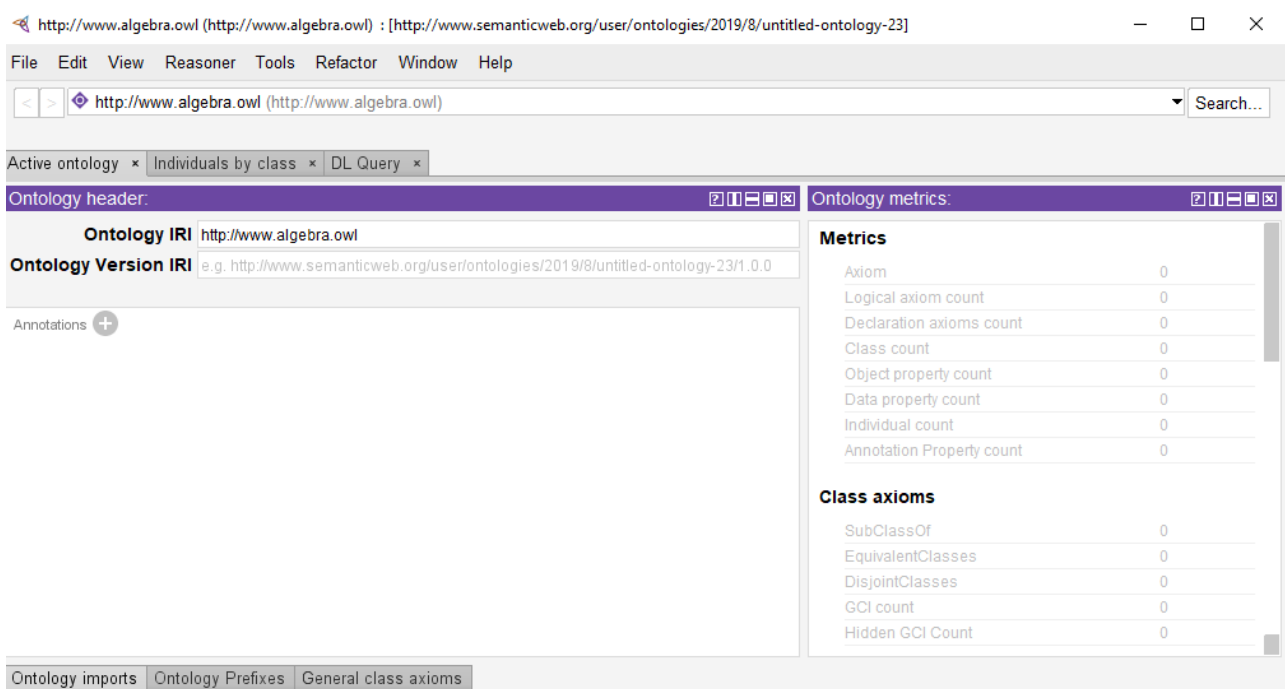
## 5.4 Αποτελέσματα Κατασκευής

Μετά από μελέτη των μαθησιακών αποτελεσμάτων και τους κανόνες για την ανάπτυξη της οντολογίας προκύπτουν οι ακόλουθες κλάσεις :

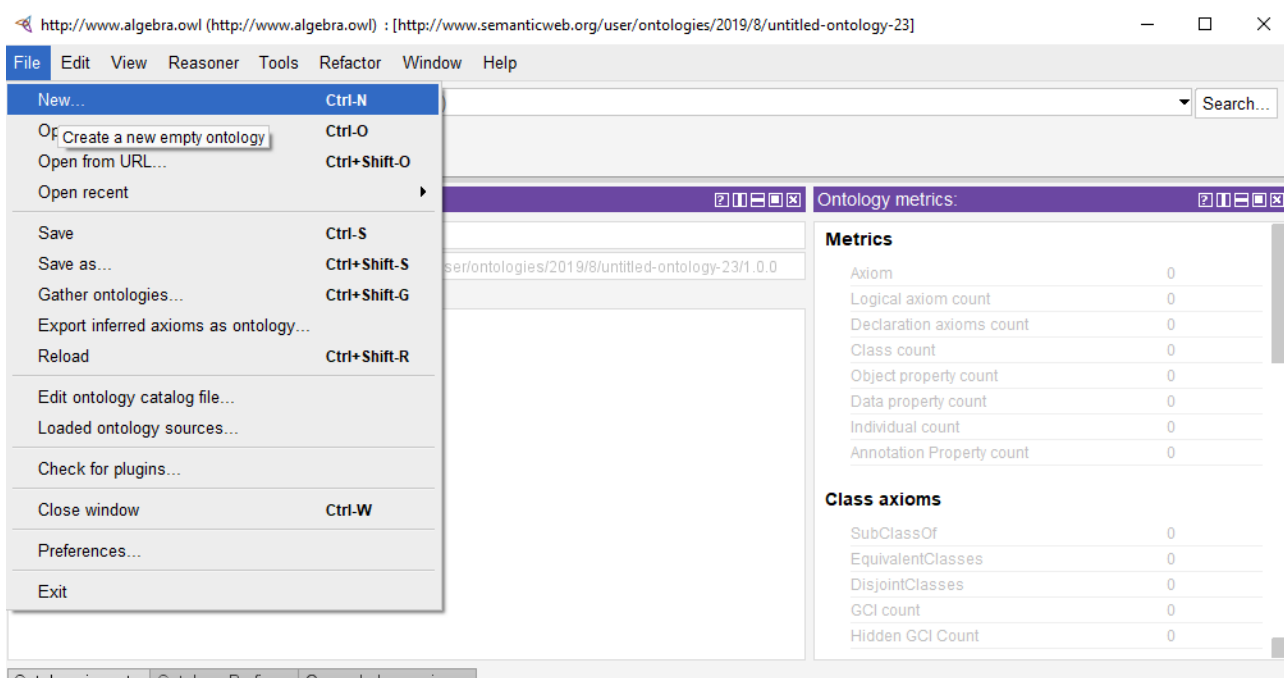
-Grammikh\_Algebra

1. Pinakes
2. Orizouses
3. Dianysmatikoi\_Xwroi

Αρχικά φαίνεται στις εικόνες που ακολουθούν η αρχική πλατφόρμα του Protégé 5:



Εικόνα 2 – Protégé



Εικόνα 3 – Το αρχείο

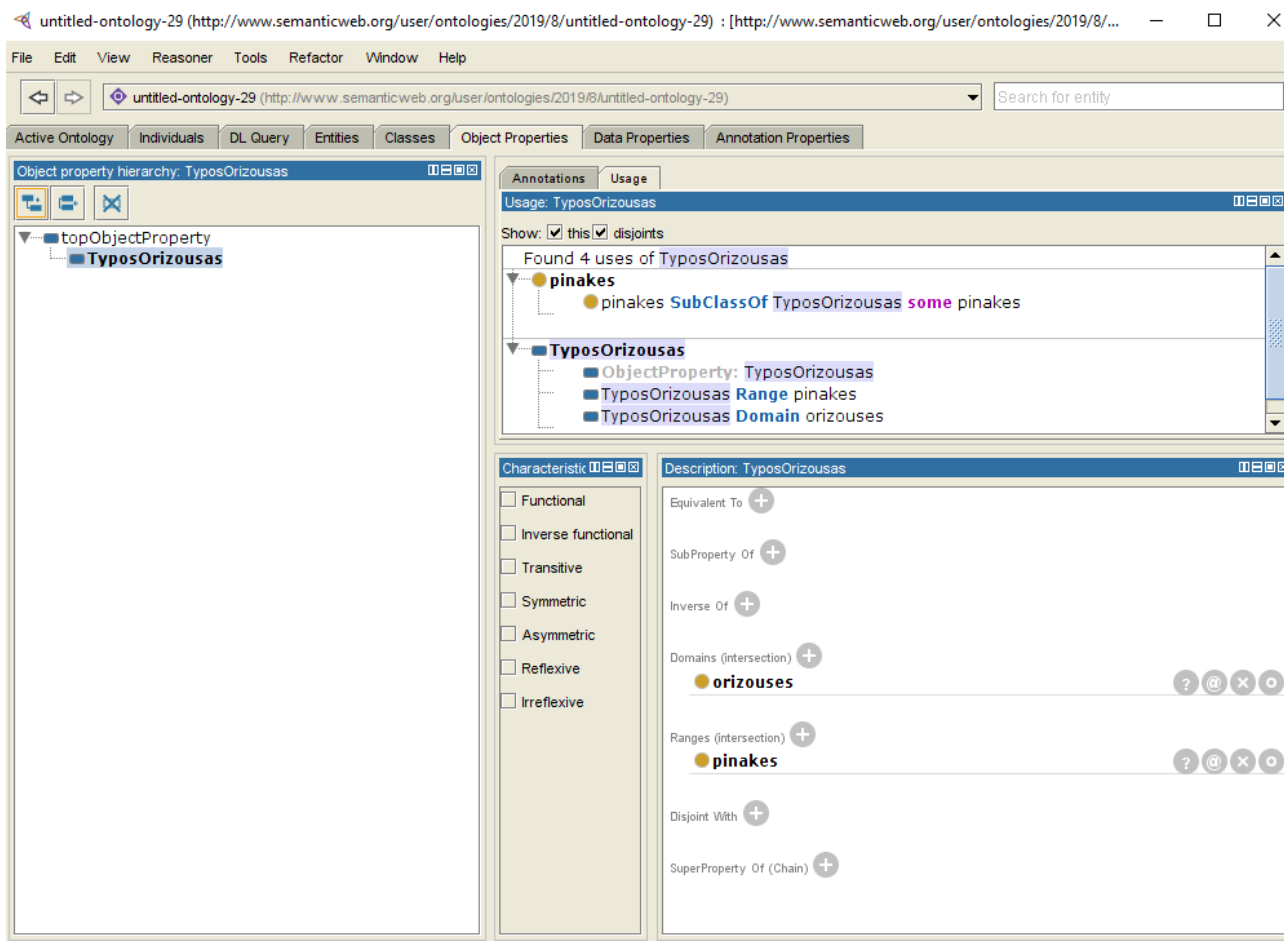
Έπειτα θα δείξουμε πως ονομάστηκαν οι κλάσεις:

The screenshot shows the Protege-OWL interface. The 'Tools' menu is open, highlighting 'Create class hierarchy...'. The left pane shows a class hierarchy starting with 'Thing', which has subclasses 'Dianysmatikoi\_Xwroi', 'orizouses', and 'pinakes'. The right pane shows the 'Class hierarchy: pinakes' view, displaying 'DisjointClasses: Dianysmatikoi\_Xwroi, orizouses, pinakes' and 'ginomeno\_pinakwn SubClassOf pinakes'. Below this, the 'Description: pinakes' pane shows 'Equivalent To' and 'SubClass Of' sections, with 'Thing' and 'TyposOrizousas some pinakes' listed as subclasses.

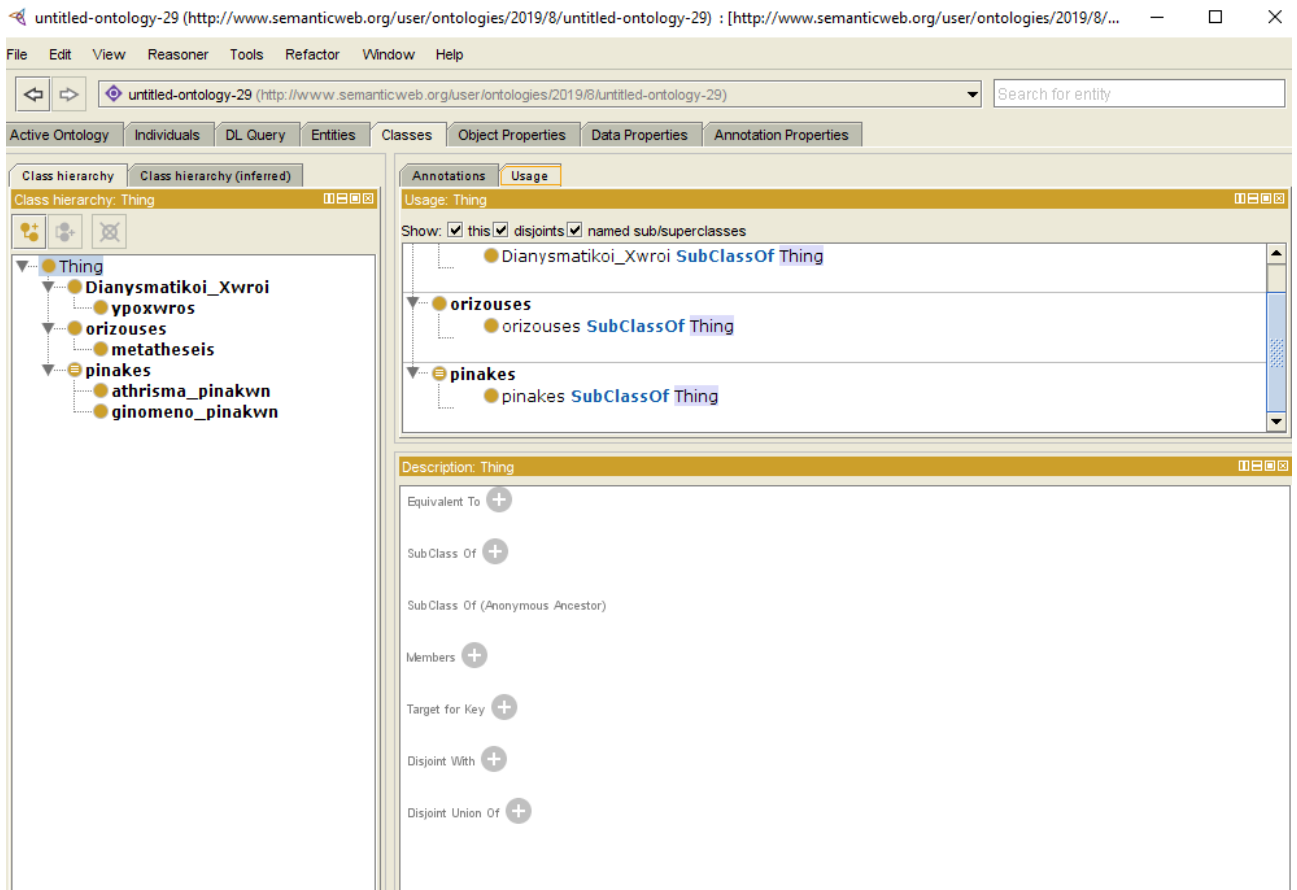
The 'Create Class Hierarchy' dialog box is shown. It has a title bar with a close button. The main area is titled 'Enter hierarchy' and contains the instruction: 'Please enter the hierarchy that you want to create. You should use tabs to indent names!'. There are input fields for 'Prefix' and 'Suffix'. A large text area contains the following text:

```
pinakes
  athrisma pinakwn
  ginomeno pinakwn
orizouses
  metatheseis
Dianysmatikoi Xwroi
  ypoxwros
```

At the bottom right, there are three buttons: 'Go Back', 'Continue', and 'Cancel'.



Εικόνα 6- Ιδιότητες και Μέθοδοι των Κλάσεων



Εικόνα 7 – Κλάσεις και Υποκλάσεις

## 6. Σύνοψη και συμπεράσματα:

Σκοπός αυτής της Πτυχιακής Εργασίας ήταν να δείξουμε στο επιστημονικό κοινό και στον χρήστη που έχει κάποια εξοικείωση με το αντικείμενο μια εναλλακτική μορφή θεματικής οργάνωσης της γνώσης της γραμμικής άλγεβρας. Πως, δηλαδή, μπορούμε να μεταρέψουμε την γραμμική άλγεβρα σε οντολογία. Δείξαμε ότι οι βασικές έννοιες που χρησιμοποιήσαμε μπορούν να μετατραπούν σε οντολογίες χρησιμοποιώντας τις διάφορες φόρμες και πεδία του Protégé. Ιδιαίτερες δυσκολίες δεν υπήρξαν. Επίσης, δείξαμε βάση της θεωρίας των οντολογιών ότι μια έτοιμη οντολογία μπορεί από μόνη της αποτελέσει λήμμα γραμμικής άλγεβρας με την κατάλληλη επεξεργασία. Επομένως, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τις οντολογίες ως εναλλακτική μορφή θεματικής οργάνωσης της γνώσης.

## Βιβλιογραφία

1. T. Berners-Lee, J. Handler, and O. Lassila: The Semantic Web, Scientific American, May 2001
2. G. Antoniou and F. van Harmelen, "A Semantic Web Primer", The MIT Press, 2004
3. W3C Semantic Web Activity, <http://www.w3.org/2001/sw/>
4. Bloom, B., Englehart, M. Furst, E., Hill, W., & Krathwohl, D. "Taxonomy of educational objectives: The classification of educational goals. Handbook I: Cognitive domain" New York, Toronto: Longmans, Green, 1956.
5. Berners-Lee T., Hendler J. & Lassila O. , "The Semantic Web", Scientific American, (2001). <http://www.w3.org/2001/sw/>
6. Abburu, S., & Babu, S. (2013). Survey on Ontology Construction Tools. International Journal of Scientific & Engineering Research, Vol. 4, Issue 6, June, pp. 1748-1752.
7. Al-Feel, H., Schafermeier R., & Paschke, A. (2013). An Inter-lingual Reference Approach For Multi-Lingual Ontology Matching. IJCSI International Journal of Computer Science Issues, Vol. 10, Issue 2, No 1, March.
8. Atefeh, S. Combining ontology and folksonomy: An Integrated Approach to Knowledge Representation. Ferdowsi University of Mashhad, Iran (Islamic Republic).
9. Auxilio, M., & Nieto, N. (2003). An Overview of Ontologies. Universidad De Las Américas Puebla – México. Retrieved from [http://www.starlab.vub.ac.be/teaching/ontologies\\_overview.pdf](http://www.starlab.vub.ac.be/teaching/ontologies_overview.pdf)
10. Βασιλειάδης, Ν. Σημασιολογικός Ιστός. Ανακτήθηκε από <http://lpis.csd.auth.gr/mtpx/sw/>
11. Βασιλειάδης. Μεθοδολογία ανάπτυξης οντολογιών 101. Αναρτήθηκε από <http://lpis.csd.auth.gr/mtpx/km/Slides-ontology-engineering.pdf>
12. Βικιπαίδεια. Retrieved March 2, 2014 from [http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9F%CE%BD%CF%84%CE%BF%CE%BB%CE%BF%CE%B3%CE%AF%CE%B1\\_%28%CF%80%CE%BB%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CE%BA%CE%AE%29](http://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9F%CE%BD%CF%84%CE%BF%CE%BB%CE%BF%CE%B3%CE%AF%CE%B1_%28%CF%80%CE%BB%CE%B7%CF%81%CE%BF%CF%86%CE%BF%CF%81%CE%B9%CE%BA%CE%AE%29)



13. Γαϊτάνου, Π., & Γεργατσούλης, Μ. (2006). Διαχείριση οντολογιών: μελέτη και εμβάθυνση στα βασικά προβλήματα που την αφορούν και παρουσίαση υπαρχόντων βιβλιοθηκών οντολογιών. 15ο Πανελλήνιο Συνέδριο Ελληνικών Ακαδημαϊκών Βιβλιοθηκών. Πάτρα, Ελλάδα, 1-3 Νοεμβρίου.
14. Δεναξάς, Δ. Ι. (2012). Σχεδιασμός και ανάπτυξη εφαρμογής για Mobile Social Space. Διπλωματική εργασία. Πανεπιστήμιο Πειραιώς, Αθήνα. Εργαστήριο Εκπαιδευτικού Υλικού & Εκπαιδευτικής Μεθοδολογίας. Μαθησιακά Αντικείμενα. Διαθέσιμο στο <http://eeyem.eap.gr/services/edy/learningobjects>
15. [file:///C:/Users/user/Desktop/sos/7\\_Ontologies.pdf](file:///C:/Users/user/Desktop/sos/7_Ontologies.pdf) από Γεωργία Σολωμού, Αγγελική Κουνέλη, Dr. Αχιλλέα Καμέα
16. [file:///C:/Users/user/Desktop/sos/Xirokosta\(math\).pdf](file:///C:/Users/user/Desktop/sos/Xirokosta(math).pdf) από Ρωξάνη Ε. Ξηροκώστα
17. [file:///C:/Users/user/Desktop/sos/Sereti\\_protupo\(maths\).pdf](file:///C:/Users/user/Desktop/sos/Sereti_protupo(maths).pdf) από Βασιλική Σερέτη
18. [file:///C:/Users/user/Desktop/επιπλέον/Nimertis\\_Aggelopoulos\(ma\).pdf](file:///C:/Users/user/Desktop/επιπλέον/Nimertis_Aggelopoulos(ma).pdf) από Αγγελουπούλου Νικολίτσα
19. <file:///C:/Users/user/Desktop/επιπλέον/ontologies%20kai%20protege.pdf> από τη Μαρία Παπαφώτη
20. [file:///C:/Users/user/Desktop/επιπλέον/Μπαγιαμπού-%20διπλωματική%20\(2\).pdf](file:///C:/Users/user/Desktop/επιπλέον/Μπαγιαμπού-%20διπλωματική%20(2).pdf) της Μπαγιαμπού Α. Μαρίας
21. <file:///C:/Users/user/Desktop/επιπλέον/26.Ανάπτυξη%20Οντολογίας%20Διαγραμματών%20Περιπτώσεων%20Χρήσης%20που%20είναι%20δυνατό%20να%20χρησιμοποιηθεί%20για%20εκπαιδευτικούς%20σκοπούς.pdf> από Μαρία Μπαγιαμπού και Αχιλλέα Καμέα.
22. <https://helios-eie.ekt.gr/EIE/bitstream/10442/406/1/M01.050.15.pdf> Γεώργιος Γκουτος Τμήμα Γενετικής, Πανεπιστήμιο του Cambridge.
23. [http://www.cs.uoi.gr/tech\\_reports/publications/master\\_2009\\_05.pdf](http://www.cs.uoi.gr/tech_reports/publications/master_2009_05.pdf) από τον Γεώργιο Λίτσιο
24. <https://simeioseismathimatikwn.files.wordpress.com/2013/02/ceb3cf81ceb1cebcbcebcceb9cebaceae-ceaccebbceb3ceb5ceb2cf81ceb1-cf80ceb1cf81ceb1ceb4ceb5ceafceb3cebcbceb1cf84ceb1-cebaceb1ceb9-ceb1cf83.pdf>
25. Γραμμική Άλγεβρα – Δημήτρης Γεωργίου – Ιωάννης Κούγιας – Θανάσης Μεγαρίτης Πάτρα 2012

26. <http://www.aifb.uni-karlsruhe.de/Publikationen> (YORK Sure, RUDI Studer. Semantic Web Technologies for Digital Libraries: Library Management 26 (415): 190-195. April 2005, Special Issue: Semantic Web, ISSN:0143-5124 5.
27. <http://www.aifb.uni-karlsruhe.de/Publikationen> (DE BRUIJN Jos. Using Ontologies – Enabling Knowledge Sharing and Reuse on the Semantic Web: Report on a Study of Literature, October 2003
28. <http://www.ekt.gr>
29. [protege.stanford.edu/publications/ontology-development/ontology101\\_noy\\_mcguinness.html](http://protege.stanford.edu/publications/ontology-development/ontology101_noy_mcguinness.html)
30. <http://el.wikipedia.org>