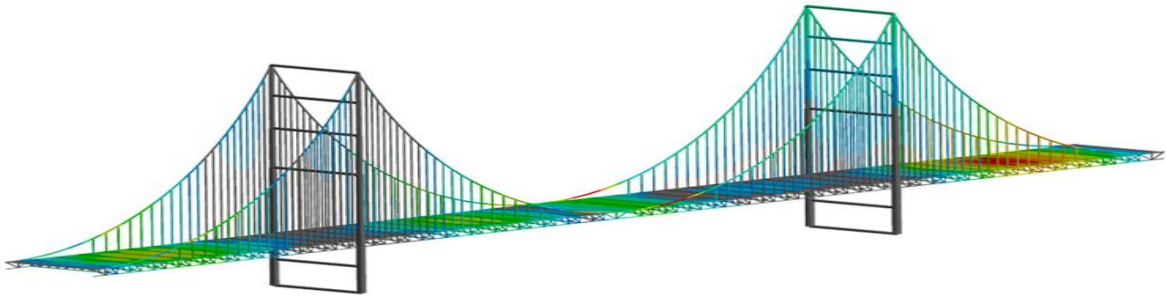


ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ:

**ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΣΕ ΔΟΜΙΚΑ ΥΛΙΚΑ ΚΑΙ
ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΕΡΓΑ:
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ANSYS**



ΦΟΙΤΗΤΡΙΕΣ:
ΕΥΑΓΓΕΛΙΑ ΑΝΑΓΝΩΣΤΟΠΟΥΛΟΥ
ΧΡΙΣΤΙΝΑ ΚΑΔΑ

ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ:
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΚΑΚΑΒΑΣ ΠΑΠΑΝΙΑΡΟΣ

ΠΑΤΡΑ 2020

ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ:

Αρχικά, θέλουμε να ευχαριστήσουμε τον καθηγητή μας Π. Κακκαβά Παπανιάρo, ο οποίος ανέλαβε την επίβλεψη μας πτυχιακής μας εργασίας και η βοήθειά του για την διεκπεραίωσή μας ήταν καταλυτική. Οι γνώσεις, τα σχόλια και οι παρατηρήσεις του μας βοήθησαν ιδιαίτερωσ και η συνεργασία μας ήταν ευχάριστη και πολύτιμη.

Εξίσου σημαντικά ήταν όλα αυτά που διδαχθήκαμε από μας υπόλοιπους καθηγητές μας σχολής, στην οποία φοιτήσαμε και τα εφόδια που λάβαμε θα μας βοηθήσουν σε σημαντικό βαθμό για τη μελλοντική επαγγελματική μας εξέλιξη και σταδιοδρομία. Μας ευχαριστούμε θερμά λοιπόν, για όσα μας δίδαξαν και μας προσέφεραν στα χρόνια μας φοιτητικής μας ζωής..

Τέλος, δεν πρέπει να παραλείψουμε να ευχαριστήσουμε το οικογενειακό και το φιλικό περιβάλλον για την υπομονή και τη στήριξη που υπέδειξε, μέχρις ότου να ολοκληρώσουμε την πτυχιακή εργασία, η οποία απαιτεί υπομονή, επιμονή, όρεξη, καλό προγραμματισμό και συστηματική δουλειά.

ΠΡΟΛΟΓΟΣ:

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία, ύστερα από μελέτη και διερεύνηση της βιβλιογραφίας, αποφασίσαμε να μελετήσουμε και να ασχοληθούμε με τα κριτήρια αστοχίας σε δομικά υλικά και κατασκευαστικά έργα. Με λίγα λόγια, το αντικείμενο που πραγματεύεται η έρευνα μας, είναι αυτό της αστοχίας των βασικών υλικών, τα οποία χρησιμοποιούμε στις κατασκευές μας ως Πολιτικοί Μηχανικοί.

Το θεωρητικό μέρος της έρευνάς μας, πραγματεύεται ποικίλα θέματα που μελετήσαμε και εντάξαμε στην εργασία μας ύστερα από ανασκόπηση της βιβλιογραφίας, όπως είναι η αντοχή των υλικών, οι διάφορες θεωρίες περί ελαστικότητας, τάσης και παραμόρφωσης, η αστοχία των υλικών και τα κριτήρια αστοχίας σε δομικά κατασκευαστικά έργα και η θεωρία σχετικά με τα πεπερασμένα στοιχεία. Τα παραπάνω λοιπόν θέματα, αφορούν στο θεωρητικό κομμάτι της πτυχιακής μας εργασίας.

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας, το πειραματικό, παρουσιάζονται εφαρμογές με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων-ANSYS. Το συγκεκριμένο πρόγραμμα και οι αναλύσεις που παρουσιάζονται μέσα από αυτό έχουν καταγραφεί στη συνέχεια της πτυχιακής εργασίας και θα το παρουσιάσουμε παρακάτω, για να γίνει κατανοητό.

ΠΕΡΙΛΗΨΗ:

Στόχος της παρούσας πτυχιακής εργασίας είναι η διερεύνηση και η μελέτη των κριτηρίων αστοχίας σε διάφορα δομικά υλικά που χρησιμοποιούνται κατά κόρον σε κατασκευαστικά έργα.

Στο πρώτο κεφάλαιο κεφάλαιο, γίνεται αναφορά σε ορισμένα εισαγωγικά στοιχεία σχετικά με την αντοχή των υλικών, τα είδη φορτίων και καταπονήσεων των υλικών, τα δομικά υλικά, την παραμόρφωση που υφίστανται και τα κατασκευαστικά έργα.

Στο δεύτερο κεφάλαιο, αναφερόμαστε στη θεωρία της ελαστικότητας, στην τάση και στις παραμορφώσεις.

Στο τρίτο κεφάλαιο, παρουσιάζεται η αστοχία των υλικών, που αποτελεί και το βασικό θέμα της παρούσας πτυχιακής εργασίας, ενώ το τέταρτο κεφάλαιο αφορά στα κριτήρια και τις θεωρίες αστοχίας.

Το πέμπτο κεφάλαιο αφορά στην παρουσίαση και ανάλυση πεπερασμένων στοιχείων και τη θεωρία γύρω από αυτά.

Τέλος, στο έκτο κεφάλαιο αναδεικνύονται εφαρμογές με το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων-ANSYS. Σε αυτό το σημείο, αξίζει να σημειώσουμε πως δημιουργήθηκαν προσομοιώσεις καταπονήσεων (Φόρτιση 1^η άσκηση, Κάμψη, Στρέψη) χρησιμοποιώντας το πρόγραμμα ANSYS σε δοκούς, προβόλους κλπ. διαφόρων υλικών (χάλυβας, αλουμίνιο, χυτοσίδηρος, ελατός χάλυβας, ορείχαλκος, ξύλινο). Συνολικά μελετάται η αντοχή τους και οι παραμορφώσεις τους.

ΛΕΞΕΙΣ-ΚΛΕΙΔΙΑ: δομικά υλικά, αστοχία των υλικών, θεωρίες αστοχίας των υλικών, πρόγραμμα ANSYS

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

<u>ΠΕΡΙΛΗΨΗ:</u>	<u>3</u>
<u>ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ</u>	<u>5</u>
<u>ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ</u>	<u>7</u>
<u>ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ</u>	<u>7</u>
<u>ΕΙΣΑΓΩΓΗ</u>	<u>9</u>
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο:</u>	<u>10</u>
<u>ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ</u>	<u>10</u>
1.1 ΑΝΤΟΧΗ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	10
1.2 ΕΙΔΗ ΦΟΡΤΙΩΝ.....	10
1.3 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ.....	12
1.4 ΔΟΜΙΚΑ ΥΛΙΚΑ.....	13
1.5 ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΈΡΓΑ.....	15
1.6. ΕΙΔΗ ΚΑΤΑΠΟΝΗΣΕΩΝ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	17
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο :</u>	<u>20</u>
<u>ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ, ΤΑΣΗ, ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ</u>	<u>20</u>
2.1 ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ	20
2.2 ΤΑΣΗ - ΝΟΜΟΣ ΤΟΥ ΗΟΟΚΕ - ΕΠΙΜΗΚΥΝΣΗ	20
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο :</u>	<u>24</u>
<u>ΑΣΤΟΧΙΑ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ</u>	<u>24</u>
3.1 ΑΣΤΟΧΙΑ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ	24
3.2 ΑΣΤΟΧΙΑ ΛΟΓΩ ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ	24
3.3 ΑΣΤΟΧΙΑ ΛΟΓΩ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΡΟΗΣ Ή ΥΠΕΡΒΟΛΙΚΗΣ ΠΛΑΣΤΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ...25	
3.4 ΑΣΤΟΧΙΑ ΛΟΓΩ ΘΡΑΥΣΗΣ	25
<u>ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο :</u>	<u>28</u>
<u>ΚΡΙΤΗΡΙΑ / ΘΕΩΡΙΕΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ</u>	<u>28</u>
4.1 ΚΡΙΤΗΡΙΑ ΑΣΤΟΧΙΑΣ ΣΕ ΔΟΜΙΚΑ ΚΑΤΑΣΚΕΥΑΣΤΙΚΑ ΈΡΓΑ	28
4.2 ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΟΡΘΗΣ ΤΑΣΗΣ	28

4.3 ΘΕΩΡΙΑ ΤΗΣ ΜΕΓΙΣΤΗΣ ΔΙΑΤΜΗΤΙΚΗΣ ΤΑΣΗΣ (TRESCA)	28
4.4 ΘΕΩΡΙΑ ΤΟΥ ΜΕΓΙΣΤΟΥ ΈΡΓΟΥ ΣΤΡΟΦΙΚΗΣ ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗΣ	29
4.5 ΙΣΟΔΥΝΑΜΗ ΤΑΣΗ (VON MISES)	29
4.6 Ο ΝΟΜΟΣ ΤΗΣ ΕΠΑΛΛΗΛΙΑΣ.....	33

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο : **34**

ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ (ΘΕΩΡΙΑ) **34**

5.1 ΕΙΣΑΓΩΓΗ.....	34
5.2 ΜΟΝΤΕΛΟΠΟΙΗΣΗ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ.....	35
5.3 ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΓΙΑ ΤΑ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ	38
5.4 ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΟ ΠΕΡΙΒΑΛΛΟΝ ANSYS	38
5.5 ΜΑΙΝ ΜΕΝΟΥ ANSYS	40
5.6 ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΕΣ ΤΟΥ ANSYS ΠΟΥ ΒΟΗΘΟΥΝ ΣΤΗΝ ΑΠΕΙΚΟΝΙΣΗ ΚΑΙ ΣΤΗ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗ ΤΩΝ ΜΟΝΤΕΛΩΝ UTILITY ΜΕΝΟΥ.....	49
5.7 PAN ZOOM ROTATE	51
5.8 ΕΠΙΠΛΕΟΝ ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΓΙΑ ΤΟ ANSYS ΠΟΥ ΘΑ ΧΡΗΣΙΜΟΠΟΙΗΘΟΥΝ	51
5.9 APDL (ANSYS PARAMETRIC DESIGN LANGUAGE) COMMAND LANGUAGE.....	52

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο : **54**

ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ - ANSYS.54

1. ΠΡΟΒΛΗΜΑ (BEER P 2,3,9)	54
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	54
Β. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ – ANSYS	57
ΘΕΩΡΙΑ: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΜΨΗΣ ΣΕ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗ	63
2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.1 (BEER P271)	64
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	65
Β. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	66
3. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.2 (BEER P 272).....	68
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	68
Β. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	70
ΘΕΩΡΙΑ: ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΚΚΕΝΤΡΗΣ ΑΞΟΝΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ.....	72
4. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.9.(BEER P 335).....	73
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	73
Β. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	74
5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4.9. (BEER P.334)	76
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	77
Β. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ	78
ΘΕΩΡΙΑ: ΣΤΡΕΨΗ ΜΕΛΩΝ ΜΕ ΜΗ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ	81
6. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.9. (BEER P. 236).....	85
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	85
Β. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ (ANSYS)	86
ΘΕΩΡΙΑ: ΛΥΓΙΣΜΟΣ.....	91
7. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10.1. (ΣΕΛ. 736 BEER).....	94
Α. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ.....	94

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤ ΟΙΧΕΙΑ (ANSYS)	95
<u>ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:.....</u>	<u>97</u>

ΠΙΝΑΚΑΣ ΕΙΚΟΝΩΝ

Εικόνα 1. 1. Μεταβλητά Φορτία	10
Εικόνα 1. 2. Άμεσα και Έμμεσα Φορτία	11
Εικόνα 1. 3. Συγκεντρωμένα και Επιφανειακά Φορτία	11
Εικόνα 1. 4. Παροδική ή Ελαστική Παραμόρφωση	12
Εικόνα 1. 5. Μόνιμη ή Πλαστική Παραμόρφωση.....	12
Εικόνα 1. 6. Καταπόνηση Εφελκυσμού.....	17
Εικόνα 1. 7. Καταπόνηση Θλίψης.....	17
Εικόνα 1. 8. Καταπόνηση Διάτμησης.....	18
Εικόνα 1. 9. Καταπόνηση Λυγισμού.....	18
Εικόνα 1. 10. Καταπόνηση Στρέψης	18
Εικόνα 1. 11. Καταπόνηση Κάμψης.....	19
Εικόνα 5. 1 Εισαγωγή στο ANSYS	39
Εικόνα 5. 2 Περιβάλλον Ansys	39
Εικόνα 5. 3 Οι εντολές του προεπεξεργαστή	41
Εικόνα 5. 4 Παράθυρο του Meshtool	44
Εικόνα 5. 5	45
Εικόνα 5. 6	45
Εικόνα 5. 7	46
Εικόνα 5. 8	46
Εικόνα 5. 9	47
Εικόνα 5. 10.....	49
Εικόνα 5. 11.....	49
Εικόνα 5. 12.....	50
Εικόνα 5. 13.....	50
Εικόνα 5. 14.....	51

ΠΙΝΑΚΑΣ ΣΧΗΜΑΤΩΝ

Σχήμα 2. 1 Οι ορθές εφελκυστικές τάσεις	20
Σχήμα 2. 2 Τάσεις.....	22
Σχήμα 3. 1 Είδη Θραύσης.....	27
Σχήμα 3. 2 Στάδια στην θραύση τύπου κυπέλλου – κώνου.....	27

Σχήμα 4. 1 Καταπόνηση με υδροστατική πίεση	30
Σχήμα 4. 2 Οριακές γραμμές για τις τάσεις που δεν επέρχεται αστοχία σε επίπεδη εντατική κατάσταση.....	30
Σχήμα 4. 3 Κύκλος του Mohr.....	31
Σχήμα 4. 4 Επιτρεπόμενες στατικές καταστάσεις.....	31
Σχήμα 4. 5 Κριτήρια αστοχίας (Mises and Tresca).....	32
Σχήμα 5. 1 Τυπική δομή λογισμικού ΜΠΣ.....	34
Σχήμα 6. 1 Βραχίονας στήριξης φορτίου 30 KN	54
Σχήμα 6. 2 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος του βραχίονα όπου απεικονίζονται το εφαρμοζόμενο φορτίο και οι δυνάμεις αντίδρασης.....	55
Σχήμα 6. 3 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος του μέλους AB, αποσπώμενο από την κατασκευή.....	55
Σχήμα 6. 4 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος της συναρμογής του βραχίονα στο B και το σχετικό τρίγωνο δυνάμεων.	56
Σχήμα 6. 5 Παραμόρφωση μιας εγκάρσιας διατομής.....	63
Σχήμα 6. 6 Επαλληλία για τον υπολογισμό της ροπής αδρανείας	64
Σχήμα 6. 7 Παραμορφωμένο σχήμα δοκού	64
Σχήμα 6. 8 Σύνθετα εμβαδά για τον υπολογισμό του κέντρου της διατομής.	68
Σχήμα 6. 9 Έκκεντρη αξονική φόρτιση. (α) Η αξονική δύναμη εφαρμόζεται μακριά από το κέντρο της διατομής. (b) Ισοδύναμο σύστημα δύναμης – ζεύγους που δρα στο κέντρο.....	72
Σχήμα 6. 10 Μέλος από ελατό χάλυβα.....	73
Σχήμα 6. 11 Ισοδύναμο σύστημα δύναμης-ζεύγους στο κέντρο της διατομής	73
Σχήμα 6. 12 (α) έκκεντρο φορτίο σε ένα ορθογώνιο ξύλινο υποστήλωμα. (b) Ισοδύναμο σύστημα δύναμης-ζεύγους για έκκεντρο φορτίο.	76
Σχήμα 6. 13 (c) κατανομές τάσης κατα μήκος των ακμών BC και AD. (d) Ο ουδέτερος άξονας είναι η γραμμή που διέρχεται από τα σημεία G και H. (e) Κατανομή τάσεων για έκκεντρο φορτίο.	76
Σχήμα 6. 14 Στρέψη ατράκτου τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής.....	81
Σχήμα 6. 15 Γωνιακό στοιχείο δοκού τετραγωνικής διατομής σε στρέψη: (α) θέση του στοιχείου στην ατρακτο και (b) πιθανές συνιστώσες διατμητικής τάσης στο στοιχείο.	81
Σχήμα 6. 16 Στοιχεία τάσης σε μια στρεπτικά φορτισμένη, παραμορφωμένη δοκό τετραγωνικής διατομής.....	82
Σχήμα 6. 17 Άτρακτος με ορθογώνια εγκάρσια διατομή, όπου φαίνεται η θέση της μέγιστης διατμητικής τάσης.	83
Σχήμα 6. 18 Εφαρμογή του αναλόγου της μεμβράνης σε άτρακτο με ορθογώνια εγκάρσια διατομή.	84
Σχήμα 6. 19 Ανάλογο της μεμβράνης για διάφορα λεπτότοιχα μέλη.	84
Σχήμα 6. 20 Γενικές διαστάσεις μιας συμπαγούς ορθογώνιας δοκού σε στρέψη.....	85
Σχήμα 6. 21	91
Σχήμα 6. 22	91
Σχήμα 6. 23 Διαγράμματα ελευθέρου σώματος (α) του λυγισμένου υποστυλώματος και (b) του τμήματος AQ.	91
Σχήμα 6. 24 Σχεδίαση της κρίσιμης τάσης	93
Σχήμα 6. 25 Διαρθρωτό ξύλινο υποστυλώμα τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής.....	94

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η μελέτη της μηχανικής των υλικών εφοδιάζει του μελλοντικούς μηχανικούς με τις απαραίτητες γνώσεις για την ανάλυση και την σχεδίαση διαφόρων μηχανών και κατασκευών που φέρουν φορτία¹. Τόσο η ανάλυση όσο και η σχεδίαση μιας δεδομένης κατασκευής βασίζονται στον προσδιορισμό των τάσεων και των παραμορφώσεων.

Τα είδη καταπόνησης είναι τα ακόλουθα:

- Κεντροβαρική
- Αξονική
- Διατμητική
- Στρέψη
- Κάμψη
- Θερμικές τάσεις

Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε την κατάταξη των δυνάμεων σε σχέση με τον χρόνο δράσης:

- Ψευδοστατικά: αυξάνουν ομαλά, πολύ αργά με το χρόνο.
- Μόνιμα ή πάγια: καταπονούν μόνιμα μια κατασκευή.
- Κρουστικά φορτία: δρουν απότομα με όλο το μέγεθος τους.
- Δυναμικά φορτία: μεταβάλλονται με το χρόνο, χώρο δράσης.
- Συγκεντρωμένα: δρουν σε πολύ μικρή περιοχή (σημείο).
- Κατανεμημένα: δρουν σε πεπερασμένη περιοχή του σώματος (Κεφάλαιο 1: Εισαγωγή)

¹ F. Beer et al, Μηχανική των Υλικών, εκδ. Τζιόλα, 7^η έκδοση, 2016

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 1^ο:

ΕΙΣΑΓΩΓΙΚΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ – ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΥΠΟΒΑΘΡΟ

1.1 Αντοχή των Υλικών²

Η Αντοχή των Υλικών, είναι η επιστήμη, που μελετά τα στοιχεία των κατασκευών και τις αντίστοιχες παραμορφώσεις τους, όταν πάνω σε αυτά ενεργούν εξωτερικές δυνάμεις, με κύριο στόχο τον καθορισμό των συνθηκών που εξασφαλίζουν την αντοχή τους.

Σκοπός της Αντοχής των υλικών είναι η παροχή στοιχείων για τη διαμόρφωση των κατασκευών με τον ασφαλέστερο και οικονομικότερο τρόπο και τη μέγιστη εκμετάλλευση διαθέσιμων υλικών και μεθόδων αλλά και αναζήτηση νέων μεθόδων σχεδιασμού και υλοποίησης (διαμόρφωσης) των κατασκευών.

Αντικείμενο της Αντοχής των Υλικών είναι η μελέτη της συμπεριφοράς ενός δομικού στοιχείου ή ενός τμήματος μιας κατασκευής όταν αυτή καταπονείται με εξωτερικά φορτία ή φορτία που προκύπτουν από θερμοκρασιακές μεταβολές, μεταβολές πίεσης, εσωτερικές ατέλειες κλπ. Αναπτύσσει δηλαδή τις σχέσεις που συνδέουν τα εξωτερικά φορτία με τις εσωτερικές δυνάμεις και παραμορφώσεις που αναπτύσσονται στο σώμα.

Όλα τα στατικά προβλήματα που μελετά η μηχανική των παραμορφώσιμων σωμάτων εμπίπτουν σε δύο κατηγορίες: προβλήματα αντοχής (strength problems) και προβλήματα στιβαρότητας (stiffness problems). Μια κατασκευή ή ένας μηχανισμός πρέπει να είναι «αρκετά ανθεκτική», δηλαδή πρέπει να ικανοποιεί προκαθορισμένα κριτήρια αντοχής. Επίσης, πρέπει να είναι «αρκετά στιβαρή» ώστε η παραμόρφωσή της να βρίσκεται εντός αποδεκτών ορίων.

1.2 Είδη Φορτίων

Φορτία ονομάζονται οι δυνάμεις ή οι ροπές οι οποίες ενεργούν στο εξωτερικό των σωμάτων και οι αντίστοιχες αντιδράσεις που αυτές προκαλούν.

Τα φορτία διακρίνονται σε:

- ♦ Μεταβλητά φορτία ονομάζονται τα φορτία που είναι μεταβαλλόμενα, κατά την θέση και το μέγεθος. Για παράδειγμα ένα αυτοκίνητο που διέρχεται μια γέφυρα είναι σε σχέση με τη γέφυρα μεταβλητό φορτίο.



Εικόνα 1. 1 Μεταβλητά Φορτία

² <https://sites.google.com/site/mechanologia552/paradeigmata-kaponeleon-apo-ten-pragmatikoteta>

- ♦ Μόνιμα φορτία ονομάζονται τα φορτία που δεν μεταβάλλονται ,κατά θέση και μέγεθος. Για παράδειγμα το ίδιο βάρος των σωμάτων.
- ♦ Άμεσα και έμμεσα φορτία ονομάζονται τα φορτία που δρουν απευθείας πάνω στα σώματα και τα φορτία που δρουν με τη μεσολάβηση διάταξης (άλλου σώματος). Παραδείγματος χάριν το βάρος ενός τραπεζιού και το βάρος των αντικείμενων που έχουν τοποθετηθεί πάνω στο τραπέζι, αντίστοιχα ως προς το δάπεδο.



Εικόνα 1. 2 Άμεσα και Έμμεσα Φορτία

- ♦ Συγκεντρωμένα και επιφανειακά φορτία ονομάζονται τα φορτία που ενεργούν σε μία πολύ μικρή περιοχή του σώματος και τα φορτία που ενεργούν σε μία εκτεταμένη περιοχή του σώματος. Για παράδειγμα συγκεντρωμένα είναι τα υποστυλώματα (κολόνες) μιας κατοικίας ενώ ως επιφανειακό χαρακτηρίζεται η πίεση του νερού στα τοιχώματα μιας πισίνας.



Εικόνα 1. 3 Συγκεντρωμένα και Επιφανειακά Φορτία

1.3 Παραμόρφωση

Η παραμόρφωση ενός σώματος είναι σε γενικές γραμμές η αλλαγή του σχήματος ή του μεγέθους έπειτα από την άσκηση κάποιας δύναμης πάνω στο σώμα. Η παραμόρφωση μπορεί να προκληθεί επίσης από μεταβολή της θερμοκρασίας του σώματος κατά τις διαδικασίες της συστολής ή διαστολής. Η έννοια της παραμόρφωσης χρησιμοποιείται πολύ συχνά στη φυσική, στην εφαρμοσμένη μηχανική, στη δομική, την επιστήμη υλικών καθώς και άλλες επιστήμες. Η μελέτη της ενδιαφέρει κάθε εφαρμογή όπου είναι σημαντική η στατικότητα, η στερεότητα και οι δομικές αστοχίες μιας κατασκευής ή ενός σώματος.

Οι παραμορφώσεις, που υφίστανται τα σώματα που φορτίζονται διακρίνονται σε:

- ♦ Παροδική ή Ελαστική, ονομάζεται η παραμόρφωση ενός σώματος όταν το σώμα επέρχεται πλήρως στην αρχική του μορφή μόλις πάψει να ενεργεί σε αυτό η δύναμη που προκαλεί την παραμόρφωση. (η ιδιότητα αυτή ονομάζεται και ελαστικότητα). Παραδείγματος χάριν όταν πιέζουμε ένα σφουγγάρι.



Εικόνα 1. 4 Παροδική ή Ελαστική Παραμόρφωση

- ♦ Μόνιμη ή Πλαστική, ονομάζεται η παραμόρφωση κατά την οποία το σώμα δεν επανέρχεται στην αρχική του μορφή αφού πάψει να ενεργεί σε αυτό η δύναμη. Αν το σώμα αυτό, το οποίο έχει υποστεί τέτοιου είδους παραμόρφωση, φορτιστεί σταδιακά με μεγαλύτερο φορτίο, αναπόφευκτα θα επέλθει η θραύση του.



Εικόνα 1. 5 Μόνιμη ή Πλαστική Παραμόρφωση

1.4 Δομικά Υλικά

♦ Όλκιμα και ψαθυρά υλικά

Όπως είναι φυσικό, όλα τα υλικά, από τα οποία αποτελούνται τα διάφορα σώματα, δεν επιδεικνύουν την ίδια συμπεριφορά όταν φορτίζονται, γι αυτό τον λόγο διακρίνονται σε όλκιμα και ψαθυρά υλικά.

Όλκιμα Υλικά: ονομάζονται τα υλικά εκείνα τα οποία όταν καταπονούνται παραμορφώνονται πολύ έως ότου σπάσουν. Όλκιμα είναι τα μέταλλα (εκτός του ορείχαλκου). Π.χ. χαλκός, αλουμίνιο, χάλυβας κ.λ.π.

Ψαθυρά Υλικά: ονομάζονται εκείνα τα οποία όταν καταπονούνται σπάνε απότομα με μηδενικές ή ελάχιστες παραμορφώσεις. Π.χ. χυτοσίδηρος, σκυρόδεμα, γυαλί, πέτρες, κεραμικά υλικά κ.λ.π.

♦ Χάλυβας³

Ο χάλυβας είναι κράμα σιδήρου με περιεκτικότητα σε άνθρακα που δεν υπερβαίνει το 2%. Λαμβάνεται από τον κοινό χυτοσίδηρο με αφαίρεση σημαντικού ποσοστού άνθρακα και άλλων προσμίξεων, με διάφορες μεθόδους παραγωγής.

Η βασική γνώση της δομής και της σύνθεσης του χάλυβα είναι χρήσιμη για την κατανόηση των ιδιοτήτων. Ανάλογα με την θερμοκρασία και την περιεκτικότητα σε άνθρακα, τα κράματα σιδήρου-άνθρακα βρίσκονται σε μορφή ωστενίτη, φερρίτη, σεμενίτη και περλίτη.

Ο ωστενίτης σχηματίζεται μόνο σε υψηλές θερμοκρασίες. Ο φερρίτης είναι ουσιαστικά καθαρός σίδηρος και χαρακτηρίζεται από μεγάλη πλαστιμότητα αλλά μικρή αντοχή. Ο σεμενίτης είναι πολύ σκληρός και έχει μεγάλη αντοχή, αλλά είναι ψαθυρός. Ο περλίτης, που είναι μίγμα φερρίτη και σεμενίτη σε αναλογία περίπου 7:1 αντίστοιχα, χαρακτηρίζεται από ενδιάμεση αντοχή και πλαστιμότητα.

Ο ρόλος του άνθρακα στο χάλυβα είναι καθοριστικής σημασίας. Αύξηση της περιεκτικότητας σε άνθρακα έχει ως αποτέλεσμα αύξηση της αντοχής και της σκληρότητας, αλλά μείωση της πλαστιμότητας, της δυσθραυστότητας και της συγκολλησιμότητας.

♦ Αλουμίνιο³

Το αλουμίνιο, που σε καθαρή μορφή ονομάζεται αργίλιο, και τα κράματα αυτού είναι σχετικά νεα μέταλλα. Είναι ένα αργυρόλευκο μέταλλο είναι το πιο άφθονο μέταλλο στο φλοιό της Γης και συνολικά το τρίτο (3^ο) πιο άφθονο χημικό στοιχείο στον πλανήτη μας, μετά το οξυγόνο και το πυρίτιο. Κατά βάρος αποτελεί περίπου το 8% του στερεού φλοιού.

Η βιομηχανική του παραγωγή ξεκίνησε πριν από 100 περίπου χρόνια, και σήμερα χρησιμοποιείται σε δομικές εφαρμογές με κάπως δευτερεύοντα χαρακτήρα (π.χ. στέγαστρα, πόρτες, παράθυρα και πλαίσια αυτών κ.τ.λ). Σε ορισμένες χώρες (π.χ. Η.Π.Α) η χρήση του έχει επεκταθεί και στην κατασκευή γεφυρών, υποστηλωμάτων, δοκών, δικτυωμάτων κ.τ.λ.

Βασικά πλεονεκτηματά του έναντι του χάλυβα είναι το χαμηλό βάρος (2700kg/m³) και ικανοποιητική ανθεκτικότητα σε διάβρωση, που ωφείλεται στο σχηματισμό λεπτότατης επιφανειακής προστατευτικής στρώσης οξειδίου.

³ Αθανάσιος Χ. Τριανταφύλλου, Δομικά Υλικά, 10^η έκδοση, 2013

Στα μειονεκτήματα κατατάσσονται το υψηλότερο κόστος, η μικρότερη αντοχή (που όμως σε μερικά κράματα του αλουμινίου είναι συγκρίσιμη με του χάλυβα), το μικρότερο μέτρο ελαστικότητας (γύρω στα 70MPa) και η δυσκολία στη συγκόλλησή του.

Ωστόσο είναι πολύ δραστικό χημικά ώστε να βρίσκεται στη φύση ως ελεύθερο μέταλλο. Βρίσκεται ενωμένο σε πάνω από 270 διαφορετικά ορυκτά. Η κύρια πηγή για τη βιομηχανική παραγωγή του μετάλλου είναι ο βωξίτης.

♦ Χυτοσίδηρος³

Ο χυτοσίδηρος περιέχει γενικά διάφορες προσμίξεις, ανάλογα με την ποιότητα του μεταλλεύματος αποτελείται περίπου από 1.5-4% άνθρακα, 0.5-2% πυρίτιο, 0.2-3% μαγγάνιο, 0.1-1% φωσφόρος και 0.1-1% θείο. Οι χυτοσίδηροι είναι εύθραυστοι σε σύγκριση με τον χάλυβα, αλλά παρουσιάζουν πιο καλή αντίσταση στην τριβή και την διάβρωση.

Υπάρχει ο λευκός χυτοσίδηρος ο οποίος σχηματίζεται με απότομη ψύξη, και περιέχει τον άνθρακα κυρίως ως σεμεντίτη. Ο σεμεντίτης, που είναι λευκός, σπάζει εύκολα και γι' αυτό ο λευκός χυτοσίδηρος είναι ψαθυρός.

Και ο τεφρός χυτοσίδηρος παράγεται με την ανάτηξη πρωτογενούς χυτοσιδήρου, την προσθήκη πυριτίου και την βραδεία ψύξη. Η προσθήκη πυριτίου και η αργή ψύξη του τήγματος ευνοούν τον σχηματισμό γραφίτη. Ο τεφρός χυτοσίδηρος έχει σχετικά μικρή σκληρότητα και εφελκυστική αντοχή, και χυτεύεται εύκολα.

Η χρήση του χυτοσιδήρου στις κατασκευές είναι σήμερα αρκετά περιορισμένη, κυρίως λόγω της μεγάλης ψαθυρότητας που χαρακτηρίζει τη θραύση του υλικού.

♦ Ξύλο³

Το ξύλο είναι ένα από τα παλαιότερα υλικά δόμησης, με ιστορία στις κατασκευές.

Η χρήση του ξύλου στις κατασκευές είναι ακόμα και σήμερα αρκετά διαδεδομένη, ιδιαίτερα σε χώρες με πολλά δάση (π.χ. Η.Π.Α, Καναδάς, Β. Ευρώπη). Στη χώρα μας βρίσκει αρκετές εφαρμογές στην κατασκευή φερόντων (π.χ. δοκοί, υποστηλώματα, στέγες, πλαίσια μεγάλων ανοιγμάτων) αλλά και μη φερόντων (π.χ. πόρτες, παράθυρα, δάπεδα, οροφές) στοιχείων.

Βασικά πλεονεκτήματα του ξύλου είναι η ευκολία με την οποία μπορεί να υποστεί κατεργασία, η καλή αισθητική, ο μεγάλος λόγος αντοχής προς βάρος, η εξαιρετική θερμομονωτική ικανότητα και ότι είναι ανανεώσιμο υλικό, ενώ στα μειονεκτηματά του κατατάσσονται η ανάγκη προστασίας έναντι περιβαλλοντικών (π.χ. υγρασία), βιολογικών (π.χ. μύκητες, έντομα) και άλλων (π.χ. πυρκαϊά) παραγόντων, και η σχετικά μεγάλη μεταβλητότητα που χαρακτηρίζει τις μηχανικές του ιδιότητες.

Το ξύλο είναι οργανικό προϊόν, προέρχεται δηλαδή από ζώντες οργανισμούς, τα δένδρα. Αυτά διακρίνονται στα κωνοφόρα, που δίνουν τη μαλακή ξυλεία, και στα πλατύφυλλα, που δίνουν τη σκληρή. Το μεγαλύτερο ποσοστό της δομικής ξυλείας προέρχεται από τα κωνοφόρα (π.χ. έλατο, πεύκο).

♦ Σκυρόδεμα³

Η δομή του σκυροδέματος είναι εξαιρετικά ανομοιογενής και περίπλοκη και ακόμα και σήμερα δεν έχουν γίνει πλήρως κατανοητές οι σχέσεις δομής-ιδιοτήτων του υλικού. Παρόλα αυτά, η κατανόηση των βασικών στοιχείων της δομής του σκυροδέματος θεωρείται ιδιαίτερα απαραίτητη για να εξηγηθούν οι διάφοροι παράγοντες που επηρεάζουν τις σημαντικότερες

ιδιότητες του (αντοχή, ελαστικότητα, συστολή, ερπυσμός, ρηγμάτωση, ανθεκτικότητα σε διάρκεια).

Μια πρώτη μακροσκοπική εξέταση του υλικού δείχνει ότι το σκυρόδεμα αποτελείται από αδρανή (άμμος, χαλίκι, σκύρα) διαφόρων σχημάτων και μεγεθών που είναι συγκολλημένα μεταξύ τους και περιβάλλονται από τον ενυδατωμένο τσιμεντοπολτό, το προϊόν της αντίδρασης του νερού με το τσιμέντο.

Η πολυπλοκότητα της δομής του σκυροδέματος αποκαλύπτεται σε μικροσκοπικό επίπεδο όπου παρατηρούνται τα παρακάτω:

Πρώτον, διακρίνεται μια τρίτη φάση, η μεταβατική ζώνη, η οποία αντιπροσωπεύει την περιοχή της διεπιφάνειας μεταξύ των μεγάλων αδρανών και του τσιμεντοπολτού και έχει πάχος 10-50μm περίπου. Η ζώνη αυτή είναι γενικά ασθενέστερη από τα προαναφερθέντα συστατικά του σκυροδέματος και επηρεάζει σημαντικότερα τη μηχανική συμπεριφορά του.

Δεύτερον, η κάθε μια από τις παραπάνω τρεις φάσεις είναι από τη φύση της πολυφασική. Για παράδειγμα, τα αδρανή αποτελούνται από διάφορα ορυκτά, μικρορωγμές και κενά, ενώ ο τσιμεντοπολτός αλλά και η μεταβατική ζώνη αποτελούνται από διάφορα στερεά σωματίδια, πόρους και μικρορωγμές.

Τρίτον, η δομή του σκυροδέματος δεν είναι σταθερή αλλά μεταβάλλεται με το χρόνο, την υγρασία του περιβάλλοντος και τη θερμοκρασία.

1.5 Κατασκευαστικά Έργα

♦ Κατασκευές από Σκυρόδεμα⁴

Οι διαφορετικές ιδιότητες των πρώτων υλών που αναμιγνύονται στη παραγωγή του σκυροδέματος (μάζα, όγκος, φυσικοχημικά χαρακτηριστικά) ανάγουν την παραγωγή σκυροδέματος σε μία εξαιρετικά πολύπλοκη και σύνθετη διαδικασία. Οι αυστηρές διατάξεις του Κανονισμού Τεχνολογίας Σκυροδέματος του 1997 (Κ.Τ.Σ. 97) προβλέπουν τις ελάχιστες δοσολογίες των πρώτων υλών ανάλογα με τις ιδιαιτερότητες της προβλεπόμενης εφαρμογής του σκυροδέματος, όπως η εργασιμότητα, η αντοχή, η πλαστιμότητα, το περιβάλλον στο οποίο εκτίθεται, η απόδοση και διάρκεια ζωής της κατασκευής. Εξαιτίας της έντονης σεισμικής δραστηριότητας που σημειώνεται στη χώρα μας, τόσο η διαδικασία παραγωγής όσο και η τελική ενσωμάτωση του σκυροδέματος στις κατασκευές διέπονται από τον εξαιρετικά απαιτητικό Κανονισμό Τεχνολογίας Σκυροδέματος (Κ.Τ.Σ. 97), ο οποίος ισχύει σήμερα καλύπτοντας τις απαιτήσεις για σύγχρονες ασφαλείς και αντισεισμικές κατασκευές. Θεωρείται το οικονομικότερο και ασφαλέστερο οικοδομικό υλικό, με εξαιρετική σχέση κόστους - παρεχόμενων ιδιοτήτων και για το λόγο αυτό είναι αναντικατάστατο. Είναι εξαιρετικά εύπλαστο υλικό, αφού μπορεί, όταν είναι νωπό, να λάβει οποιαδήποτε μορφή, χαρακτηρίζεται δε από ιδιαίτερες ιδιότητες που προσφέρουν ανθεκτικότητα και προστασία από διάφορα επιθετικά περιβάλλοντα έκθεσης. Χάρη στη μεγάλη ευελιξία του είναι το πιο εύχρηστο δομικό υλικό, αλλά ταυτόχρονα με τη μικρότερη διάρκεια ζωής καθώς πρέπει να χρησιμοποιηθεί το αργότερο εντός μίας ώρας και τριάντα λεπτών από τη παραγωγή του.

♦ Μεταλλικές Κατασκευές⁵

Τα μεταλλικά κτίρια είναι κατασκευές που κερδίζουν σταθερά έδαφος στην οικοδόμηση βιοτεχνικών και βιομηχανικών χώρων, αποθηκών και γενικά κτιρίων που απαιτούν υψηλή αντοχή, λειτουργικότητα, αντισεισμικότητα και άριστες συνθήκες εσωτερικού χώρου. Οι

⁴ <http://www.interbeton.gr/default.asp?siteID=1&pageid=34&langid=1>

⁵ <http://www.psimoulis.gr/index.php/construction/metallika>

χρήσεις τους αφορούν κυρίως βιομηχανικούς ή βιοτεχνικούς χώρους, εργοστάσια, αποθηκευτικούς χώρους, στέγαστρα κ.α. χωρίς όμως να αποκλείεται η χρήση του χάλυβα και σε κατοικίες, ειδικά όταν γίνεται προσθήκη καθ' ύψος και επιζητείται ελαφριά κατασκευή. Στη συνέχεια αναπτύσσονται συνοπτικά πληροφορίες για όλα τα στάδια σχεδιασμού, μελέτης και κατασκευής ενός μεταλλικού κτιρίου.

Παραγωγή, επεξεργασία και μεταφορά.

Το υλικό που χρησιμοποιείται στις μεταλλικές κατασκευές είναι ο χάλυβας. Όλα τα δομικά στοιχεία, δοκοί, δικτυώματα, λάμες, κοχλίες, κ.α. κατασκευάζονται από υψηλής ποιότητας χάλυβα, σύμφωνα με τα σχέδια της μελέτης, με απόλυτη ακρίβεια. Όλα τα μεταλλικά στοιχεία υπόκεινται σε χημική επεξεργασία και τελική βαφή πριν μεταφερθούν στο εργοτάξιο, ώστε να αποκτήσουν το μέγιστο των αντοχών σε όλες τις μηχανικές καταπονήσεις αλλά και στις καιρικές συνθήκες (αποφυγή ρηγμάτωσης, παραμόρφωσης και οξείδωσης). Παράλληλα οι τοιχοποιίες επιλέγονται με τέτοιο τρόπο ώστε να προσφέρεται η μέγιστη ηχομόνωση και θερμομόνωση, ενώ διατίθενται και ειδικά panels που προσφέρουν αντηλιακή προστασία. Η πληθώρα χρωμάτων και υφών μπορούν να προσφέρουν στο τελικό κτίριο άριστη αισθητική εναρμόνιση με το περιβάλλον.

Πλεονεκτήματα των μεταλλικών κτιρίων.

Τα μεταλλικά κτίρια έχουν πληθώρα πλεονεκτημάτων και παρουσιάζουν σαφείς υπεροχές έναντι των συμβατικών κατασκευών, ειδικά όταν απαιτούνται υψηλές αντοχές και προβλέπεται έντονη λειτουργικότητα στο κτίριο.

- Αποτελούν τις πλέον ενδεδειγμένες κατασκευές για βιομηχανικούς χώρους, χώρους αποθήκευσης, κλπ, λόγω της σημαντικής εξοικονόμησης ελεύθερου χώρου.
- Είναι 100% αντισεισμικά, με υψηλή αντοχή σε μετακινήσεις εδαφών, καθιζήσεις, ανεμοπιέσεις, φορτίων χιονιού σύμφωνα με τις διατάξεις των Ευρωκωδίκων (EC). Παράλληλα η αντοχή σε ευκαιριακές ή τυχαίες καταπονήσεις προσφέρει σταθερότητα σε μηχανολογικό εξοπλισμό που λειτουργεί εντός του κτιρίου (πχ γερανογέφυρες).
- Ο ορθολογικός συνδυασμός του χάλυβα με τα υπόλοιπα υλικά (panels, σκυρόδεμα, κλπ) μπορεί να οδηγήσει στην δημιουργία των καλύτερων δυνατών συνθηκών εργασίας και διαβίωσης.
- Ο χρόνος αποπεράτωσης είναι πολύ σύντομος και –ανάλογα με τα σχέδια- η ολοκλήρωση της κατασκευής διαρκεί από κάποιες ημέρες έως λίγους μήνες.

◆ Οι Σύμμικτες Κατασκευές⁶

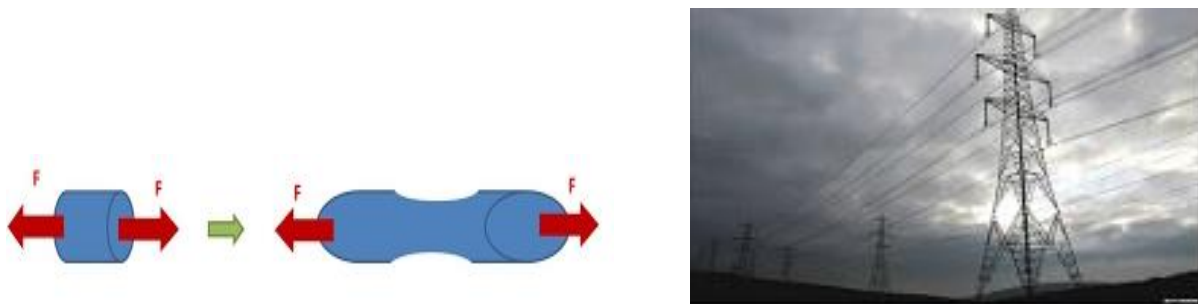
Ένας έξυπνος και ταυτόχρονα οικονομικός τρόπος κατασκευής είναι η σύμμικτη κατασκευή. Σε αυτό τον τρόπο δόμησης γίνεται συνδυασμός δομικού χάλυβα και οπλισμένου σκυροδέματος για τη σύνθεση του φέροντος οργανισμού. Επιπρόσθετα υπάρχει η δυνατότητα

⁶<https://www.mavvidis.com/%CF%83%CF%8D%CE%BC%CE%BC%CE%B9%CE%BA%CF%84%CE%B5%CF%82-%CE%BA%CE%B1%CF%84%CE%B1%CF%83%CE%BA%CE%B5%CF%85%CE%AD%CF%82-%CE%BC%CE%B9%CE%B1-%CE%AD%CE%BE%CF%85%CF%80%CE%BD%CE%B7-%CE%BA%CE%B1%CE%B9-%CE%BF/>

της χρήσης ειδικού υλικού πληρώσεως, που είναι σε θέση να λειτουργήσει και ως φέρουσα τοιχοποιία, όπως π. χ. πανέλο αποτελούμενο από ειδικό τρισδιάστατο μεταλλικό πλέγμα με ενσωματωμένη πλάκα από εξηλασμένη πολυστερίνη, το οποίο επιχρίεται αμφίπλευρα με ειδικό κονίαμα. Εκμεταλλευόμενες τη συνεργασία των ιδιοτήτων των παραπάνω υλικών, οι σύμμικτες κατασκευές που προκύπτουν, προσφέρουν μια σειρά από πλεονεκτήματα, όπως τη σύντομη διάρκεια ανέγερσης και αποπεράτωσης του έργου, την εξαιρετική αντισεισμική συμπεριφορά, την υψηλή ποιότητα λόγω της εργοστασιακής παραγωγής του μεγαλύτερου μέρους των μελών και το πολύ χαμηλό κόστος κατασκευής. Το μειωμένο κόστος οφείλεται μεταξύ άλλων στα λιγότερα ημερομίσθια που απαιτούνται για την ανέγερση του φέροντος οργανισμού, και τις λιγότερες εισφορές υπέρ τρίτων, που μειώνονται αισθητά λόγω του συγκεκριμένου τρόπου δόμησης. Σε αισθητικό και σε λειτουργικό επίπεδο οι σύμμικτες κατασκευές παρέχουν στο μελετητή μεγαλύτερη ελευθερία στη διαμόρφωση της κάτοψης (μεγαλύτερα ανοίγματα, ευέλικτη κάτοψη, κλπ.) και της μορφής του κτιρίου (ιδιαίτερες αρχιτεκτονικές και λειτουργικές μορφές, κλπ.), χωρίς να εκτοξεύουν το κόστος της κατασκευής στα ύψη.

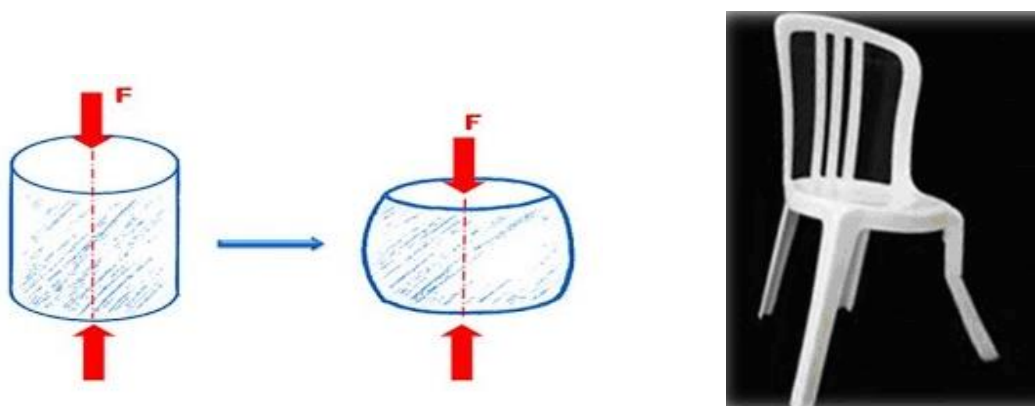
1.6. Είδη Καταπονήσεων των Υλικών

- ♦ Εφελκυσμός: είναι η καταπόνηση κατά την οποία σε ένα σώμα εφαρμόζονται δυο ομοαξονικά εξωτερικά φορτία (ίσα και αντίθετης φοράς) που προσπαθούν να το επιμηκύνουν.



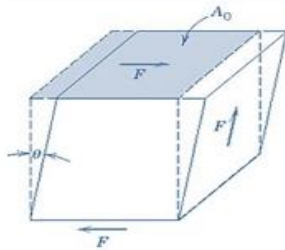
Εικόνα 1. 6 Καταπόνηση Εφελκυσμού

- ♦ Θλίψη: είναι η καταπόνηση κατά την οποία σε ένα σώμα εφαρμόζονται δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις που δρουν στον ευθύγραμμο άξονα του σώματος.



Εικόνα 1. 7 Καταπόνηση Θλίψης

- ◆ Διάτμηση: ονομάζεται η καταπόνηση που εμφανίζεται σε ένα σώμα όταν δύο ίσες και αντίθετες δυνάμεις ενεργούν κάθετα στον άξονα του και οι διευθύνσεις τους βρίσκονται πολύ πλησίον η μία στην άλλη



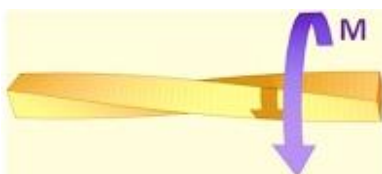
Εικόνα 1. 8 Καταπόνηση Διάτμησης

- ◆ Λυγισμός: είναι το φαινόμενο κατά το οποίο ένας φορέας που φορτίζεται σε θλίψη χάνει (ξαφνικά) την ευστάθειά του και εμφανίζει σημαντικές μετατοπίσεις στην εγκάρσια κατά τη φόρτισή του διεύθυνση.



Εικόνα 1. 9 Καταπόνηση Λυγισμού

- ◆ Στρέψη: προκαλείται σε ένα σώμα όταν ασκείται μια ροπή στον άξονά του, που τείνει να τον στρίψει.



Εικόνα 1. 10 Καταπόνηση Στρέψης

- ◆ Κάμψη: εμφανίζεται σε ένα σώμα, όταν ενεργούν σε αυτό φορτία κάθετα στον άξονα του, που έχουν ως συνέπεια τη δημιουργία ροπών, που βρίσκονται σε ένα επίπεδο κάθετο στη διατομή του και που διέρχεται από το γεωμετρικό άξονα του σώματος.



Εικόνα 1. 11 Καταπόνηση Κάμψης

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 2^ο :

ΘΕΩΡΙΑ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ, ΤΑΣΗ, ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΕΙΣ

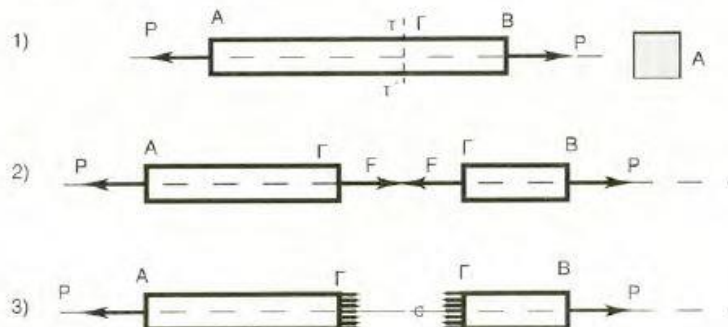
2.1 Θεωρία Ελαστικότητας⁷

Η Θεωρία της Ελαστικότητας είναι κλάδος της μηχανικής και των μαθηματικών που αφορά στη μοντελοποίηση της συμπεριφοράς στερεού σώματος, υπό την επίδραση εξωτερικών δράσεων (δυνάμεων και ροπών, μετατοπίσεων, θερμοκρασιακών διαφορών) όταν αυτό θεωρηθεί ως συνεχές, ομογενές, ισότροπο και ελαστικό. Στη γενική περίπτωση ένα στερεό σώμα μπορεί υπό την επίδραση δυνάμεων ή άλλων δράσεων να επιταχύνεται και/ή να παραμορφώνεται. Ωστόσο, αν το μοντέλο που επιλέξουμε είναι γραμμικό τότε τα δύο μπορούν να εξεταστούν ανεξάρτητα. Άρα λοιπόν στη Θεωρία ελαστικότητας σπάνια εξετάζουμε μη-γραμμικά μοντέλα. Επίσης σπάνια εξετάζουμε μοντέλα που περιλαμβάνουν δυναμική συμπεριφορά (επιταχύνσεις). Με άλλα λόγια μια εισαγωγή στη θεωρία ελαστικότητας καταρχήν εξετάζει τις παραμορφώσεις γραμμικού ελαστικού σώματος υπό την επίδραση δυνάμεων και ροπών και εξωτερικά επιβαλλόμενων μετατοπίσεων. Η Μηχανική παραμορφώσιμων σωμάτων έχει λοιπόν αρκετούς άλλους κλάδους όπως την Αντοχή των υλικών, τη Θεωρία πεπερασμένων στοιχείων, τη μοντελοποίηση δυναμικών αποκρίσεων, τη μοντελοποίηση παραμορφώσεων υπό την επίδραση θερμικής διαστολής/συστολής, τη θεωρία γραμμικών τέλεια πλαστικών σωμάτων και άλλους.

2.2 Τάση - Νόμος του Hooke - Επιμήκυνση⁸

♦ Τάση

Έστω η ράβδος AB (Σχήμα 2.1 α - 1) που καταπονείται σε εφελκυσμό από τα φορτία P. Με ένα επίπεδο κάθετο στον άξονά της, πραγματοποιούμε στο σημείο Γ, την τομή τ - τ, με την οποία διαχωρίζουμε τη ράβδο στα τμήμα τα ΑΓ και ΒΓ (Σχήμα 2.1 α - 2). Εξετάζοντας τις συνθήκες ισορροπίας του αριστερού τμήματος ΑΓ, διαπιστώνουμε ότι για να βρίσκεται σε ισορροπία, θα πρέπει το δεξιό τμήμα ΒΓ να ασκεί σε αυτό μία δύναμη F, ίση και αντίθετη της P. Κατ'αναλογία, για να βρίσκεται σε ισορροπία το τμήμα ΒΓ, θα πρέπει να ασκείται σε αυτό, από το αριστερό τμήμα ΑΓ μία δύναμη F, ίση και αντίθετη της P.



Σχήμα 2. 1 Οι ορθές εφελκυστικές τάσεις

⁷https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B5%CF%89%CF%81%CE%AF%CE%B1_%CE%B5%CE%BB%CE%B1%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CF%8C%CF%84%CE%B7%CF%84%CE%B1%CF%82

⁸ <https://sites.google.com/site/mechanologia552/paradeigmata-kaponeseon-apo-ten-pragmatikoteta>

Οι δυνάμεις F , είναι εσωτερικές δυνάμεις, ομοιόμορφα κατανεμημένες στις διατομές στο σημείο Γ της ράβδου, που προήλθαν από την τομή $\tau - \tau'$ (Σχήμα 2.1 α - 3).

Αν υποθέσουμε, ότι κάθε στοιχειώδες τμήμα της διατομής δέχεται τη στοιχειώδη δύναμη (σ), τότε, αφού η διατομή της ράβδου είναι ίση με A , προκύπτει:

$$F = \sigma \cdot A$$

Και

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{F}{A}$$

όπου: (σ) τάση ή ορθή τάση από το γεγονός ότι είναι κάθετα στην διατομή ή ορθή εφελκυστική τάση γιατί προέκυψε από καταπόνηση της ράβδου σε εφελκυσμό.

◆ Έλεγχος τάσης

Πρόκειται για τον έλεγχο των τάσεων που αναπτύσσονται σε φορτισμένα σώματα με:

- Δεδομένη διατομή
- Δεδομένα υπαρκτά εξωτερικά φορτία

Για να διαπιστώσουμε:

- Αν τα σώματα αντέχουν με ασφάλεια
- Ή ότι οι αναπτυσσόμενες τάσεις είναι μικρότερες
- Ή ίσες με τις επιτρεπόμενες

◆ Επιτρεπόμενη τάση

Για να είναι εξασφαλισμένη η αντοχή των κατασκευών, είναι αυτονόητο, ότι δεν πρέπει κατά τη φόρτισή τους να εξαντλούνται τα όρια της αντοχής τους, γιατί αν αυτό συμβεί και το υλικό παρουσιάσει π.χ. ένα μη εμφανές ελάττωμα, τότε όλη η κατασκευή θα καταρρεύσει.

Θα πρέπει επομένως, η κατασκευή να φορτιστεί κατά τέτοιο τρόπο, ώστε να υπάρχουν επαρκείς εγγυήσεις ασφάλειας, έναντι πιθανών κινδύνων, που δεν είναι γνωστοί, όταν πραγματοποιούμε τους υπολογισμούς αντοχής.

Οι κίνδυνοι, εκτός από τα πιθανά εσωτερικά ελαττώματα των υλικών, μπορούν να συνοψιστούν σε: μικρορωγμές, στην ύπαρξη ξένων προσμίξεων στα υλικά με επακόλουθη την αλλοίωση των ιδιοτήτων τους, στην αβεβαιότητα των μεγεθών, (και του τρόπου με τον οποίο ενεργούν), των μέγιστων φορτίων με επακόλουθη την αδυναμία προσδιορισμού των αντίστοιχων τάσεων.

Η αδυναμία αυτή, γίνεται εντονότερη, λόγω των αναγκαστικών απλοποιήσεων που πραγματοποιούνται στους υπολογισμούς της αντοχής, προκειμένου να αντιμετωπιστούν πολύπλοκα προβλήματα.

Επιτρεπόμενη τάση ($\sigma_{επ}$), ονομάζεται η τάση με την οποία επιτρέπεται να καταπονηθεί ένα υλικό, για να είναι εξασφαλισμένη η αντοχή του, (και φυσικά κάτω από συγκεκριμένα περιθώρια ασφάλειας). Η τάση αυτή ορίζεται από τη σχέση:

$$\sigma_{επ} = \frac{\sigma_{\theta\rho}}{V} \quad \text{ή} \quad \sigma_{επ} = \frac{\sigma_{\delta}}{V}$$

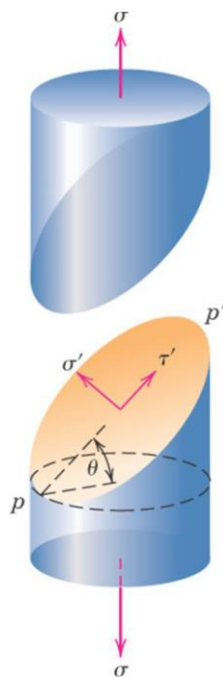
όπου:

v : ο συντελεστής ασφάλειας, ο οποίος δείχνει πόσες φορές η επιτρεπόμενη τάση είναι μικρότερη της τάσης θραύσης του υλικού, ή της τάσης διαρροής

($v \cdot \sigma_{επ} = \sigma_{\theta\rho}$ και $v \cdot \sigma_{επ} = \sigma_{\delta}$).

Ο συντελεστής ασφάλειας προσδιορίζεται από τεχνικούς κανονισμούς, δεν είναι λίγες οι περιπτώσεις, που πρέπει να καθοριστεί από το μελετητή, όχι πάντοτε χωρίς σοβαρές δυσκολίες.

Γεωμετρική θεώρηση των καταστάσεων της τάσης



Σχήμα 2.2 Τάσεις

- Το είδος της τάσης εξαρτάται από τον προσανατολισμό των δυνάμεων σε σχέση με τα επίπεδα πάνω στα οποία δρουν
- σ – εφελκυστική τάση εφαρμοζόμενη παράλληλα προς τον άξονα \rightarrow εφελκυστική δύναμη : $F_t = \sigma A_0$
- Στο επίπεδο PP' έχουμε (γωνία θ με το επίπεδο της εξωτερικής πλευράς του δοκιμίου):

-εφελκυστική δύναμη , κάθετα στο PP'

$$F'_t = F_t \cos \theta$$

-διατμητική δύναμη , παράλληλα στο PP'

$$F'_s = F_t \sin \theta$$

◆ Νόμος του Hooke

Από πειραματικές δοκιμές των υλικών, έχει αποδειχθεί ότι οι παραμορφώσεις που υφίστανται τα φορτισμένα σώματα, είναι ανάλογες με τα φορτία, στην αρχή των παραμορφώσεων, αλλά στη συνέχεια, οι παραμορφώσεις αυξάνονται, (με ταχύτερο ρυθμό), σε μεγαλύτερο ποσοστό από το αντίστοιχο ποσοστό αύξησης των φορτίων.

Ο νόμος του Hooke αναφέρει ότι: Αν δεν ξεπεραστεί ένα συγκεκριμένο όριο, που ονομάζεται όριο αναλογίας, οι παραμορφώσεις που υφίστανται τα φορτισμένα σώματα, είναι ανάλογες με τα αντίστοιχα φορτία που τις προκάλεσαν.

◆ Επιμήκυνση

Με τον όρο επιμήκυνση χαρακτηρίζουμε την αύξηση του μήκους του σώματος στη περίπτωση του εφελκυσμού και με τον όρο επιβράχυνση την ελάττωση του μήκους του σώματος στη περίπτωση της θλίψης.

Η ειδική επιμήκυνση και η ειδική επιβράχυνση δίνονται αντίστοιχα από το πηλίκο της επιμήκυνσης (Δl) ή της επιβράχυνσης (Δl) και του αρχικού μήκους (l) του σώματος και ορίζεται από την σχέση:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}$$

Το μέτρο ελαστικότητας (E) χαρακτηρίζει το υλικό του σώματος και ορίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 3^ο :

ΑΣΤΟΧΙΑ ΤΩΝ ΥΛΙΚΩΝ

3.1 Αστοχία των Υλικών⁹

Αστοχία είναι ο διαχωρισμός ενός υλικού σε 2 ή περισσότερα τμήματα λόγω της επιβολής τάσης. Η αστοχία των τεχνικών υλικών είναι ένα ανεπιθύμητο γεγονός και έχει σαν συνέπεια την έκθεση ανθρώπινων ζώων σε κίνδυνο, οικονομικές απώλειες, παρέμβαση στη διαθεσιμότητα προϊόντων και υπηρεσιών. Ο μηχανικός πρέπει να ελαχιστοποιήσει την πιθανότητα αστοχίας. Για να μην υπάρξει αστοχία σε δομικά τμήματα κατά την λειτουργική ζωή πρέπει να γίνεται τακτική επιθεώρηση και συντήρηση ή αντικατάσταση εάν χρειαστεί.

¹⁰Τα δομικά στοιχεία κατασκευών μπορεί να αποτύχουν στην εκτέλεση των λειτουργιών για τις οποίες χρησιμοποιούνται, δηλαδή μπορεί να υποστούν αστοχία (failure), με τρεις κυρίως τρόπους:

- i) Λόγω υπερβολικής ελαστικής παραμόρφωσης.
- ii) Λόγω πλαστικής ροής ή υπερβολικής πλαστικής παραμόρφωσης.
- iii) Λόγω θραύσης.

Η πλήρης κατανόηση των πιθανών τρόπων αστοχίας είναι ιδιαίτερα σημαντική για τον σωστό και ασφαλή σχεδιασμό δομικών στοιχείων. Αξίζει, λοιπόν, να εξετασθεί λίγο αναλυτικότερα καθενας από τους παραπάνω πιθανούς λόγους αστοχίας.

3.2 Αστοχία Λόγω Υπερβολικής Ελαστικής Παραμόρφωσης

Η αστοχία ενός δομικού στοιχείου κατασκευών λόγω υπερβολικής ελαστικής παραμόρφωσης μπορεί να εμφανιστεί με δύο μορφές:

α) υπερβολική ελαστική παραμόρφωση κάτω από συνθήκες στατικής ισορροπίας, όπως για παράδειγμα είναι η ελαστική κάμψη μίας δοκού υπό την επίδραση σταδιακά αυξανόμενου φορτίου και

β) λυγισμός (buckling) στοιχείων που δέχονται θλιπτικά αξονικά φορτία (π.χ. ράβδοι), κάτω από συνθήκες ασταθούς στατικής ισορροπίας.

Η αστοχία ενός δομικού στοιχείου λόγω υπερβολικής ελαστικής παραμόρφωσης μπορεί να είναι εξίσου επιζήμια και καταστροφική για μία κατασκευή, όσο θα ήταν ακόμη και αν αυτό έσπαγε τελείως.

Η συμπεριφορά των υλικών σε ελαστική παραμόρφωση καθορίζεται και εξαρτάται αποκλειστικά από το μέτρο ελαστικότητας (E) και όχι από την αντοχή του κάθε υλικού (π.χ. όριο ροής).

⁹ https://www.materials.uoc.gr/el/undergrad/courses/ETY349/notes/2017/lecture_6.pdf

¹⁰ http://www.mie.uth.gr/ekp_yliko/mhx_symp_ylik_i.pdf

Όπως είναι γνωστό από την τεχνολογία υλικών, το μέτρο ελαστικότητας ενός υλικού εξαρτάται άμεσα από το είδος των χημικών δεσμών μεταξύ των ατόμων του υλικού. Όσο ισχυρότεροι είναι οι χημικοί δεσμοί, τόσο μεγαλύτερο μέτρο ελαστικότητας έχει το υλικό. Μεγάλο μέτρο ελαστικότητας σημαίνει ότι το υλικό παρουσιάζει μεγάλη αντίσταση σε ελαστικές παραμορφώσεις.

Επειδή δεν μπορούμε να παρέμβουμε τεχνητά στο είδος των χημικών δεσμών, επομένως δεν μπορούμε να βελτιώσουμε και το μέτρο ελαστικότητας του υλικού, σε εφαρμογές που απαιτείται μεγάλη δυσκαμψία πρέπει να επιλέγονται υλικά με υψηλό μέτρο ελαστικότητας.

3.3 Αστοχία Λόγω Πλαστικής Ροής Ή Υπερβολικής Πλαστικής Παραμόρφωσης

Αστοχία λόγω πλαστικής ροής ή υπερβολικής πλαστικής παραμόρφωσης εμφανίζεται όταν τα εξωτερικά φορτία που καταπονούν ένα δομικό στοιχείο είναι αρκετά μεγάλα, ώστε οι τάσεις που αναπτύσσονται στο υλικό να υπερβούν το όριο ροής του. Αυτό έχει σαν αποτέλεσμα την πλαστική παραμόρφωση του δομικού στοιχείου, δηλαδή την μόνιμη αλλαγή των διαστάσεων ή/και του σχήματός του, γεγονός που μπορεί να το καταστήσει ανίκανο να συνεχίσει να λειτουργεί ομαλά και με ασφάλεια.

Όσον αφορά τα όλκιμα μέταλλα, κάτω από συνθήκες στατικής φόρτισης και σε θερμοκρασίες περιβάλλοντος, η πλαστική ροή σπάνια οδηγεί σε θραύση, διότι εμφανίζεται το φαινόμενο της εργοσκληρυνσης (work-hardening), που σημαίνει ότι όσο αυξάνεται η πλαστική παραμόρφωση του υλικού, τόσο υψηλότερη τάση απαιτείται για να συνεχιστεί περαιτέρω η παραμόρφωση.

Η αστοχία λόγω υπερβολικής πλαστικής παραμόρφωσης εξαρτάται από το όριο ροής (yield-stress) σε συνθήκες μονοαξονικής φόρτισης (εφελκυσμού ή θλίψης). Σε πιο περίπλοκες εντατικές καταστάσεις και πάλι το όριο ροής είναι η κυρίαρχη παράμετρος, προσαρμοσμένο όμως σε κάποια ειδικά κριτήρια πλαστικής ροής. Τα πιο σημαντικά από αυτά είναι το κριτήριο μέγιστης διατμητικής τάσης (ή κριτήριο Tresca) και το κριτήριο στροφικής ενέργειας (ή κριτήριο Von Mises).

Τέλος, η εμφάνιση αστοχίας λόγω υπερβολικής πλαστικής παραμόρφωσης αποκτά ιδιαίτερη σημασία όταν η θερμοκρασία λειτουργίας του δομικού στοιχείου είναι υψηλή. Τότε, ελλείπει του φαινομένου της εργοσκληρυνσης, τα μεταλλικά υλικά παρουσιάζουν συνεχώς αυξανόμενη πλαστική παραμόρφωση ακόμη και κάτω από σταθερή τάση. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται ερπυσμός (creep) και μία πρώτη επαφή μαζί του έγινε στο μάθημα της τεχνολογίας υλικών.

Ωστόσο, ορισμένες ειδικότερες πτυχές της συμπεριφοράς των μεταλλικών υλικών σε ερπυσμό εξετάζονται και στα πλαίσια της μηχανικής συμπεριφοράς των υλικών.

3.4 Αστοχία Λόγω Θραύσης

Αστοχία λόγω θραύσης (fracture) εμφανίζεται όταν σε ένα υλικό προϋπάρχουν ή δημιουργούνται ρήγματα (cracks), τα οποία κάτω από συγκεκριμένες συνθήκες μηχανικής καταπόνησης προωθούνται, ακαριαία ή σταδιακά, και οδηγούν στην καταστροφή του δομικού στοιχείου.

Η θραύση είναι ένας πολύ επικίνδυνος τρόπος αστοχίας, ειδικά στα ψαθυρά (brittle) υλικά, διότι συμβαίνει ακαριαία και πολλές φορές χωρίς να δώσει προηγουμένως κάποια προειδοποιητική ένδειξη. Μεγάλες καταστροφές κατασκευών, με πολλά ανθρώπινα θύματα και υλικές ζημιές, έχουν συμβεί με τον τρόπο αυτό.

Οι κυριότερες αιτίες που προκαλούν θραύση είναι:

- Η επιλογή ακατάλληλων υλικών.
- Η ακατάλληλη επεξεργασία.
- Η ανεπαρκής σχεδιασμός του εξαρτήματος.
- Η κακή χρήση.

Στα όλκιμα (ductile) υλικά η κατάσταση είναι καλύτερη, διότι εκεί της θραύσης προηγείται συνήθως εκτεταμένη πλαστική παραμόρφωση, η οποία μπορεί να γίνει ευκολότερα αντιληπτή και να οδηγήσει στην πρόληψη της καταστροφικής θραύσης.

Όλκιμη θραύση αναλυτικά χαρακτηρίζεται από :

- Εκτεταμένη πλαστική παραμόρφωση στην περιοχή μιας αναπτυσσόμενης ρωγμής
- Η διαδικασία εξελίσσεται σχετικά αργά.
- Σχηματίζεται μια σταθερή ρωγμή η οποία αντιστέκεται σε περαιτέρω επέκταση εκτός εάν υπάρχει μια αύξηση στην εφαρμοζόμενη τάση.
- Η παρουσία της πλαστικής παραμόρφωσης προειδοποιεί ότι επίκειται θραύση, επιτρέποντας προληπτικά μέτρα που πρέπει να ληφθούν.
- Απαιτείται περισσότερη ενέργεια παραμόρφωσης καθόσον αυτά τα υλικά είναι γενικά πιο δύσθραυστα.
- Στα περισσότερα μεταλλικά κράματα και στα πολυμερή.

Η ξαφνική ψαθυρή θραύση εμφανίζεται στα ψαθυρά υλικά, χωρίς να έχει προηγηθεί σχεδόν καθόλου πλαστική παραμόρφωση σε αυτά. Ψαθυρή θραύση μπορεί να εμφανιστεί και σε όλκιμα μεταλλικά υλικά, κάτω από ορισμένες προϋποθέσεις.

Το συνηθέστερο παράδειγμα αυτής της κατηγορίας είναι οι απλοί ανθρακούχοι χάλυβες κατασκευών, οι οποίοι σε χαμηλές θερμοκρασίες (συνήθως κάτω από 0 °C) παρουσιάζουν μια μετάβαση από όλκιμη σε ψαθυρή συμπεριφορά, γεγονός που καθιστά πιθανή μια ξαφνική θραύση τους χωρίς να έχει προηγηθεί σημαντική πλαστική παραμόρφωσή τους.

Η ψαθυρή θραύση αναλυτικά χαρακτηρίζεται από :

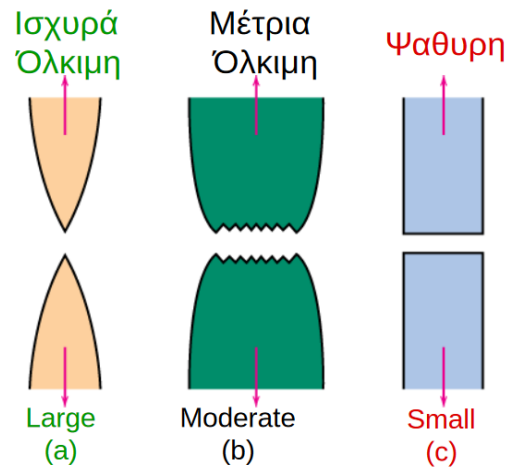
- Ρωγμές που εξαπλώνονται εξαιρετικά γρήγορα.
- Πολύ μικρή συνοδευτική πλαστική παραμόρφωση.
- Δημιουργούνται ασταθείς ρωγμές των οποίων η διάδοση τους συνεχίζεται αυθόρμητα χωρίς αύξηση σε μέγεθος της εφαρμοζόμενης τάσης.
- Εμφανίζεται ξαφνικά και καταστροφικά χωρίς καμία προειδοποίηση.
- Στα κεραμικά και πολυμερή.

Η μετάβαση από όλκιμη σε ψαθυρή θραύση ευνοείται από την μείωση της θερμοκρασίας όπως αναφέρθηκε, αλλά και από την αύξηση του ρυθμού φόρτισης, δηλαδή του πόσο γρήγορα εφαρμόζεται μία δύναμη επάνω στο δομικό στοιχείο.

Για παράδειγμα, ενώ όταν ένα φορτίο μεγέθους F εφαρμοστεί σιγά-σιγά σε ένα υλικό τότε αυτό δεν υφίσταται θραύση, μπορεί το ίδιο φορτίο F όταν εφαρμοστεί με μεγάλη ταχύτητα (π.χ. σαν κρουστικό φορτίο) να οδηγήσει το ίδιο υλικό σε ψαθυρή θραύση.

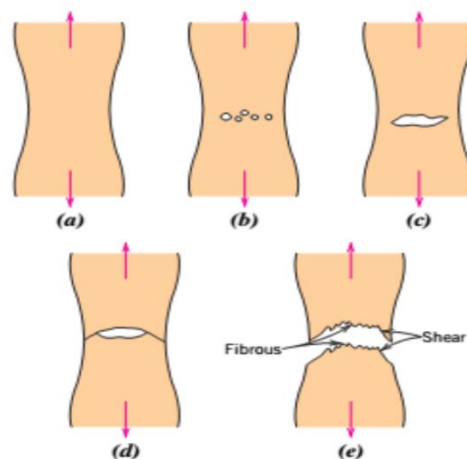
Για την ανάλυση προβλημάτων ψαθυρής θραύσης υπάρχει μία ισχυρή θεωρία που ονομάζεται θραυσεομηχανική (fracture mechanics).

Συμπεριφορά θραύσης:



Σχήμα 3. 1 Είδη Θραύσης

Στάδια στη θραύση τύπου κυπέλλου – κώνου:



Σχήμα 3. 2 Στάδια στην θραύση τύπου κυπέλλου – κώνου

- Αρχική στένωση.
- Σχηματισμός μικρών κοιλοτήτων.
- Συνένωση κοιλοτήτων και σχηματισμός ρωγμής.
- Διάδοση ρωγμής μέσω διατμητικής παραμόρφωσης σε $\sim 450\mu\text{m}$ το άξονα εφελκυσμού ($\tau_{45} = \tau_{\text{max}}$)
- Τελική διατμητική θραύση σε γωνία 45° προς την διεύθυνση της εφελκυστικής τάσης με επιφάνεια με ινώδη κεντρικό εσωτερικό τμήμα (ενδεικτικό της πλαστικής παραμόρφωσης)

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 4^ο :

ΚΡΙΤΗΡΙΑ / ΘΕΩΡΙΕΣ ΑΣΤΟΧΙΑΣ

4.1 Κριτήρια Αστοχίας Σε Δομικά Κατασκευαστικά Έργα

Στις περιπτώσεις σύνθετης καταπόνησης όπου εμφανίζεται η γενική εντατική κατάσταση, αντιμετωπίζεται το πρόβλημα προσδιορισμού της αντοχής του υλικού. Ο πειραματικός προσδιορισμός της αντοχής σε σύνθετη καταπόνηση είναι δύσκολος και συνήθως πολυδάπανος.

Η ασφάλεια του τμήματος μιας κατασκευής σε διαρροή ή θραύση είναι δυνατόν να καθοριστεί μόνο με την μονοδιάστατη εντατική κατάσταση, που αποτελείται από μια τάση. Η επίπεδη/δισδιάστατη εντατική κατάσταση χαρακτηρίζεται από τρεις τάσεις ($\sigma_z, \sigma_y, \tau_{zy}$) για τη δράση των οποίων όμως δεν μπορούμε να κρίνουμε αν άρχισε η διαρροή ή η θραύση. Προκύπτει λοιπόν το πρόβλημα αν οι παράμετροι αντοχής (σ_s, σ_B) που προσδιορίστηκαν με τη δοκιμή μονοδιάστατης καταπόνησης μπορούν να συσχετιστούν με την έναρξη διαρροής ή θραύσης σε δισδιάστατη εντατική κατάσταση.

Για να έχουμε λοιπόν μια εκτίμηση της ασφάλειας αναπτύχθηκαν διάφορες θεωρίες αστοχίας, ανάλογα με το αν το υλικό είναι ψαθυρό ή όλκιμο, οι οποίες ξεκινούν από διαφορετικές παραδοχές για την αιτία μιας θραύσης ή διαρροής, που σε όλες όμως τις θεωρίες αυτές υπολογίζεται από τις τάσεις της πολυδιάστατης εντατικής κατάστασης μια τάση σύγκρισης (σ_n) που είναι δυνατόν να συγκριθεί με το όριο διαρροής ή την αντοχή θραύσης. Οι σπουδαιότερες θεωρίες αστοχίας αναλύονται παρακάτω:

4.2 Θεωρία Της Μέγιστης Ορθής Τάσης

Σε επίπεδη εντατική κατάσταση όταν η μεγαλύτερη από τις ορθές τάσεις φτάσει σε μια οριακή τιμή, αναλόγως το υλικό, εμφανίζεται η θραύση και η τάση αυτή ορίζεται σαν τάση σύγκρισης η οποία πρέπει να είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη τάση σύγκρισης. Η θεωρία αυτή διαπιστώθηκε πως είναι κατάλληλη για ψαθυρά υλικά που καταπονούνται σε εφελκυσμό, αλλά και για υλικά με όλκιμη συμπεριφορά σε περίπτωση πλήρους παρεμπόδισης της διαρροής.

4.3 Θεωρία Της Μέγιστης Διατμητικής Τάσης (Tresca)

Αυτή η θεωρία ξεκινά με την εξής άποψη ότι σε πολυδιάστατη εντατική κατάσταση η μέγιστη διατμητική τάση έχει σαν αποτέλεσμα την θραύση από ολίσθηση, κατά τα επίπεδα των κύριων διατμητικών τάσεων, όταν η $\max \tau$ φθάνει την διατμητική αντοχή του υλικού. Τέλος αυτή η θεωρία ενδείκνυται για όλκιμα υλικά αλλά και για ψαθυρά που καταπονούνται σε θλίψη.

4.4 Θεωρία Του Μέγιστου Έργου Στροφικής Παραμόρφωσης

Σε όλα τα ελαστικά σώματα που ασκούνται φορτίσεις δημιουργούνται παραμορφώσεις. Αυτά τα φορτία αναπτύσσουν σε όλο το μήκος που εφαρμόζονται εξωτερικό έργο παραμόρφωσης, το οποίο πρέπει να είναι ίσο με το αρνητικό έργο παραμόρφωσης, που αποθηκεύτηκε στο ελαστικό σώμα σύμφωνα με το νόμο διατήρησης της ενέργειας. Η ολική παραμόρφωση που παθαίνει ένα σώμα αποτελείται από δύο μεταβολές του όγκου και του σχήματος του. Έτσι και το έργο παραμορφώσεων διαχωρίζεται σε έργο μεταβολής όγκου και έργο στροφικής παραμόρφωσης. Στον αρχικό όγκο τα ανηγμένα ειδικά έργα είναι το ειδικό έργο μεταβολής όγκου και το ειδικό έργο στροφικής παραμόρφωσης. Αυτή η θεωρία έχει σαν αρχή ότι η αστοχία ενός υλικού σε πολυδιάστατη καταπόνηση ξεκινά όταν το ειδικό έργο στροφικής παραμόρφωσης φθάνει μια συγκεκριμένη κρίσιμη τιμή.

4.5 Ισοδύναμη Τάση (von Mises)

Τα παραπάνω κριτήρια αστοχίας μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την εύρεση μιας τάσης αστοχίας εξίσου ορθά, στην πράξη χρησιμοποιείται κυρίως το κριτήριο ισοδύναμης τάσης von Mises στα ισότροπα υλικά.

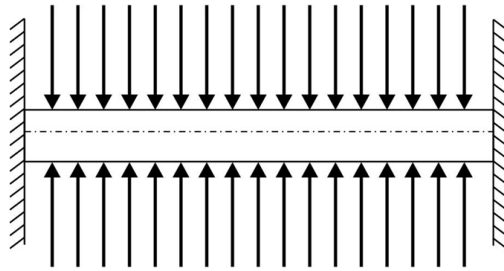
Για την εφαρμογή των θεωριών γίνονται ορισμένες βασικές παραδοχές:

- Το υλικό πρέπει να είναι ομογενές και ισότροπο.
- Στην ελαστική περιοχή ισχύει ο νόμος του Hooke.
- Η επίδραση της θερμοκρασίας είναι αμελητέα.
- Δευτερογενή φαινόμενα παραμορφώσεων που προέρχονται από ανομοιομορφία σε μικροσκοπική κλίμακα δεν λαμβάνονται υπόψη (φαινόμενο Bauschinger και βρόχος υστέρησης στην αποφόρτιση και επαναφόρτιση).
- Οι συνθήκες διαρροής του υλικού προσδιορίζονται μόνο πειραματικά.

Η ισοδύναμη τάση αποτελεί ένα υπολογιστικό μέγεθος το οποίο θα προκαλέσει το ίδιο καταστροφικό αποτέλεσμα με τη σύνθετη καταπόνηση. Για να γίνει πιο κατανοητό το παραπάνω δίνεται ένα παράδειγμα. Η αστοχία ενός Χάλυβα στον εφελκυσμό ορίζεται με το όριο διαρροής σ_y , όταν δηλαδή $\sigma_1 = \sigma_y$ τότε επέρχεται αστοχία.

Ως σ_1 ορίζεται η ορθή τάση. Αντίθετα, σε περίπτωση σύνθετης καταπόνησης του ίδιου χάλυβα και ίδιας γεωμετρίας, μπορεί να αποδειχθεί πειραματικά ότι η διαρροή δεν εξαρτάται μόνο από την κύρια τάση στην αξονική διεύθυνση αλλά και από τις άλλες κύριες τάσεις (εγκάρσια), δηλαδή $\sigma_y = f(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_{eqv}$. Ως σ_{eqv} ορίζεται η ισοδύναμη τάση.

Εύκολα μπορεί να αποδειχθεί ότι η αστοχία ή όχι του υλικού εξαρτάται από τις διαφορές των ορθών τάσεων μεταξύ τους. Αυτό ισχύει για όλα τα ομογενή και ισότροπα υλικά. Ένα σώμα που δέχεται καταπόνηση όπως στο σχήμα (υδροστατική πίεση) δεν πρόκειται να αστοχήσει, όσο μεγάλο και αν γίνει το φορτίο που το καταπονεί.



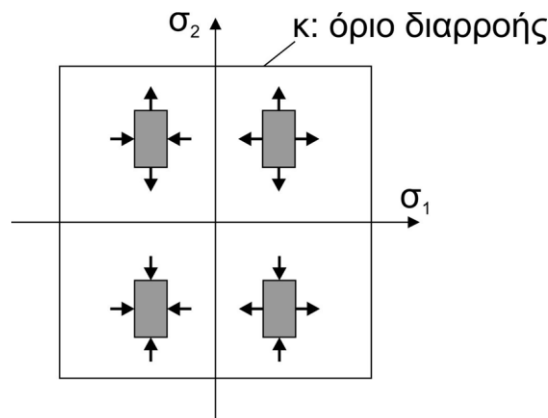
Σχήμα 4. 1 Καταπόνηση με υδροστατική πίεση

Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή, υπεύθυνη για την αστοχία του υλικού θεωρείται μόνο η μέγιστη ορθή τάση που εμφανίζεται στο υλικό. Η ισοδύναμη τάση θα είναι $\sigma_{eqv} = \sigma_{max} = \sigma_1$. Η θεωρία αυτή εφαρμόζεται κυρίως σε ψαθυρά υλικά, όπου η θραύση επέρχεται χωρίς σημαντικές παραμορφώσεις.

Η αστοχία που προέρχεται από τη μέγιστη ορθή τάση εμφανίζεται ως θραύση αποχωρισμού σε διεύθυνση κάθετη στην ορθή τάση.

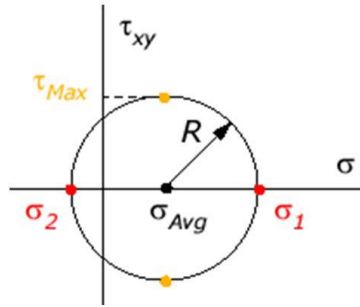
Στις κατασκευές, οι μέγιστες τάσεις πολύ συχνά εμφανίζονται στην επιφάνεια του δομικού στοιχείου και σε σημεία που δεν επιδρούν δυνάμεις, δηλαδή σε σημεία με επίπεδη εντατική κατάσταση, όπου $\sigma_3 = 0$.

Στην επίπεδη εντατική κατάσταση προκύπτουν σε ένα διάγραμμα οι οριακές γραμμές για τις τάσεις που περικλείουν όλες τις δυνατές καταστάσεις όπου δεν επέρχεται αστοχία.



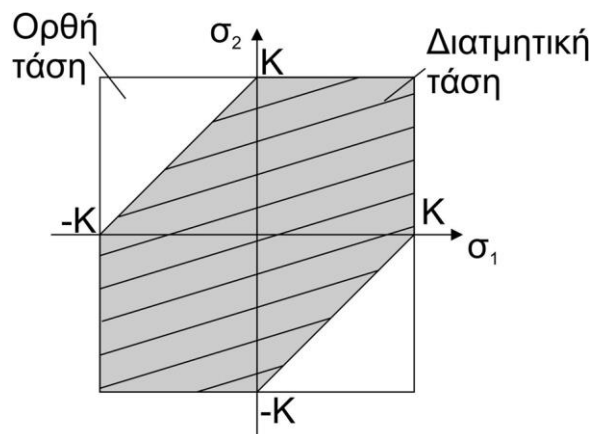
Σχήμα 4. 2 Οριακές γραμμές για τις τάσεις που δεν επέρχεται αστοχία σε επίπεδη εντατική κατάσταση

Η θεωρία αυτή στηρίζεται στο φαινόμενο ότι επέρχεται αστοχία στο υλικό όταν η μέγιστη διατμητική τάση ξεπεράσει κάποιο όριο, δηλαδή όταν ισχύει $\tau_{max} = \tau_{\kappa}$ όπου τ_{κ} το όριο διατμητικής αντοχής στην μονοαξονική εντατική κατάσταση. Από τη σχέση που προέκυψε για την ισοδύναμη τάση διαπιστώνουμε ότι η τάση αυτή εξαρτάται από τη διαφορά μέγιστης και ελάχιστης ορθής τάσης και είναι ίση με το διπλάσιο της ισοδύναμης τάσης, δεν εξαρτάται όμως από την ενδιάμεση ορθή τάση ή από τις μικρότερες διατμητικές τάσεις $\tau_2 = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$ και $\tau_3 = (\sigma_2 - \sigma_3)/2$. Σύμφωνα με τον κύκλο Mohr στην επίπεδη εντατική κατάσταση προκύπτει ότι $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2$ επομένως $\sigma_{eqv} = \sigma_1 - \sigma_2 = 2\tau_{max} = \kappa$. Το κριτήριο ισχύει υπό την προϋπόθεση ότι οι πλαστικές παραμορφώσεις εμφανίζονται υπό μορφή ολισθήσεων, το οποίο προκύπτει λόγω των διατμητικών τάσεων.



Σχήμα 4. 3 Κύκλος του Mohr

Αν γίνει η γραφική παράσταση της επίπεδης εντατικής κατάστασης σε ένα σ_1 - σ_2 διάγραμμα, εκεί όπου οι ορθές τάσεις έχουν το ίδιο πρόσημο το όριο είναι $\tau_{max} = (\sigma_1 - \sigma_2)/2 = \sigma_{eqv}/2$ το οποίο είναι μια ευθεία. Τα όρια του κριτηρίου για όλους τους συνδυασμούς τάσεων καθορίζουν μια εξαγωνική επιφάνεια, της οποίας τα όρια περιορίζουν τις επιτρεπόμενες στατικές καταστάσεις χωρίς να επέρχεται αστοχία.



Σχήμα 4. 4 Επιτρεπόμενες στατικές καταστάσεις

Σύμφωνα με αυτή τη θεωρία, η αποθηκευμένη ενέργεια παραμόρφωσης σε ένα σώμα είναι το σημαντικό μέγεθος για την αστοχία. Όταν η ενέργεια παραμόρφωσης φτάσει μια χαρακτηριστική τιμή του υλικού, το υλικό αστοχεί λόγω πλαστικής παραμόρφωσης. Το συνολικό έργο παραμόρφωσης που αποθηκεύεται σε ένα στοιχειώδες σώμα λόγω τριαξονικής εντατικής κατάστασης ανηγμένο στο όγκο του είναι:

$$A = \frac{1}{2}(\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3) \Rightarrow A = \frac{1}{2E}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2 \sigma_3 + \sigma_1 \sigma_3)]$$

Για να καταλήξουμε σε συνθήκη ισοδύναμης τάσης διαρροής πρέπει να αφαιρεθεί από το συνολικό το έργο ισόογκου μεταβολής χωρίς παραμορφώσεις, το οποίο συμβαίνει στην υδροστατική εντατική κατάσταση, όπου $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_M$

$$A_M = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \sigma_M^2 = \frac{3(1-2\nu)}{2E} \frac{1}{9} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2$$

$$A_G = A - A_M = \frac{1+\nu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

Στη μονοαξονική εντατική κατάσταση το έργο είναι: $A_{G\nu} = \frac{(1+\nu)}{6E} 2\sigma_{eq\nu}^2$

Σε συνδυασμό με την

$$A_G = A - A_M = \frac{(1+\nu)}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]$$

προκύπτει ότι η ισοδύναμη τάση είναι:

$$\sigma_{eq\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2}$$

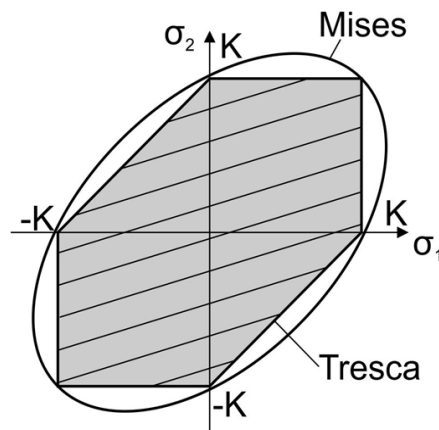
Οι όροι $\sigma_1 - \sigma_2$ στις παρενθέσεις είναι οι διατμητικές τάσεις του κριτηρίου Tresca.

Η θεωρία von Mises στηρίζεται στο γεγονός ότι σε κάθε σώμα μπορεί να αποθηκευτεί μέχρι μια ορισμένη ενέργεια παραμόρφωσης. Όταν η ενέργεια αυτή ξεπεραστεί, μεταβάλλεται το γεωμετρικό σχήμα του σώματος με πλαστική παραμόρφωση.

Στην επίπεδη εντατική κατάσταση $\sigma_3 = 0$ επομένως :

$$\sigma_{eq\nu} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2}, \text{ το οποίο παριστά μια έλλειψη.}$$

Αν παρασταθεί η γραφική παράσταση σε διάγραμμα, το οποίο παριστά μια έλλειψη αποδεικνύεται ότι περικλείει το εξάγωνο του Tresca.



Σχήμα 4.5 Κριτήρια αστοχίας (Mises and Tresca)

Σε τριαξονική εντατική κατάσταση έχουν γίνει πειράματα σε όλα τα γνωστά βιομηχανικά υλικά (χάλυβας, χυτοσίδηρος, κράματα χαλκού, κράματα αλουμινίου κ.α.)

Πειραματικά προκύπτει συνοπτικά ότι:

- Τα υλικά στη δοκιμή εφελκυσμού στην αρχή της διαρροής ακολουθούν τη θεωρία von Mises, ενώ η θεωρία της μέγιστης διατμητικής τάσης αποτελεί μια καλή προσέγγιση.
- Για τη συνθήκη διαρροής στην περιοχή μεταξύ της αρχής της διαρροής και της θραύσης ισχύει επίσης η θεωρία von Mises.
- Για την αστοχία από ολίσθηση σε στατική καταπόνηση ισχύει η θεωρία με κριτήριο τη μέγιστη διατμητική τάση (Tresca)
- Για αστοχία αποχωρισμού σε ψαθυρά υλικά ισχύει η θεωρία με κριτήριο τη μέγιστη ορθή τάση.
- Η αστοχία λόγω δυναμικής καταπόνησης ακολουθεί σε παραμορφώσιμα υλικά τη θεωρία von Mises ενώ στα ψαθυρά υλικά τη θεωρία με κριτήριο τη μέγιστη ορθή τάση.

4.6 Ο Νόμος Της Επαλληλίας

Εφόσον οι τάσεις και οι παραμορφώσεις έχουν την ίδια διεύθυνση μας δίνεται η δυνατότητα να προσθέσουμε αυτά τα μεγέθη με την ίδια διεύθυνση, με την προϋπόθεση ότι πρόκειται για την κατάσταση λειτουργίας ενός δομικού έργου. Έτσι το άθροισμα των επιμέρους αποτελεσμάτων δίνει το συνολικό αποτέλεσμα. Τέλος σύνθετες καταστάσεις όπως κάμψη σε ορθή δύναμη ή διπλή κάμψη μπορούν να αντιμετωπιστούν πιο εύκολα

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 5^ο :

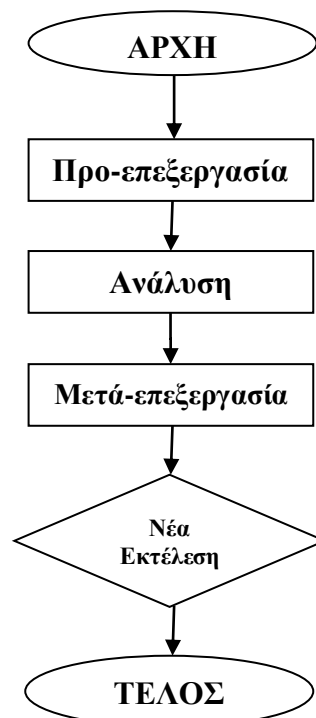
ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ (ΘΕΩΡΙΑ)¹¹

5.1 Εισαγωγή

Η ανάλυση ενός δομικού στοιχείου ή κατασκευής με τη Μέθοδο Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ) απαιτεί την εκτέλεση των ακόλουθων, σαφώς ορισμένων, εργασιών:

- ◆ Περιγραφή του εξεταζόμενου στοιχείου
 - Περιγραφή διατομών
 - Περιγραφή κόμβων
 - Περιγραφή ράβδων
 - Δήλωση ιδιοτήτων υλικού της κατασκευής
 - Περιγραφή στηρίξεων
 - Περιγραφή φορτίσεων
- ◆ Σύνθεση του καθολικού μητρώου δυσκαμψίας του στοιχείου
- ◆ Επιβολή οριακών συνθηκών και φορτίσεων
- ◆ Υπολογισμός κομβικών μετατοπίσεων
- ◆ Υπολογισμός χρήσιμων μεγεθών, όπως:
 - Παραμορφώσεις ράβδων
 - Τάσεις ράβδων
 - Δυνάμεις ράβδων
 - Βάρος κατασκευής
 - Δυνάμεις στήριξης

Ένα πλήρες υπολογιστικό περιβάλλον για την ανάλυση μίας κατασκευής με τη Μέθοδο των Πεπερασμένων Στοιχείων (ΜΠΣ) εμφανίζει τρία διακριτά μέρη (βλ. Σχήμα 5.1).



Σχήμα 5. 1 Τυπική δομή λογισμικού ΜΠΣ

¹¹ http://users.ntua.gr/cprovat/vliko/AMKI_2D_truss.pdf

➤ “Προ- επεξεργασία” (pre-processing)

Αφορά στην εισαγωγή όλων εκείνων των δεδομένων που απαιτούνται για τη μελέτη της κατασκευής, δηλαδή:

- Γεωμετρική περιγραφή της κατασκευής
- Διακριτοποίηση της κατασκευής
- Δήλωση ιδιοτήτων υλικού της κατασκευής
- Δήλωση στηρίξεων
- Δήλωση φορτίσεων

Η γεωμετρική περιγραφή της κατασκευής επιτυγχάνεται μέσω της σχεδίασης αυτής. Με τον όρο “διακριτοποίηση της κατασκευής”, ισοδύναμα με τον όρο “δημιουργία πλέγματος”, εννοούμε τη διαίρεση της κατασκευής σε πλήθος στοιχείων με πεπερασμένες γεωμετρικές διαστάσεις (Πεπερασμένα Στοιχεία - ΠΣ). Ο τύπος των ΠΣ αποτελεί επιλογή του χρήστη. Επομένως, η προ-επεξεργασία είναι ουσιαστικά ένα σχεδιαστικό περιβάλλον, στο οποίο προσομοιώνεται η προς μελέτη κατασκευή. Το προϊόν αυτής της προσομοίωσης καλείται “μοντέλο”

➤ “Ανάλυση” (Analysis)

Σε αυτό το τμήμα λαμβάνει χώρα ο υπολογισμός όλων των ποσοτήτων ενδιαφέροντος, όπως κομβικές μετατοπίσεις, τάσεις, παραμορφώσεις, ιδιοσυχνότητες, κοκ.

➤ “Μετά-επεξεργασία” (post-processing)

Σε αυτό τμήμα, παρουσιάζονται τα αποτελέσματα της ανάλυσης. Ο πλέον συνήθης τρόπος παρουσίασης είναι μέσω χρωματικής απεικόνισης. Αυτό σημαίνει ότι η κατανομή της ποσότητας ενδιαφέροντος, π.χ. τάση, εμφανίζεται ως κατανομή χρωμάτων σε όλη της έκταση της κατασκευής σύμφωνα με μία χρωματική κλίμακα. Επιπροσθέτως, είναι δυνατή η παρουσίαση αποτελεσμάτων είτε με τη μορφή γραφημάτων, είτε με τη μορφή πινάκων είτε ως περιεχόμενο κάποιου αρχείου δεδομένων. Διευκρινίζεται ότι η χρωματική απεικόνιση, αν και δίνει μία γρήγορη και εποπτική εικόνα της κατανομής ενός μεγέθους, είναι δυνατόν να παραπλανήσει. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι η κατασκευή μίας χρωματικής κατανομής στηρίζεται σε διαδικασίες παρεμβολής (interpolation) μεταξύ αριθμητικών τιμών σε συγκεκριμένα σημεία, οπότε υπάρχει ο κίνδυνος αυτό που απεικονίζεται χρωματικά να διαφέρει σημαντικά από αυτό που περιγράφεται αριθμητικά.

5.2 Μοντελοποίηση κατασκευής¹²

Για την μοντελοποίηση μιας κατασκευής με πεπερασμένα στοιχεία είναι αναγκαίος ο διαχωρισμός των εργασιών σε διακεκριμένα στάδια. Αναλυτικότερα:

1^ο Στάδιο → Κατασκευή της γεωμετρίας

2^ο Στάδιο → Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών και επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων

¹² <http://users.ntua.gr/cprovat/yliko/Notes%20for%20ANSYS.pdf>

3^ο Στάδιο → Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία και επιβολή των οριακών συνθηκών.

4^ο Στάδιο → Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος (γραμμικό – μη γραμμικό – μεταβατικό – υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και επίλυση.

5^ο Στάδιο → Ανάγνωση και γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων.

Τα παραπάνω στάδια, υπάρχει δυνατότητα και ίσως κάποιες φορές αναγκαιότητα, να μην πραγματοποιηθούν όλα στο ίδιο λογισμικό.

➤ 1^ο Στάδιο: Κατασκευή γεωμετρίας

Η κατασκευή της γεωμετρίας μέσα στο περιβάλλον του ANSYS μπορεί να γίνει, γενικά, με δύο τρόπους. Ο πρώτος τρόπος είναι να δημιουργηθούν διαδοχικά σημεία (keypoints), γραμμές (lines), επιφάνειες (areas) και τέλος όγκοι (volumes). Ο δεύτερος τρόπος είναι να κατασκευαστούν όγκοι ή επιφάνειες είτε από σημεία, χωρίς τη δημιουργία γραμμών, είτε απευθείας ορίζοντας τις διαστάσεις τους. Το τελευταίο μπορεί να φανεί πολύ εύχρηστο σε περιπτώσεις που θέλουμε να κατασκευάσουμε γνωστά γεωμετρικά σχήματα, όπως κύκλους, κυλίνδρους, ορθογώνια, ορθογώνια παραλληλεπίπεδα κ.α.

Στην περίπτωση που η γεωμετρία δημιουργηθεί σε άλλο σχεδιαστικό περιβάλλον η εισαγωγή της ANSYS γίνεται με τη μορφή αρχείου *.igs. Τέλος η κατασκευή της γεωμετρίας μπορεί να γίνει στον προεπεξεργαστή κάποιου άλλου προγράμματος που δίνει αρχείο εισόδου για περιβάλλον Ansys. Το αρχείο αυτό ονομάζεται "ουδέτερο αρχείο". Η επιλογή της κατασκευής της γεωμετρίας σε άλλο περιβάλλον μπορεί να είναι πολύ ελκυστική, ιδιαίτερα για όσους γνωρίζουν κάποιο σχεδιαστικό πρόγραμμα, αλλά πρέπει να δείχνουμε ιδιαίτερη προσοχή κατά την επιλογή της παραμέτρου της ανοχής (tolerance), όταν πρόκειται για *.igs, και να επιβεβαιώνουμε ότι όλα τα στοιχεία που μας ενδιαφέρουν έχουν εισαχθεί σωστά, διαφορετικά πρέπει να γίνεται επιδιόρθωση της γεωμετρίας.

Ένα συνηθισμένο πρόβλημα από την εισαγωγή γεωμετρίας στο ANSYS από εξωτερικό πρόγραμμα είναι ότι το μοντέλο μπορεί να εμφανίζει το φαινόμενο ύπαρξης διπλών γραμμών ή σημείων. Τότε πρέπει να γίνει συγχώνευση αυτών με την εντολή "merge" με την οποία θα ασχοληθούμε αργότερα. Τέλος μπορεί παρότι στο ουδέτερο αρχείο η γεωμετρία είναι με τη μορφή όγκου όταν γίνει εισαγωγή να μην είναι σωστή ή να λείπουν επιφάνειες, τότε πρέπει να γίνει επιδιόρθωση.

➤ 2^ο Στάδιο: Ορισμός των μηχανικών και φυσικών ιδιοτήτων των υλικών και επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων

Οι μηχανικές και φυσικές ιδιότητες των υλικών είναι μονοσήμαντα ορισμένες αλλά θα πρέπει να δοθεί ιδιαίτερη προσοχή όσον αφορά τις μονάδες. Πρέπει να γνωρίζουμε ότι όλες οι μονάδες είναι στο SI εκτός αν τις ορίσουμε εμείς διαφορετικά. Δεν συνιστάται να γίνει αλλαγή μονάδων γιατί υπάρχει σημαντικός κίνδυνος λάθους. Οι ιδιότητες που πρέπει να οριστούν εξαρτώνται από την ιδιαιτερότητα των υλικών αλλά και από το είδος της επίλυσης που μας ενδιαφέρει να κάνουμε.

Η επιλογή του είδους των πεπερασμένων στοιχείων εξαρτάται από την επίλυση που θα κάνουμε, αυτό δε σημαίνει ότι δεν έχουμε τη δυνατότητα αλλαγής τους στη συνέχεια. Το σημαντικό είναι να έχουμε καταλήξει στη διάστασή τους και στο είδος της καταπόνησης.

- 3^ο Στάδιο: Διακριτοποίηση της γεωμετρίας σε πεπερασμένα στοιχεία και επιβολή των οριακών συνθηκών.

Αφού έχει γίνει η επιλογή του στοιχείου μένει να γίνει η διακριτοποίηση της γεωμετρίας. Η πιο απλή δυνατότητα είναι να γίνει χρησιμοποιώντας τις επιλογές που προσφέρει το πρόγραμμα. Οι επιλογές αυτές είναι αυτόματη δημιουργία πλέγματος (δεν προτείνεται στις περισσότερες περιπτώσεις), ορισμός διαμερίσεων σε γραμμές ή ορισμός μεγέθους στοιχείων (μέγιστο μέγεθος πλευράς ή ακμής) καθώς και η επιλογή του “Smart Size” η οποία κάνει προσαρμογή του πλέγματος στη γεωμετρία, δηλαδή μικραίνει τα στοιχεία σε περιοχές απότομης αλλαγής της γεωμετρίας και το αραιώνει στο εσωτερικό των επιφανειών και των όγκων όπου δεν υπάρχει ιδιαίτερα ανάγκη για λεπτή διαμέριση.

Αφού καταλήξουμε στις παραπάνω επιλογές ακολουθεί η δημιουργία του πλέγματος. Γενικά οι δυνατότητες του προγράμματος είναι πάρα πολλές και μπορούν να δώσουν πάρα πολλά και πολύ διαφορετικά μεταξύ τους αποτελέσματα ανάλογα με τις παραμέτρους που θα ορίσουμε. Αυτό σημαίνει ότι δεν μπορεί το πρόγραμμα να γνωρίζει τις ιδιαιτερότητες του προβλήματος που καλούμαστε να επιλύσουμε, την ακρίβεια ή και το χρόνο επίλυσης που επιθυμούμε, άρα πρέπει να επέμβουμε στις προεπιλογές που έχει.

Εδώ αξίζει να σημειωθεί ότι υπάρχει η δυνατότητα να μην οριστούν γεωμετρικά στοιχεία του μοντέλου στο περιβάλλον του ANSYS και στη συνέχεια να γίνει η διακριτοποίηση, αλλά να κατασκευαστούν απευθείας κόμβοι και πεπερασμένα στοιχεία ή να εισαχθούν αφού έχουν υπολογιστεί με κάποιο άλλο προεπεξεργαστή, το παραπάνω όμως συνιστά παράκαμψη του 1^{ου} Σταδίου.

Η επιβολή των οριακών συνθηκών μπορεί να γίνει με πολλούς τρόπους. Οι διαφοροποιήσεις εντοπίζονται στα σημεία όπου μπορούν αυτές να επιβληθούν. Μπορούν να επιβληθούν είτε σε γεωμετρικά στοιχεία (σημεία, γραμμές, επιφάνειες) είτε σε στοιχεία του πλέγματος (κόμβους, στοιχεία). Όταν επιβάλλονται σε γεωμετρικά στοιχεία γίνεται αυτόματα η μεταφορά τους σε στοιχεία του πλέγματος πριν από την επίλυση.

- 4^ο Στάδιο: Επιλογή του τρόπου επίλυσης του προβλήματος (γραμμικό – μη γραμμικό – μεταβατικό – υπολογισμός ιδιοσυχνοτήτων κ.α.) και επίλυση.

Η επιλογή του τρόπου επίλυσης έχει να κάνει με τις απαιτήσεις του προβλήματος. Συνήθως μια γραμμική στατική ανάλυση μικρών μετατοπίσεων καλύπτει τις ανάγκες μας. Παρόλα αυτά είναι δυνατό να θέλουμε να διερευνήσουμε κάποιο μεταβατικό φαινόμενο ή τα υλικά που χρησιμοποιούνται να έχουν μη γραμμική συμπεριφορά. Ακόμα συμβαίνει συχνά να αντιμετωπίζουμε προβλήματα λυγισμού και πτύχωσης τα οποία είναι μη γραμμικά. Όσον αφορά την επίλυση προσφέρονται πολλές δυνατότητες οι οποίες έχουν να κάνουν με διαφορετικούς αλγόριθμους επίλυσης, που δεν θα δώσουν διαφορετικό αποτέλεσμα, αλλά θα έχουν διαφορετικό χρόνο επίλυσης. Υπάρχουν επιλύτες που χρησιμοποιούν περισσότερο τον σκληρό δίσκο για ενδιάμεσα αρχεία ή την φυσική μνήμη. Είναι προφανές ότι αφού η ταχύτητα της μνήμης είναι πολύ μεγαλύτερη από αυτή του σκληρού δίσκου αυτή η μέθοδος είναι και πιο γρήγορη. Υπάρχει όμως περίπτωση να μην υπάρχει διαθέσιμη η απαιτούμενη για το πρόβλημα φυσική μνήμη ή για ορισμένες ειδικές περιπτώσεις να μην είναι όλοι οι επιλύτες ικανοί να αντιμετωπίσουν τη φύση του προβλήματος.

➤ 5° Στάδιο: Ανάγνωση και γραφική αναπαράστασή των αποτελεσμάτων.

Τα αποτελέσματα μετά από την επίλυση καταγράφονται σε ένα αρχείο (*.rst). Η ανάγνωσή τους είναι ένα ζήτημα που χρίζει ιδιαίτερης προσοχής. Υπάρχουν πολλοί τρόποι να δει κάποιος τα αποτελέσματα. Ενδεικτικά αναφέρουμε τα αποτελέσματα στους κόμβους “Nodal Solution” και τα αποτελέσματα στα στοιχεία “Element Solution”. Στους κόμβους δίνεται η τιμή του μέσου όρου που προκύπτει από τα πεπερασμένα στοιχεία στα οποία είναι κοινός και έχει συνεχή τιμή ενώ στα πεπερασμένα στοιχεία έχουμε μία τιμή ανά στοιχείο (στα ισοπαραμετρικά μπορούμε να επιλέξουμε επιπλέον αποτελέσματα στα σημεία Gauss).

Ακόμα, υπάρχει και η επιλογή του “Element Table” μέσω του οποίου μπορούμε να κάνουμε ομαλοποίηση των αποτελεσμάτων βγάζοντας μέσους όρους “Element Table Average”. Η τελευταία επιλογή προτείνεται σε περιπτώσεις όπου έχουμε συγκεντρωμένα φορτία και μπορεί να δημιουργηθούν τοπικά μέγιστα που δεν ανταποκρίνονται στην πραγματικότητα.

5.3 Επιπλέον στοιχεία για τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων

Τα προγράμματα πεπερασμένων στοιχείων στην αρχική τους μορφή είχαν μόνο γραμμή εντολών. Στη γραμμή εντολών γινόντουσαν όλες οι ενέργειες που ήθελε ο χρήστης. Στη συνέχεια με την δημιουργία των παραθυρικών περιβαλλόντων δόθηκε η δυνατότητα να κατασκευάζονται μοντέλα με τη χρήση τους.

Η γραμμή εντολών έχει το αρνητικό της απομνημόνευσης των εντολών που θα πρέπει να χρησιμοποιηθούν, αν και εμφανίζεται η σύνταξή τους. Το θετικό είναι ότι μπορούν να γίνονται μικρές αλλαγές σε λίστες από εντολές και μετά να τις επανεκτελούμε με αποτέλεσμα να γίνεται πολύ πιο γρήγορα η δουλειά που μας ενδιαφέρει. Αυτό μπορεί να γίνει και χωρίς να ανοίξουμε το παραθυρικό περιβάλλον, μέσω αρχείων με την μορφή “batch” δίνοντας ένα αρχείο εισόδου “input” και δηλώνοντας ένα αρχείο εξόδου “output”.

Το παραθυρικό περιβάλλον έχει τις εντολές με δένδροειδή μορφή και συνεπώς είναι πολύ εύκολο να βρούμε την εντολή που θέλουμε να χρησιμοποιήσουμε κάθε φορά. Η μορφή αυτή, είναι ιδιαίτερα βολική για αρχάριους χρήστες, διότι με αυτόν τον τρόπο αποκτούν μια εποπτεία για τις δυνατότητες του προγράμματος.

Όταν εργαζόμαστε σε παραθυρικό περιβάλλον όλες οι εντολές που δίνουμε γράφονται με την μορφή της γραμμής εντολών σε ένα αρχείο απλού κειμένου. Αυτό μας δίνει την δυνατότητα να αλλάξουμε κάποια στοιχεία σε αυτό και να το επανεκτελέσουμε. Το πρόβλημα σε αυτή την περίπτωση είναι ότι αν έχουμε κάνει πολλά λάθη τα οποία τα διορθώνουμε στη συνέχεια θα προκύψει ένα πολύ μεγάλο αρχείο που θα είναι δύσκολο να το διαχειριστούμε.

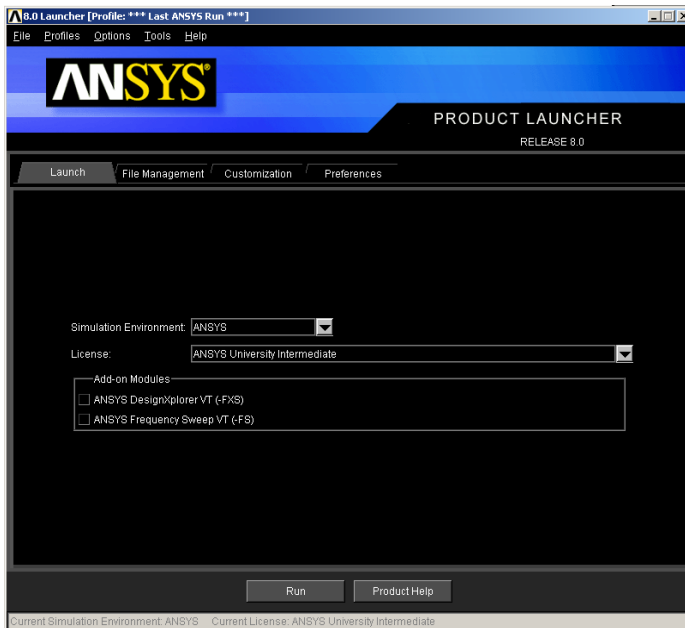
Το πρόγραμμα πεπερασμένων στοιχείων ANSYS δίνει στο χρήστη την δυνατότητα υλοποίησης όλων των παραπάνω σταδίων, χωρίς όμως αυτό να σημαίνει ότι κάποια από τα προαναφερθέντα στάδια δεν μπορούν να υλοποιηθούν σε άλλα περιβάλλοντα (π.χ. ABAQUS, SOLVIA και PATRAN) και τα αποτελέσματά τους να εισαχθούν, στη συνέχεια, στο ANSYS.

5.4 Εισαγωγή στο Περιβάλλον Ansys

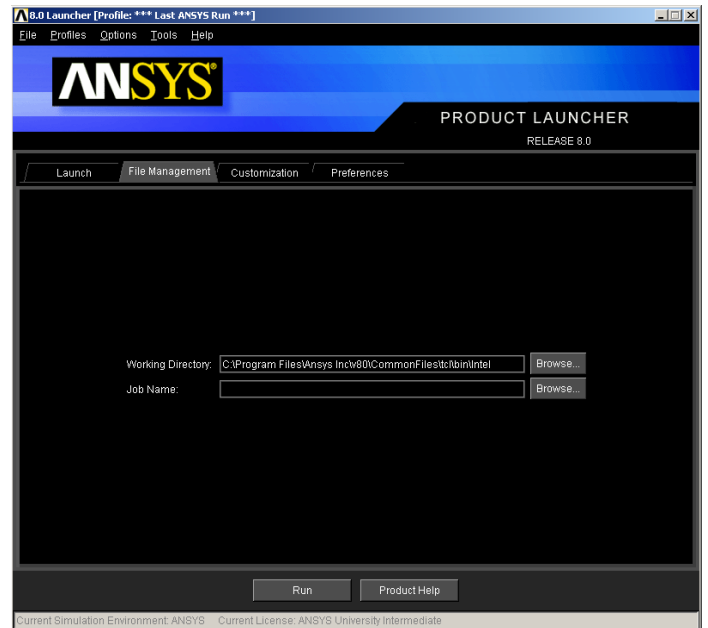
Στη συνέχεια θα δούμε κάποιες βασικές εντολές του ANSYS καθώς και ορισμένα παραδείγματα.

Για να ανοίξουμε το περιβάλλον επιλέγουμε την εντολή Configure Ansys και η πρώτη εικόνα που βλέπουμε είναι η Εικόνα 5.1 (α). Σε αυτή καλούμαστε να επιλέξουμε περιβάλλον Ansys ή Ansys Batch. Με την πρώτη επιλογή έχουμε παραθυρικό περιβάλλον ενώ με τη δεύτερη δίνουμε αρχείο εισόδου για εκτέλεση.

Αν επιλέξουμε το παραθυρικό περιβάλλον τότε πρέπει να επιλέξουμε τον φάκελο στον οποίο θα εργαζόμαστε και θα γραφούν όλα τα αρχεία όπως και το όνομα της ανάλυσης που πρόκειται να κάνουμε Εικόνα 5.1 (β).



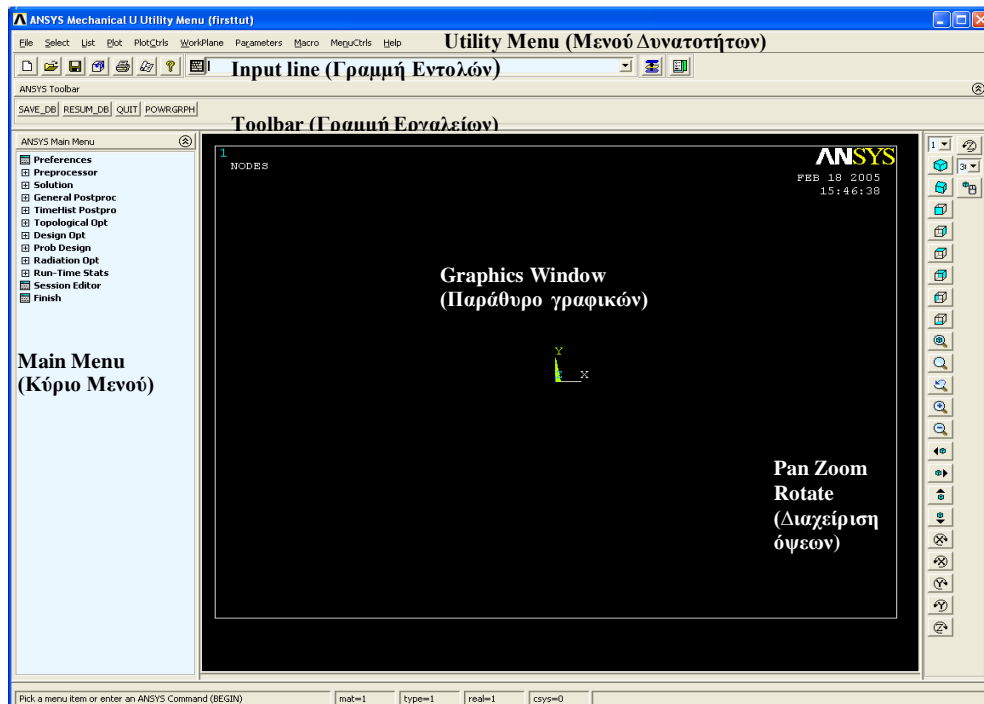
(α)



(β)

Εικόνα 5. 1 Εισαγωγή στο ANSYS

Μετά την εντολή “Run” στο παράθυρο της Εικόνας 5.1 (β) εκκινεί το παραθυρικό περιβάλλον του ANSYS, η μορφή του οποίου φαίνεται στην Εικόνα 5.2.



Εικόνα 5. 2 Περιβάλλον Ansys – Βασικό παράθυρο

Το πρόγραμμα του ANSYS αποτελείται από δύο παράθυρα: α) Βασικό και β) Αποτελεσμάτων (Output window).

Στο **Βασικό Παράθυρο**, όπως φαίνεται στην Εικόνα 5.2, υπάρχουν 5 περιοχές.

Utility Menu (Μενού Δυνατοτήτων): Περιέχει τις λειτουργίες που υπάρχουν στο ANSYS, όπως διαχείρισης αρχείων, επιλογής οντοτήτων, διαχείρισης γραφικών και παραμέτρων.

Input Line (Γραμμή Εντολών): Επιτρέπει την απευθείας πληκτρολόγηση εντολών. Επίσης περιλαμβάνει συστάσεις για τη σύνταξη των εντολών.

Toolbar (Γραμμή Εργαλείων): Η γραμμή εργαλείων περιέχει κουμπιά με τις πιο συνηθισμένες εντολές του ANSYS

Main Menu (Κύριο Μενού): Το κύριο μενού περιέχει τις κύριες εντολές του ANSYS, που χωρίζονται σε τέσσερα βασικά μέρη. Στον προεπεξεργαστή (preprocessor), στην επίλυση (solution), στον μετεπεξεργαστή (general postprocessor) και τον βελτιστοποιητή σχεδίου (design optimizer). Οι περισσότερες επιλογές για τη δημιουργία ενός μοντέλου γίνονται από αυτό το μενού

Graphics Window (Παράθυρο Γραφικών): Εδώ εμφανίζονται όλα τα γραφικά και γίνονται όλες οι επιλογές που αφορούν γεωμετρικές οντότητες.

Στο **Παράθυρο Αποτελεσμάτων** (Output Window) εμφανίζονται στοιχεία για τις εντολές που εκτελούνται στο βασικό παράθυρο και βρίσκεται συνήθως πίσω από το βασικό παράθυρο.

5.5 Main Menu ANSYS

Στην Εικόνα 5.3 φαίνεται η δενδροειδής μορφή των εντολών του προεπεξεργαστή (Preprocessor) όπου πραγματοποιούνται τα στάδια 1-3, που προέρχονται από το **Main Menu**. Το δένδρο δεν είναι σε πλήρη ανάπτυξη γιατί είναι ιδιαίτερα μεγάλο και με την παρούσα του μορφή δίνει καλύτερη εποπτεία. Παρατίθεται μια μικρή ανάλυση των εντολών που θεωρείται χρήσιμη για την κατανόηση της δομής του προγράμματος. Κάποιες εντολές θα αναλύονται περισσότερο και σε άλλες δεν θα αναφερόμαστε. Η επιλογή γίνεται με γνώμονα το πόσο συνηθισμένη είναι η χρήση της κάθε εντολής ή αν έχει κάποιο ιδιαίτερο ενδιαφέρον στοιχείο.

Main Menu

- ☰ Preferences
- ☰ Preprocessor
 - ☰ Element Type
 - ☰ Add/Edit/Delete
 - ☰ Switch Elem Type
 - ☰ Add DOF
 - ☰ Remove DOFs
 - ☰ Elem Tech Control
 - ☰ Real Constants
 - ☰ Add/Edit/Delete
 - ☰ Thickness Func
 - ☰ Material Props
 - ☰ Material Library
 - ☰ Temperature Units
 - ☰ Electromag Units
 - ☰ Material Models
 - ☰ Convert ALPx
 - ☰ Change Mat Num
 - ☰ Write to File
 - ☰ Read from File
 - ☰ Sections
 - ☰ Modeling
 - ☰ Create
 - ☰ Keypoints
 - On Working Plane
 - ☰ In Active CS
 - On Line
 - On Line w/Ratio
 - On Node
 - KP between KPs
 - Fill between KPs
 - ☰ KP at center
 - ☰ Hard PT on line
 - ☰ Hard PT on area
 - ☰ Lines
 - ☰ Lines
 - ☰ Arcs
 - ☰ Splines
 - Line Fillet
 - ☰ Areas
 - ☰ Arbitrary
 - ☰ Rectangle
 - ☰ Circle
 - ☰ Polygon
 - Area Fillet
 - ☰ Volumes
 - ☰ Arbitrary
 - ☰ Block
 - ☰ Cylinder
 - ☰ Prism
 - ☰ Sphere
 - ☰ Cone
 - ☰ Torus
 - ☰ Nodes
 - On Working Plane
 - ☰ In Active CS
 - At Curvature Ctr
 - On Keypoint
 - Fill between Nds
 - Quadratic Fill
 - ☰ Rotate Node CS
 - ☰ Write Node File
 - ☰ Read Node File
 - ☰ Elements
 - ☰ Elem Attributes
 - ☰ Auto Numbered
 - ☰ Surf / Contact
 - ☰ Pretension
 - ☰ User Numbered
 - ☰ Thru Nodes
 - ☰ Write Elem File
 - ☰ Read Elem File
 - ☰ Superelements
 - ☰ Contact Pair
 - ☰ Piping Models
 - ☰ Circuit
 - ☰ Racetrack Coil
 - ☰ Transducers
 - ☰ Operate
 - ☰ Extrude
 - ☰ Elem Ext Opts
 - ☰ Areas
 - ☰ Lines
 - ☰ Keypoints
 - Extend Line
 - ☰ Booleans
 - ☰ Intersect
 - ☰ Add
 - ☰ Subtract
 - ☰ Divide
 - ☰ Glue
 - ☰ Overlap
 - ☰ Partition
 - ☰ Settings
 - ☰ Show Degeneracy
 - ☰ Scale
 - ☰ Calc Geom Items
 - ☰ Move / Modify
 - ☰ Copy
 - ☰ Reflect
 - ☰ Check Geom
 - ☰ Delete
 - ☰ Cyclic Sector
 - ☰ Genl plane strn
 - ☰ Update Geom
- ☰ Meshing
 - ☰ Mesh Attributes
 - ☰ MeshTool
 - ☰ Size Cntrls
 - ☰ SmartSize
 - ☰ ManualSize
 - ☰ Concentrat KPs
 - ☰ Mesher Opts
 - ☰ Concatenate
 - ☰ Mesh
 - Keypoints
 - Lines
 - ☰ Areas
 - ☰ Volumes
 - ☰ Volume Sweep
 - ☰ Tet Mesh From
 - ☰ Interface Mesh
 - ☰ Modify Mesh
 - ☰ Refine At
 - ☰ Improve Tets
 - ☰ Change Tets
 - ☰ Check Mesh
 - ☰ Clear
 - ☰ Checking Cntrls
 - ☰ Numbering Cntrls
 - ☰ Archive Model
 - ☰ Coupling / Ceqn
 - ☰ FLOTRAN Set Up
 - ☰ FSI Set Up
 - ☰ MultiField Set Up
 - ☰ Loads
 - ☰ Analysis Type
 - ☰ New Analysis
 - ☰ Restart
 - ☰ Define Loads
 - ☰ Settings

Εικόνα 5. 3 Οι εντολές του προεπεξεργαστή

➤ Preferences

Η πρώτη εντολή Preferences (προτιμήσεις) μας δίνει τη δυνατότητα να επιλέξουμε ειδικά την μοντελοποίηση που θέλουμε να κάνουμε ώστε οι επιλογές που θα εμφανιστούν στη συνέχεια να περιορίζονται ανάλογα με τον τύπο της ανάλυσης. Οι διαθέσιμες επιλογές είναι: δομική ανάλυση (Static), θερμική ανάλυση (Thermal) ή ρευστομηχανική ανάλυση (Fluid).

➤ Preprocessor (προεπεξεργαστής)

Με τη πρώτη εντολή του preprocessor, Element Type → Add/Edit/Delete γίνεται η διαχείριση των πεπερασμένων στοιχείων. Δεν είναι απαραίτητο να επιλέξουμε τον τύπο ή τους τύπους των στοιχείων πριν από την κατασκευή της γεωμετρίας, αλλά είναι δυνατό. Μάλιστα, στις περισσότερες περιπτώσεις που γνωρίζουμε την μοντελοποίηση που θα ακολουθήσει, είναι ιδιαίτερα βολικό.

Η επόμενη επιλογή, Real Constants, αφορά ορισμένα πεπερασμένα στοιχεία όπου είναι αναγκαίο να ορίσουμε επιπλέον σταθερές όπως το πάχος ενός δισδιάστατου ή την διατομή (έκταση, ροπή αδράνειας) ενός μονοδιάστατου πεπερασμένου στοιχείου.

Με την επιλογή Material Props ορίζουμε τις μηχανικές, και όχι μόνο, ιδιότητες των υλικών που πρόκειται να χρησιμοποιήσουμε στην ανάλυση. Αυτό μπορεί να γίνει μέσω βιβλιοθήκης έτοιμων υλικών ή απευθείας.

Στη συνέχεια περνάμε στην περιοχή των εντολών κατασκευής ή αλλαγής της γεωμετρίας και πεπερασμένων στοιχείων Modeling. Η πρώτη εντολή Create περιλαμβάνει:

- για τη γεωμετρία: τις Keypoints (σημεία), Lines (γραμμές), Areas (επιφάνειες) και Volumes (όγκους)
- για τα πεπερασμένα στοιχεία: Nodes (κόμβους), Elements (στοιχεία), Contact Pair (ζεύγος επαφής), Piping Models (μοντέλα σωληνώσεων), Circuit (κυκλώματα) και Transducers (μετασηματιστές).

Εντολές που αφορούν τη γεωμετρία: Όσον αφορά τα Keypoints συνήθως επιλέγουμε In active cs (coordinate system) όπου τα ορίζουμε από τις συντεταγμένες τους στο ενεργό σύστημα συντεταγμένων. Στην περίπτωση των γραμμών Lines είναι περισσότερες οι επιλογές και θα σταθούμε στην lines → lines → straight line, όπου ορίζουμε μία ευθεία γραμμή μεταξύ δύο σημείων και στην lines → splines, όπου ορίζουμε κατασκευή καμπύλων γραμμών μεταξύ πολλών σημείων. Ακόμα μία επιλογή είναι η Fillet η οποία δημιουργεί καμπυλότητα σε δύο τεμνόμενες γραμμές με συγκεκριμένη ακτίνα, αντίστοιχη εντολή υπάρχει και για τις επιφάνειες.

Τέλος η επιλογή areas και volumes ακολουθεί τη λογική των εντολών των lines. Τελικά η μοντελοποίηση μπορεί να γίνει χρησιμοποιώντας προηγούμενα γεωμετρικά στοιχεία (*keypoints, lines και areas*) ή απευθείας με δεδομένα γεωμετρικά σχήματα.

Εντολές που αφορούν τα πεπερασμένα στοιχεία: Με εντολές για την κατασκευή των πεπερασμένων στοιχείων ασχολούμαστε σε περιπτώσεις όπου δεν έχουμε γεωμετρικές οντότητες ή θέλουμε να κατασκευάσουμε πλέγμα χειροκίνητα – δεν προτείνεται. Εκείνο που χρησιμοποιούμε τις περισσότερες φορές είναι ο ορισμός κόμβων στο τρέχον σύστημα συντεταγμένων nodes → in active cs και των πεπερασμένων από τους ήδη ορισμένους κόμβους elements → auto numbered. Στην περίπτωση όπου έχουμε το πλέγμα έτοιμο από κάποιο άλλο λογισμικό και σε μορφή αναγνώσιμη από το ANSYS τότε η εντολές Read Nodes File και Read Elem File είναι πιο χρήσιμες. Οι αντίστοιχες με το Write

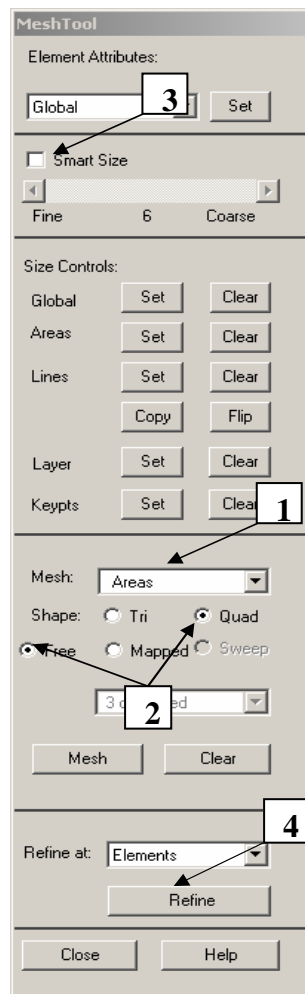
χρησιμοποιούνται αν θέλουμε να μεταφέρουμε το πλέγμα που ήδη έχουμε κατασκευάσει σε κάποιο άλλο λογισμικό ή και στο ίδιο το ANSYS σε άλλο αρχείο. Ακόμα σημαντική εντολή είναι αυτή της κατασκευής ζεύγους επαφής, Contact Pair, η οποία ορίζεται μεταξύ δύο οντοτήτων – επιφάνειες ή ομάδα κόμβων – και ορίζει σχέση επαφής. Η σχέση αυτή θέτει συγκεκριμένο νόμο για την αποκόλλησή τους. Ο νόμος επιτρέπει ή όχι την αποκόλλησή τους αλλά και την ολίσθησή τους. Κατά τη δημιουργία του ζεύγους ορίζονται νέα δισδιάστατα (ή και μονοδιάστατα) πεπερασμένα στοιχεία τα οποία έχουν τις ιδιότητες που προαναφέραμε.

Μετά την εντολή Create ακολουθεί η εντολή Operate, η οποία περιλαμβάνει τις εντολές Extrude, Boolean, Scale και Calc Geometry items. Κατά την Extrude μπορούμε να σύρουμε μια γραμμή (ως προς άλλη γραμμή ή άξονα) και να δημιουργήσουμε επιφάνεια ή να σύρουμε μία επιφάνεια και να δημιουργήσουμε έναν όγκο. Πολύ περισσότερες δυνατότητες μας προσφέρει η κατηγορία εντολών Boolean μέσω των οποίων κάνουμε λογικές πράξεις μεταξύ γεωμετρικών οντοτήτων. Με τις πράξεις αυτές καταφέρνουμε να κόβουμε (διαιρούμε) ή να προσθέτουμε γραμμές, επιφάνειες και όγκους. Η εντολή Scale δίνει την δυνατότητα να πολλαπλασιάζουμε τις καρτεσιανές συντεταγμένες xyz ή τις πολικές φθR ανάλογα με το τρέχον σύστημα συντεταγμένων. Στην περίπτωση των πολικών είναι βοηθητικό διότι μπορούμε να επιτύχουμε περιστροφή. Τέλος στην εντολή Calc Geometry items μπορούμε να υπολογίσουμε αποστάσεις σημείων ή κόμβων.

Στη συνέχεια έχουμε τις σειρές εντολών Move/Modify, Copy, Reflect, Delete και Cyclic Sector. Με την ομάδα εντολών Move/Modify, Copy, Reflect και Delete μπορούμε να μετακινούμε, να δημιουργούμε αντίγραφα κανονικά και κατοπτρικά και να διαγράφουμε όλες τις οντότητες. Μπορούμε να διαγράψουμε έναν όγκο χωρίς να διαγράψουμε τις επιφάνειες και τις γραμμές από τις οποίες αποτελείται αλλά δεν πρέπει να έχει πλέγμα. Μπορούμε ακόμα να μετακινούμε ή να αντιγράψουμε όγκους με ή χωρίς πλέγμα. Ιδιαίτερη σημασία έχει η εντολή Cyclic Sector με την οποία μπορούμε να μοντελοποιήσουμε ένα αντικείμενο το οποίο έχει επαναλαμβανόμενη μορφή ανά συγκεκριμένη γωνία, τέτοιου είδους αντικείμενα είναι οι πτερωτές. Δηλαδή, το επιπλέον στοιχείο που μας δίνει αυτού του είδους η αντιμετώπιση είναι ότι μπορούμε να μοντελοποιήσουμε μόνο το κομμάτι που επαναλαμβάνεται. Συνεπώς, θα έχουμε μικρότερο μοντέλο σε σχέση με το συνολικό, πράγμα που μας δίνει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσουμε πυκνότερο πλέγμα ή πιο πολύπλοκες αναλύσεις αφού το υπολογιστικό κόστος ανάλυσης του μοντέλου θα είναι μικρότερο.

Επόμενη ομάδα εντολών είναι η Meshing (Πλέγμα). Σε αυτή την ομάδα υπάρχουν εντολές που ορίζουν τις παραμέτρους για τα στοιχεία των πεπερασμένων (τον αριθμός τους, το υλικό τους, την πραγματική τους σταθερά κ.α.), το μέγεθός τους και τον τρόπο της διακριτοποίησης. Αυτές οι παράμετροι είναι δυνατό να επιλέγονται κάθε φορά ή να τις εφαρμόσουμε μια φορά σε κάθε γεωμετρικό στοιχείο και μετά να τα διακριτοποιούμε όλα μαζί.

Η εκ των προτέρων επιλογή των παραπάνω γίνεται με το Mesh Attributes και συνίσταται στις περισσότερες περιπτώσεις (αν δεν έχουμε δηλαδή μόνο ένα είδος υλικού, πεπερασμένου στοιχείου και πραγματικών σταθερών). Ιδιαίτερα χρήσιμο είναι το Meshtool το οποίο δίνει τη δυνατότητα να κάνουμε πλέγμα επιλέγοντας τις οντότητες που θέλουμε κάθε φορά. Είναι δυνατό να ορίσουμε το μέγεθος γενικά για όλες τις οντότητες (Global) ή ανά είδος. Ακόμα μπορούμε να ορίσουμε πλήθος πεπερασμένων στοιχείων – διαμερίσεων ανά γραμμή - το οποίο είναι ιδιαίτερα χρήσιμο κατά την διακριτοποίηση με δομημένο πλέγμα και όχι μόνο.



Εικόνα 5. 4 Παράθυρο του Meshtool

Στην Εικόνα 5.4 βλέπουμε τη μορφή του παραθύρου του Meshtool όταν δώσουμε την αντίστοιχη εντολή. Η παρούσα μορφή του είναι ορισμένη για επιφάνειες (1) για πεπερασμένο στοιχείο τετραπλευρικό Quad και ελεύθερη διακριτοποίηση free (2). Με τον όρο αυτό εννοούμε ότι δεν είναι δομημένο mapped αλλά έχει ακανόνιστο σχήμα με στόχο καλύτερη ποιότητα στοιχείων. Ακόμα μία επιλογή είναι αυτή του Smart Size (3), η γενική του ιδέα έχει ήδη αναλυθεί, όπου υπάρχει μία κλίμακα 1-10 από fine (λεπτό) σε coarse (χονδροειδές). Η χρησιμότητά του είναι σε ορισμένες μόνο περιπτώσεις πολύπλοκης γεωμετρίας όπου ο ορισμός των επιμέρους διαμερίσεων είναι ιδιαίτερα χρονοβόρος. Γενικά προτιμάται πλέγμα ομοιόμορφου μεγέθους. Τέλος υπάρχει ακόμα μία εντολή, η Refine (4) με την οποία μπορούμε να κάνουμε εκλέπτυνση σε ένα υπάρχον πλέγμα σε συγκεκριμένα σημεία. Ούτε αυτή η εντολή πρόκειται να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα παρά μόνο σε ιδιαίτερες περιπτώσεις. Η εμπειρία έχει δείξει ότι είναι καλύτερο να δίνεται μία διάσταση γενική ή να δίνονται επιμέρους διαστάσεις σε γραμμές ή ακόμα και συνδυασμός των παραπάνω. Όταν γίνουν αυτές οι ενέργειες τότε η χρήση του Smart Size είναι δυνατό να δώσει ικανοποιητικά ή και καλύτερα αποτελέσματα από τις άλλες μεθοδολογίες (free – mapped). Όσον αφορά το πλέγμα υπάρχει άλλη μία εντολή η οποία όμως είναι χρήσιμη μόνο σε περίπτωση δομημένου πλέγματος. Η εντολή αυτή, concatenate, μας επιτρέπει να ορίσουμε δύο ή περισσότερες γεωμετρικές γραμμές ως μία για την διαδικασία της διακριτοποίησης. Αυτό απαιτείται μόνο στις περιπτώσεις όπου έχουμε επιφάνειες με πάνω από 4 πλευρές και όγκους με πάνω από 6 επιφάνειες. Ο αλγόριθμος του ANSYS για δομημένο πλέγμα μπορεί

να διαχειριστεί επιφάνειες με 3-4 πλευρές και όγκους με 5-6 επιφάνειες.

Όπως και στην περίπτωση των εντολών Modeling έτσι και σε αυτή την ομάδα έχουμε τη σειρά εντολών διαγραφής clear, που αναφέρονται αποκλειστικά στο πλέγμα. Αυτή η σειρά των εντολών ακολουθεί ακριβώς την ίδια λογική. Σημειώνουμε ότι δεν μπορούμε να κάνουμε delete σε γεωμετρικές οντότητες οι οποίες έχουν πλέγμα καθώς επίσης και σε μεμονωμένα πεπερασμένα στοιχεία ή κόμβους που έχουν κατασκευαστεί με τις εντολές του mesh.

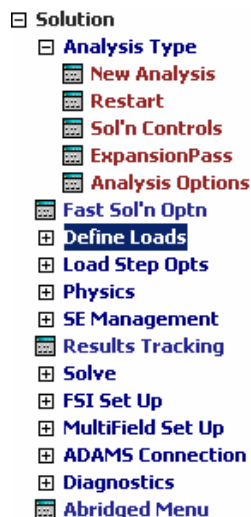
Οι τελευταίες εντολές που θα μας απασχολήσουν από τον preprocessor είναι η Numbering Controls και η Loads, η τελευταία υπάρχει και στην περιοχή του Solution όπου και θα αναλυθεί. Την Numbering Controls την χρησιμοποιούμε για να κάνουμε συγχώνευση, merge, ορισμένων οντοτήτων ή για να ξαναορίσουμε την αρίθμησή τους.

Η συγχώνευση είναι απαραίτητη σχεδόν κάθε φορά που κάνουμε εισαγωγή αρχείου *.igs διότι έχουμε εισαγωγή διπλών keypoints (σημείων) ή και lines (γραμμών) – areas (επιφανειών).

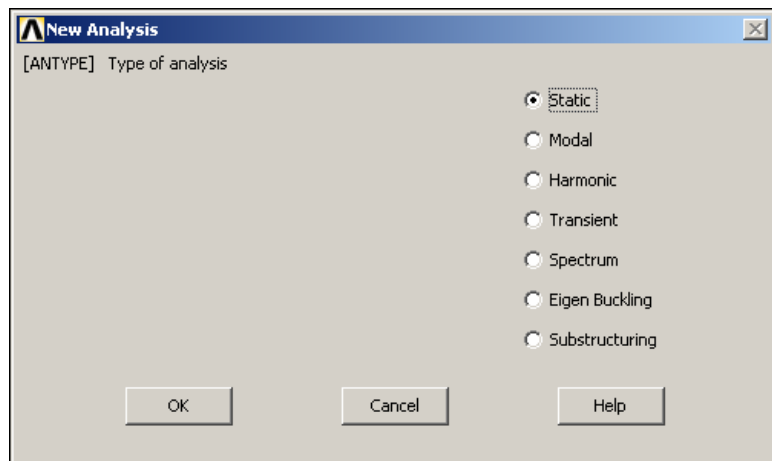
Ο επανορισμός της αρίθμησης Compress Numbers είναι χρήσιμος σε περίπτωση που θέλουμε να εξάγουμε δεδομένα από το μοντέλο σε άλλο περιβάλλον για περαιτέρω επεξεργασία και γενικά βοηθάει στην εποπτεία του μοντέλου να έχουμε μικρούς και συνεχείς αριθμούς. Η εμφάνιση ασυνέχειας στην αρίθμηση εμφανίζεται σε περιπτώσεις που έχουμε Boolean πράξεις ή διορθώνουμε το πλέγμα.

➤ Solution (επίλυση)

Στην Εικόνα 5.5 παρουσιάζονται οι βασικές εντολές της επίλυσης. Παρατηρούμε ότι υπάρχουν κοινές εντολές με τον προεπεξεργαστή όσον αφορά τις φορτίσεις. Ο τύπος της ανάλυσης Analysis Type → New Analysis οδηγεί στο παράθυρο της Εικόνας 5.6 και εκεί γίνεται η κατάλληλη επιλογή.

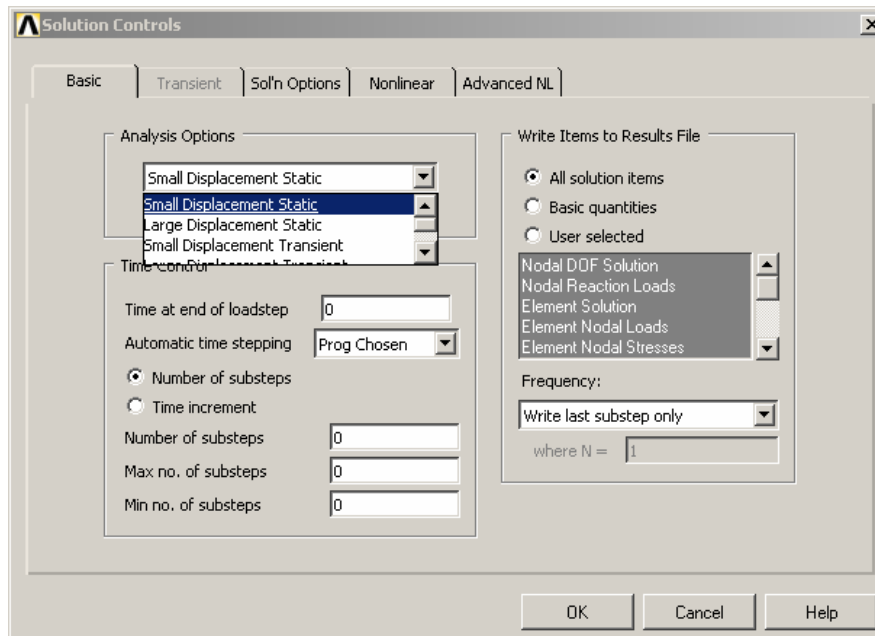


Εικόνα 5. 5



Εικόνα 5. 6

Για κάθε τύπο επίλυσης έχουμε επιπλέον επιλογές. Οι επιλογές αυτές εμφανίζονται με την επιλογή Solution Controls (Sol'n Controls) σε νέο παράθυρο (Εικόνα 5.7), όπου γίνονται οι επιλογές για στατική ή δυναμική ανάλυση, μεγάλες ή μικρές μετατοπίσεις, μέγεθος του βήματος, επιλογή της αποθήκευσης των αποτελεσμάτων ανά βήμα ή όχι και ποιων, τον τρόπο επιβολής φορτίου (ράμπας ή βηματική) και τον επιλύτη.



Εικόνα 5. 7

- [-] Define Loads
 - [-] Settings
 - Uniform Temp
 - Reference Temp
 - For Surface Ld
 - Replace vs Add
 - [-] Apply
 - [-] Structural
 - Displacement
 - Force/Moment
 - Pressure
 - Temperature
 - Inertia
 - Pretnsn Sectn
 - Gen Plane Strain
 - Other
 - Field Surface Intr
 - Field Volume Intr
 - [-] Initial Condit'n
 - Define
 - List All
 - List Picked
 - Load Vector
 - Functions
 - [-] Delete
 - [-] Operate

Εικόνα 5. 8

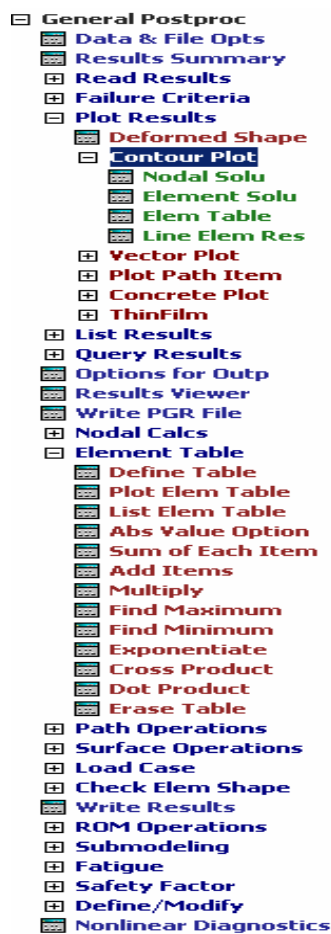
Οι παραπάνω παράμετροι μπορούν να οριστούν ανεξάρτητα από τον ορισμό των φορτίων. Παρόλα αυτά είναι ορθότερο να ορίζονται πρώτα οι οριακές συνθήκες και στη συνέχεια οι παράμετροι της επίλυσης.

Οι οριακές συνθήκες ορίζονται μέσα από τη σειρά εντολών Define Loads όπου έχουμε την πρώτη εντολή Settings η οποία αφορά τον ορισμό θερμοκρασίας σε προβλήματα μετάδοσης θερμότητας ή προβλήματα όπου έχουμε συστολές ή διαστολές. Η δεύτερη είναι και η πιο συχνά χρησιμοποιούμενη εντολή Apply → Structural με την οποία ορίζουμε περιορισμούς μετατοπίσεων Displacement, εφαρμογή δυνάμεων/ροπών Force/Moment, πιέσεων Pressure και εφαρμογή θερμοκρασιακής διαφοράς Temperature. Η επιλογή Displacement μπορεί να εφαρμοστεί σε όλες τις γεωμετρικές οντότητες αλλά και σε κόμβους. Η επιλογή Force/Moment εφαρμόζεται είτε σε σημεία είτε σε κόμβους, δηλαδή σε στοιχεία του πλέγματος. Η Pressure εφαρμόζεται τόσο σε επιφάνειες όσο και σε πεπερασμένα στοιχεία.

Σε μεταβατικά προβλήματα, συχνά, ορίζουμε αρχική κατάσταση και στη συνέχεια μας ενδιαφέρει να δούμε την εξέλιξη του φαινομένου. Σε αυτή την περίπτωση η εντολή είναι Apply → Initial Conditions και εφαρμόζεται μόνο σε κόμβους. Τέλος, όπως και σε όλες τις άλλες ομάδες εντολών έχουμε τη σειρά των εντολών διαγραφής Delete. Σημειώνουμε ότι αν δοθεί η εντολή της επίλυσης (ανεξάρτητα αν γίνει ή όχι) τότε χάνονται οι τιμές των αρχικών οριακών συνθηκών και πρέπει να ξαναοριστούν.

Αφού έχουν οριστεί όλα τα παραπάνω είμαστε έτοιμοι να κάνουμε επίλυση του μοντέλου. Αυτό γίνεται με την εντολή Solve → Current Ls(Load Set).

➤ Postprocessor (μεταεπεξεργαστής)



Εικόνα 5. 9

Οι εντολές για την παρουσίαση και επεξεργασία των αποτελεσμάτων παρουσιάζονται, όχι σε πλήρη ανάπτυξη, στην Εικόνα 5.9.

Η πρώτη εντολή που θα μας απασχολήσει είναι η Read Results με την οποία κάνουμε ανάγνωση των αποτελεσμάτων. Η ανάγνωση δεν χρειάζεται σε περίπτωση που βλέπουμε τα αποτελέσματα μετά την επίλυση και χωρίς να κλείσουμε το πρόγραμμα. Χρειάζεται όμως όταν έχουμε κλείσει το πρόγραμμα και θέλουμε να τα ξανακοιτάξουμε ή όταν έχουμε μία επίλυση σε βήματα και θέλουμε να δούμε τα αποτελέσματα σε επιμέρους βήματα.

Μετά την ανάγνωση των αποτελεσμάτων έχουμε την γραφική τους αναπαράσταση contour plot, η επιλογή αυτή εμφανίζεται μόνο όταν έχει γίνει η ανάγνωση. Σε αυτή τη σειρά εντολών έχουμε να επιλέξουμε μεταξύ των Nodal Solution, Element Solution και Element Table. Από αυτές τις εντολές διαλέγουμε την πρώτη για την απεικόνιση των μετατοπίσεων μιας και οι μετατοπίσεις είναι κομβικές και έτσι δεν είναι διαθέσιμη αυτή η πληροφορία σε άλλη εντολή. Όσον αφορά τις τιμές των τάσεων και των παραμορφώσεων μπορούμε να αντλήσουμε πληροφορίες και από τις τρεις επιλογές αλλά δεν είναι βέβαιο ότι θα μας δώσουν την ίδια απάντηση.

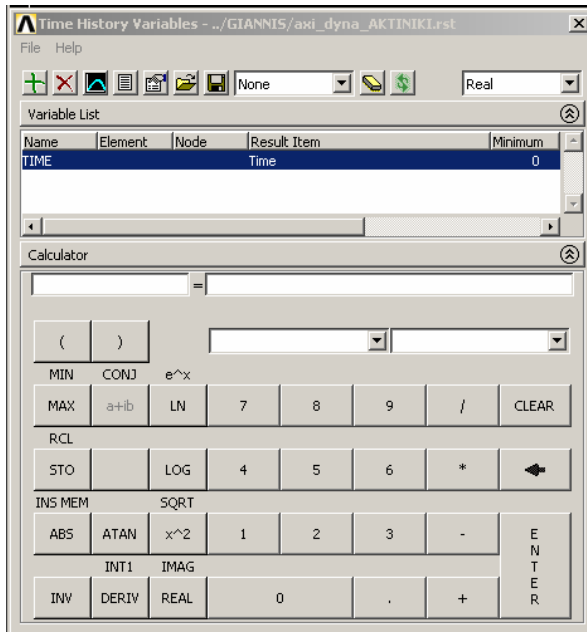
Η πρώτη Nodal δίνει την μέση τιμή στους κόμβους που εξαρτώνται από περισσότερα του ενός στοιχεία, η δεύτερη Element δίνει την λύση σε κάθε πεπερασμένο στοιχείο και η τελευταία Element table δίνει λύση ανά πεπερασμένο στοιχείο, διακριτές τιμές ανά στοιχείο, αλλά έχει την επιπλέον δυνατότητα να βγάζει μέσους όρους και να δίνει μια απεικόνιση συνεχούς μορφής. Όποιον τρόπο και αν επιλέξουμε για να δούμε τα αποτελέσματα δεν θα πρέπει να έχουμε μεγάλες διαφοροποιήσεις. Οι περιπτώσεις που θα έχουμε διαφοροποιημένα αποτελέσματα είναι αυτές όπου το πλέγμα δεν είναι ικανοποιητικό ή όταν έχουμε πολύπλοκες γεωμετρικές οντότητες. Σε αυτές τις περιπτώσεις δεν μπορούμε να είμαστε απολύτως βέβαιοι για τα αποτελέσματα αλλά θεωρείται καλή επιλογή το Element Table Averaging η οποία δίνει μια καλή εικόνα και εξομαλύνει τυχόν τοπικά μέγιστα, τα οποία πιθανόν να μην είναι αληθινά και να οφείλονται στην ιδιομορφία του πλέγματος ή των φορτίσεων (συγκεντρωμένα φορτία).

Ειδικότερα για την επιλογή του Element Table πρέπει να γίνει πρώτα ο ορισμός του με τις εντολές Element Table→ Define Table. Ακόμα η σειρά των εντολών του Element Table δίνει τη δυνατότητα πράξεων στα αποτελέσματα και γενικά προτιμάται για την επεξεργασία των αποτελεσμάτων, για παράδειγμα μέσω αυτής μπορεί να προσδιοριστεί εάν ένα στοιχείο θλίβεται ή εφελκύεται.

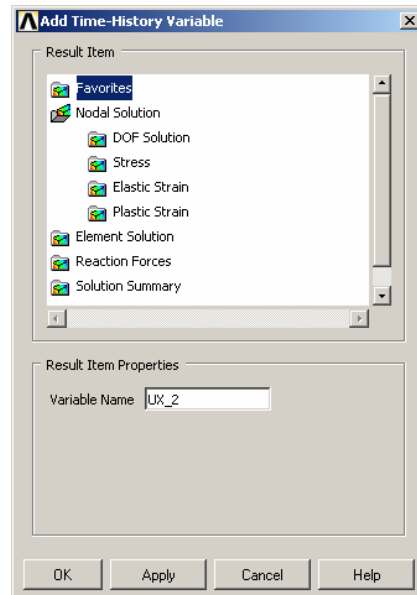
Πέρα από τη γραφική αναπαράσταση των αποτελεσμάτων πολλές φορές χρειάζεται να έχουμε και την αριθμητική τους τιμή ανά κόμβο ή στοιχείο. Η τιμή αυτή αντλείται από τη σειρά εντολών List Results. Επίσης, οι τιμές των αποτελεσμάτων όπως και άλλες τιμές είναι δυνατό να αποθηκευθούν σε πίνακες, μεταβλητές ή και σε αρχείο (με χρήση Format κατά Fortran) για περαιτέρω επεξεργασία με άλλο πρόγραμμα.

Οι εντολές αυτές μπορούν να χρησιμοποιηθούν είτε το μοντέλο έχει λυθεί χρησιμοποιώντας γραμμική είτε μη γραμμική ανάλυση. Ιδιαίτερα όμως στην περίπτωση της μη γραμμικής ανάλυσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί το περιβάλλον του Result Viewer για γραφική αναπαράσταση ή εντολές από το μενού του Time History Postprocessor.

Τη στιγμή που επιλέγουμε το επίπεδο του Time History Postprocessor παρουσιάζεται το παράθυρο του Variable Viewer, Εικόνα 5.10, όπου έχουμε τη δυνατότητα να επιλέξουμε ποια αποτελέσματα θα εμφανιστούν.



Εικόνα 5. 10



Εικόνα 5. 11

Επιλέγουμε στοιχείο ή κόμβο, ανάλογα με το αποτέλεσμα που θέλουμε να εξετάσουμε πατώντας το κουμπί με το + το οποίο εμφανίζει ένα δεύτερο παράθυρο για να κάνουμε την επιλογή, Εικόνα 5.11.

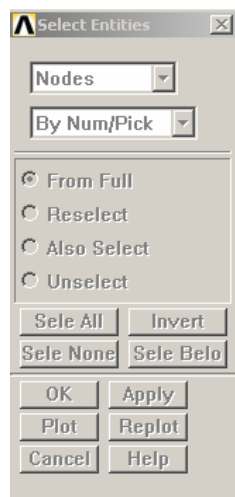
Επιπλέον έχουμε τη δυνατότητα να κάνουμε τη γραφική αναπαράσταση μιας σειράς αποτελεσμάτων σε σχέση με το χρόνο ή κάποιας άλλης σειράς όπως και την πολλαπλή αναπαράσταση τιμών. Το περιβάλλον του Variable Viewer έχει επιπλέον ένα υπολογιστή, Calculator, για πράξεις μεταξύ των αποτελεσμάτων. Ανάμεσα σε αυτές τις πράξεις είναι και η παραγωγή, deriv, η οποία υπολογίζει π.χ. την ταχύτητα από την μετατόπιση και στη συνέχεια την επιτάχυνση.

5.6 Λειτουργίες του Ansys που βοηθούν στην απεικόνιση και στη διαχείριση των

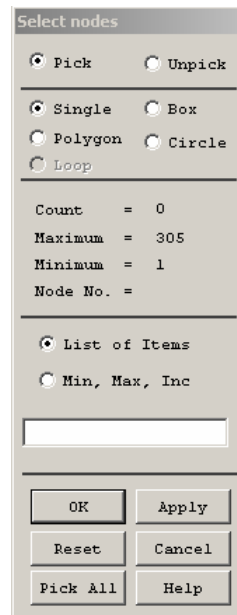
μοντέλων Utility Menu

Η πρώτη ετικέτα ονομάζεται File και αναλαμβάνει την διαχείριση των αρχείων (αποθήκευση, άνοιγμα, εισαγωγή αρχείου *.igs, ανάγνωση εντολών από αρχείο, αποθήκευση εντολών που έχουν δοθεί μέσω παραθυρικού περιβάλλοντος κ.α.)

Η δεύτερη ετικέτα Select διαχειρίζεται τις οντότητες που έχουν οριστεί. Κυριότερη εντολή είναι η Select Entities (Εικόνα 5.12) με την οποία επιλέγουμε ή απεπιλέγουμε οντότητες. Σε περιπτώσεις όπου δεν είναι όλα εμφανή από την εξωτερική επιφάνεια, ιδιαίτερα συνηθισμένο, είναι άκρως απαραίτητη. Ακόμα και σε περιπτώσεις που θέλουμε να εφαρμόσουμε οριακές συνθήκες είναι πιο βολικό πρώτα να επιλέγουμε τη συγκεκριμένη οντότητα και μετά να τις εφαρμόζουμε, περιορίζει το περιθώριο λάθους. Κάνοντας Apply παρουσιάζεται ένα νέο παράθυρο (Εικόνα 5.13) στο οποίο μπορούμε είτε να πληκτρολογήσουμε τις τιμές τους, ορισμένες φορές είναι πιο γρήγορο, είτε να τις επιλέξουμε γραφικά.



Εικόνα 5. 12



Εικόνα 5. 13

Πιο αναλυτικά μπορούμε να κάνουμε Select From Full, από το συνολικό μοντέλο, Reselect, ένα μέρος από αυτά που ήδη έχουμε επιλέξει, Also Select, επιπλέον ένα μέρος από αυτά που δεν είναι επιλεγμένα και Unselect, αποεπιλογή από αυτά που ήδη έχουμε επιλέξει. Ακόμα μπορεί να γίνει με μία κίνηση Select All – None επιλογή όλων ή αποεπιλογή όλων, Invert επιλογή μόνο όσων δεν έχουν επιλεγεί και Below που σημαίνει επιλογή όλων των οντοτήτων που είναι συνδεδεμένα με τα επιλεγμένα.

Όλα τα παραπάνω αναφέρονται στην οντότητα που αναγράφεται στην πρώτη γραμμή και / ή με τρόπο που αναφέρεται στη δεύτερη (Εικόνα 5.12).

Η τρίτη ετικέτα Plot αφορά την επιλογή που θα κάνουμε ως προς τη γραφική απεικόνιση.

Μπορούμε να επιλέξουμε να φαίνονται συγκεκριμένες οντότητες ή και όλες μαζί, Multiplots.

Η τέταρτη ετικέτα Plot Controls ορίζει παραμέτρους που επηρεάζουν την προηγούμενη ετικέτα. Δίνει τη δυνατότητα να κόβουμε νοητά ως προς επίπεδα το μοντέλο για να επιθεωρούμε τις μη ορατές περιοχές, Style. Ακόμα δίνει τη δυνατότητα να εμφανίζουμε ή όχι την αρίθμηση των οντοτήτων ή και να τα απεικονίζουμε με διαφορετικά χρώματα για την ευκολότερη διάκρισή τους, Numbering. Επίσης μπορούμε μέσω του Hard Copy να δημιουργούμε αρχεία εικόνας ή να τα εκτυπώνουμε κατευθείαν στον εκτυπωτή. Τέλος το Animate προβάλλει τα αποτελέσματα σε χρονική εξέλιξη, χρησιμοποιείται και ως εναλλακτική για τον Result Viewer.

Η πέμπτη κατά σειρά Working Plane προβάλλει τις δυνατότητες του προγράμματος για την διαχείριση των συστημάτων συντεταγμένων σε τοπικό ή κυλινδρικό κ.α..

Η έκτη κατά σειρά Parameters ορίζει παραμέτρους είτε ως μεταβλητές ή σε μορφή πινάκων. Η χρησιμότητα είναι κυρίως σε παραμετρικά προβλήματα και σε προβλήματα βελτιστοποίησης. Επιπλέον μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την αποθήκευση των αποτελεσμάτων και την επεξεργασία τους. Μια ειδική περίπτωση είναι η εισαγωγή πειραματικών μετρήσεων για τον υπολογισμό μη γραμμικών υλικών.

Η έβδομη κατά σειρά εντολή Macro εκτελεί μακροεντολή η οποία αποτελείται από εντολές του Ansys. Οι εντολές αυτές, APDL, είναι αρκετές για να προγραμματίσουμε ό,τι χρειαζόμαστε. Μακροεντολές μπορούμε να βρούμε στο internet για συγκεκριμένες λειτουργίες που συνήθως είναι πολύπλοκες ή χρονοβόρες να γίνουν μέσω του παραθυρικού περιβάλλοντος ή να κατασκευάσουμε μόνη μας προγραμματίζοντας με τη βοήθεια συγκεκριμένων εντολών

(APDL language).

Η προτελευταία ετικέτα Menu Controls αλλάζει περιβάλλον και προτείνεται σε περιπτώσεις όπου έχουμε δοσμένη γεωμετρία με συνηθισμένα υλικά και μας ενδιαφέρει ένα γρήγορο μοντέλο. Σε αυτή την περίπτωση δεν έχουμε δυνατότητες επιλογής πεπερασμένων στοιχείων (γίνεται αυτόματα) και γενικά είμαστε περιορισμένοι με πλεονέκτημα το περισσότερο φιλικό περιβάλλον.

Η τελευταία ετικέτα Help είναι όπως σε κάθε πρόγραμμα η σημαντικότερη εντολή. Το περιβάλλον βοήθειας που έχει το Ansys είναι καλά σχεδιασμένο και προσφέρει τη δυνατότητα βήμα προς βήμα κατασκευής, επίλυσης και αναπαράστασης των αποτελεσμάτων σε απλά παραδείγματα. Προτείνεται η ενασχόληση με αυτά για την καλύτερη εξοικείωση με το περιβάλλον. Ακόμα έχει και έτοιμες γραμμές εντολών σε, επίσης, απλά προβλήματα αλλά δίνεται υλικό για τη χρήση γραμμής εντολών που σε πολλές περιπτώσεις γλιτώνει από πολύ χρόνο. Επίσης εκεί μπορούμε να βρούμε στοιχεία για τις δυνατότητες του προγράμματος και τους περιορισμούς του.

5.7 Pan Zoom Rotate

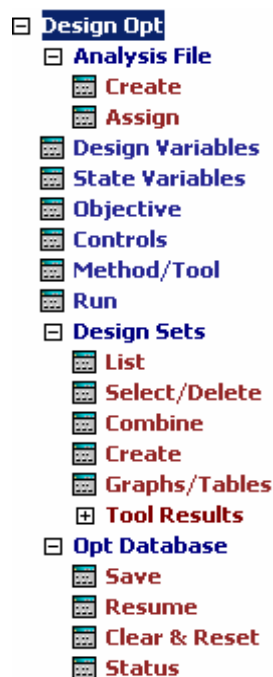
Η κατακόρυφη γραμμή εργαλείων έχει κοινά στοιχεία με την ετικέτα plot και είναι πλήρως αντίστοιχη με την Pan Zoom Rotate η οποία βγαίνει σε νέο παράθυρο και αναλαμβάνει την μετακίνηση, περιστροφή, μεγέθυνση ή σμίκρυνση του μοντέλου.

Δυναμικό Zoom μπορούμε να κάνουμε επιλέγοντας μία περιοχή με το δεξί κουμπί του ποντικιού. Πατώντας το κουμπί Control και το αριστερό κουμπί του ποντικού κάνουμε μετακίνηση ενώ με το δεξί περιστροφή του μοντέλου.

5.8 Επιπλέον Χαρακτηριστικά για το ANSYS που θα χρησιμοποιηθούν

Το ANSYS έχει ενσωματωμένες κάποιες μεθόδους βελτιστοποίησης που μπορούν να χρησιμοποιηθούν ώστε να βελτιστοποιήσουμε μία υπάρχουσα κατασκευή.

Η χρήση του Design Optimization μπορεί να γίνει μετά την επίλυση του μοντέλου και αφού αυτό έχει οριστεί παραμετρικά (βαθμωτές μεταβλητές).



Εικόνα 5.14

Το μενού που χρησιμοποιούμε φαίνεται στην Εικόνα 5.14. Εκεί το πρώτου που πρέπει να κάνουμε είναι να ορίσουμε το αρχείο το οποίο θα είναι παραμετρικά ορισμένο και έτοιμο για βελτιστοποίηση. Συνήθως χρησιμοποιούμε την εντολή Write DB log file ... από το μενού File, όπου αναγράφεται η γραμμή εντολών που έχει δοθεί μέσω του παραθυρικού περιβάλλοντος, χωρίς όμως να έχει περιττές εντολές που έχουν να κάνουν με την οπτική απεικόνιση στο γραφικό περιβάλλον.

Αυτό το αρχείο το κάνουμε Assign και στη συνέχεια είμαστε έτοιμοι να ορίσουμε ποιες από αυτές τις παραμέτρους είναι ανεξάρτητες μεταβλητές Design Variables, ποιες εξαρτημένες State Variables και ποια είναι η αντικειμενική συνάρτηση Objective Function. Στη συνέχεια μπορούμε να διαλέξουμε μέθοδο βελτιστοποίησης Method/Tool και τέλος κάνουμε Run.

Τότε ξεκινάνε οι επαναλήψεις της βελτιστοποίησης. Παράλληλα με τις επαναλήψεις μπορούμε να βλέπουμε ορισμένα ενδιάμεσα αποτελέσματα στο ANSYS Output Window. Από αυτά τα αποτελέσματα μπορούμε να κρίνουμε την πορεία της μεθόδου και αν πρέπει να δώσουμε παραπάνω επαναλήψεις ή όχι.

Τέλος μπορούμε να δούμε όλα τα Design Sets → List ή μόνο τα εφικτά ή μόνο το καλύτερο. Ακόμα θα μπορούσαμε να κάνουμε κάποιο συνδυασμό υπολογισμένων Sets ώστε να δημιουργήσουμε ένα νέο Set.

5.9 APDL (Ansys Parametric Design Language) Command Language

*ABBR – Ορίζει συντομογραφία (σειρά αλφαριθμητικών χαρακτήρων) ABBRES – Διαβάζει τις συντομογραφίες από κωδικοποιημένο αρχείο

ABBSAV – Γράφει την τρέχουσα ομάδα συντομογραφιών σε κωδικοποιημένο αρχείο

*AFUN – Specifies units for angular functions in parameter expressions.

*ASK – Ζητά από το χρήστη να εισάγει την τιμή μιας παραμέτρου

*CFCLOS – Κλείνει το αρχείο εντολών (command file).

*CFOPEN – Ανοίγει το αρχείο εντολών

*CFWRITE – Γράφει μια εντολή ANSYS (or similar string) στο αρχείο εντολών

*CREATE – Ανοίγει ή δημιουργεί ένα αρχείο μακροεντολής

*CYCLE – Προσπερνάει εντολές μέσα σε ένα βρόχο DO

*DEL – Σβήνει μία ή περισσότερες παραμέτρους (GUI).

/DELAB - Changes DOF labels for user custom elements.

*DIM – Ορίζει μια παράμετρο σε μορφή πίνακα και τις διαστάσεις του

/DIRECTORY - Put the file names in the current directory into a string parameter array.

*DO – Ορίζει την έναρξη ενός βρόχου DO

*DOWHILE – Πραγματοποιεί συνεχώς βρόχους μέχρι την επόμενη εντολή τερματισμού (*ENDDO)

*ELSE – Διαχωρίζει το τελικό κομμάτι ενός if-then-else block.

*ELSEIF – Διαχωρίζει ενδιάμεσο if-then-else block.

*END – Κλείνει ένα αρχείο μακροεντολών.

*ENDDO – Τερματίζει ένα βρόχο DO και εκκινεί την διαδικασία επανάληψης

*ENDIF – Τερματίζει ένα if-then-else.

*EXIT – Τερματίζει ένα βρόχο DO.

*GET – Βρίσκει μια τιμή και την αποθηκεύει σαν βαθμωτή παράμετρο ή μέρος ενός πίνακα παραμέτρου

*GO – Οδηγεί στην ανάγνωση συγκεκριμένης γραμμής του αρχείου εισόδου

***IF** – Με κάποιες προϋποθέσεις οδηγεί σε συγκεκριμένες ενέργειες

/INQUIRE – Δίνει πληροφορίες συστήματος σε μια παράμετρο

/MAIL – Στέλνει με mail το αρχείο σε συγκεκριμένη διεύθυνση

***MFOURI** – Υπολογίζει τους συντελεστές για ή υπολογίζει σειρές Fourier

***MFUN** – Αντιγράφει ή αντιστρέφει έναν πίνακα παραμέτρων

***MOPER** – Κάνει πράξεις μεταξύ πινάκων παραμέτρων

***MSG** – Γράφει μήνυμα εξόδου μέσω υπορουτίνας μηνυμάτων του ANSYS

***MWRITE** – Γράφει πίνακα σε αρχείο με συγκεκριμένη διαμόρφωση

PARRES – Διαβάζει παραμέτρους από αρχείο

PARSAV – Γράφει παραμέτρους σε αρχείο

/PMACRO – Ορίζει ότι μακροεντολή πρέπει να γραφτεί στο session log file.

/PSEARCH – Ορίζει ένα φάκελο στον οποίο θα γίνει αναζήτηση για αρχείο μακροεντολών.

***REPEAT** – Επαναλαμβάνει την προηγούμενη εντολή

***RETURN** – Returns input stream to a higher level.

***SET** – Δίνει τιμές σε ορισμένες παραμέτρους ορισμένες από το χρήστη

***SREAD** – Διαβάζει αρχείο σε Reads a file into a string array parameter.

***STATUS** – Παρουσιάζει τις τρέχουσες παραμέτρους και συντομογραφίες

/TEE – Γράφει κατάλογο εντολών σε συγκεκριμένο αρχείο ενώ εκτελούνται οι εντολές

***TOPER** – Κάνει πράξεις σε πίνακα παραμέτρων

***TREAD** – Reads data from an external file into a table array parameter.

/UCMD – Δίνει όνομα σε εντολή ορισμένη από χρήστη

***ULIB** – Αναγνωρίζει ονόματα μακροεντολών από βιβλιοθήκη

***USE** – Εκτελεί αρχείο μακροεντολής

***VABS** – Applies the absolute value function to array parameters.

***VCOL** – Ορίζει τον αριθμό των στηλών σε πράξεις μεταξύ πινάκων

***VCUM** – Επιτρέπει την άθροιση αποτελεσμάτων παραμέτρων σε υπάρχοντα αποτελέσματα

***VEDIT** – Επιτρέπει τη γραφική απεικόνιση αριθμητικών παραμέτρων

***VFACT** – Applies a scale factor to array parameters.

***VFILL** – Συμπληρώνει τους πίνακες των παραμέτρων

***VFUN** – Performs a function on a single array parameter.

***VGET** – Retrieves values and stores them into an array parameter.

***VITRP** – Forms an array parameter by interpolation of a table.

***VLEN** – Ορίζει τον αριθμό των γραμμών που θα χρησιμοποιηθούν σε πράξεις παραμέτρων

***VMASK** – Specifies an array parameter as a masking vector.

***VOPER** – Κάνει πράξεις μεταξύ δύο πινάκων παραμέτρων

***VPLOT** – Graphs columns (vectors) of array parameters.

***VPUT** – Δίνει τις τιμές των παραμέτρων στη βάση δεδομένων του ANSYS

***VREAD** – Διαβάζει τα δεδομένα και παράγει πίνακα ή διάνυσμα παραμέτρων

***VSCFUN** – Ορίζει τις ιδιότητες ενός πίνακα παραμέτρων

***VSTAT** – Lists the current specifications for the array parameters.

***VWRITE** – Γράφει δεδομένα σε αρχείο με συγκεκριμένη διαμόρφωση

/WAIT – Προκαλεί καθυστέρηση πριν την ανάγνωση της επόμενης εντολής

ΚΕΦΑΛΑΙΟ 6^ο :

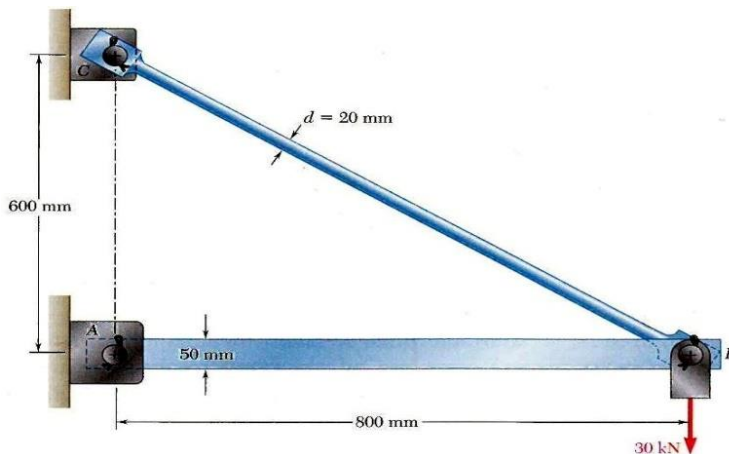
ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΜΕ ΤΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΩΝ ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ - ANSYS

1. ΠΡΟΒΛΗΜΑ (Beer p 2,3,9)

ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΜΕΤΑΛΛΙΚΗΣ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗΣ ΜΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ
(ANSYS)

Μελετητικό Πρόβλημα¹³

Ας θεωρήσουμε την κατασκευή που απεικονίζεται στο Σχήμα 6.1, η οποία έχει σχεδιαστεί για να φέρει ένα φορτίο 30kN. Η κατασκευή αποτελείται από τον βραχίονα AB ορθογώνιας διατομής 30x50mm και τη ράβδο BC κυκλικής διατομής, διαμέτρου 20mm. Ο βραχίονας και η ράβδος είναι συνδεδεμένοι με έναν πύρο στο B και στηρίζονται με πύρους στα υποστηρίγματα A και C, αντίστοιχα. Αντέχει η κατασκευή το φορτίο των 30kN;

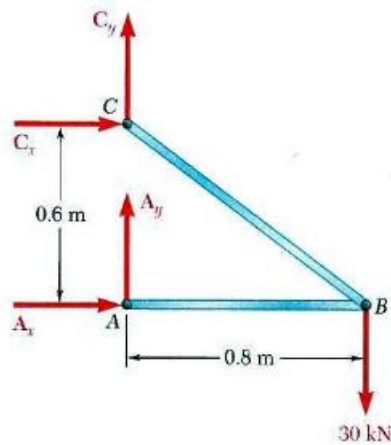


Σχήμα 6. 1 Βραχίονας στήριξης φορτίου 30 KN

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Αρχικά σχεδιάζουμε ένα διάγραμμα ελευθέρου σώματος (free-body diagram) της κατασκευής αποσπώντας την από τα σημεία στήριξης της στα A και C και προσδιορίζοντας τις αντιδράσεις που τα σημεία στήριξης ασκούν στην κατασκευή Σχήμα 6.2. Σημειώνουμε ότι το σχέδιο της κατασκευής έχει απλοποιηθεί, παραλείποντας όλες τις περιττές λεπτομέρειες. Σε αυτό το σημείο πολλοί ίσως έχουν αναγνωρίσει ότι τα AB και BC είναι μέλη δύο δυνάμεων του (two-force members). Για όσους δεν το έχουν αντιληφθεί θα συνεχίσουμε την ανάλυσή μας, αγνοώντας το γεγονός αυτό και υποθέτοντας ότι οι διευθύνσεις των αντιδράσεων στα A και C είναι άγνωστες. Κάθε μια από αυτές τις αντιδράσεις αναλύεται σε δύο συνιστώσες: Ax και Ay στο A και Cx και Cy στο C.

¹³ F. Beer et al, Μηχανική των Υλικών, εκδ. Τζιόλα, 7^η έκδοση, 2016



Σχήμα 6. 2 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος του βραχίονα όπου απεικονίζονται το εφαρμοζόμενο φορτίο και οι δυνάμεις αντίδρασης.

Οι εξισώσεις ισορροπίας είναι:

$$\Sigma M_C = 0 \Rightarrow A_x(0.6m) - (30kN)(0.8m) = 0 \Rightarrow A_x = +40kN$$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow A_x + C_x = 0 \Rightarrow C_x = -A_x \Rightarrow C_x = -40kN$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow A_y + C_y - 30kN = 0 \Rightarrow A_y + C_y = 30kN(1)$$

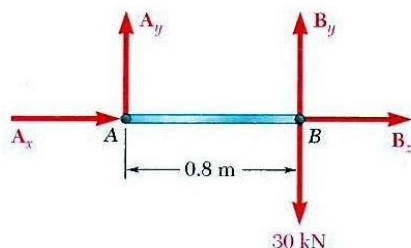
Έχουμε ήδη βρει δύο από τους τέσσερις αγνώστους, αλλά δεν μπορούμε να προσδιορίσουμε τους άλλους δύο από αυτές τις εξισώσεις, αφού καμία επιπρόσθετη ανεξάρτητη εξίσωση δεν μπορεί να ληφθεί από το διάγραμμα ελευθέρου σώματος της κατασκευής.

Έτσι πρέπει να αποσυναρμολογήσουμε την κατασκευή. Θεωρώντας το διάγραμμα ελευθέρου σώματος του βραχίονα AB Σχήμα 6.3, γράφουμε την ακόλουθη εξίσωση ισορροπίας:

$$\Sigma M_B = 0 \Rightarrow -A_y(0.8m) = 0 \Rightarrow A_y = 0 \quad (2)$$

Από (1) και (2) προκύπτει ότι $C_y = 30kN$

ΑΡΑ: $A_x=40kN \rightarrow C_x=40kN \leftarrow C_y=30kN \uparrow$



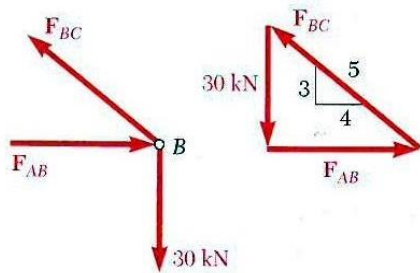
Σχήμα 6. 3 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος του μέλους AB, αποσπώμενο από την κατασκευή.

Από την γεωμετρία του Σχήματος 6.2 βλέπουμε ότι η εφαπτομένη της γωνίας είναι ίση με

$$\epsilon\phi\phi = \frac{0.6}{0.8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} = 0.75 \Rightarrow \phi = 36.87^\circ$$

$$0.75 = \frac{30}{F_{AB}} \Rightarrow F_{AB} = 40kN$$

$$\sin 36.87 = \frac{30}{F_{BC}} \Rightarrow F_{BC} = \frac{30}{0.6} \Rightarrow F_{BC} = 50kN$$



Σχήμα 6. 4 Διάγραμμα ελευθέρου σώματος της συναρμογής του βραχίονα στο B και το σχετικό τρίγωνο δυνάμεων.

Θεωρώντας και πάλι την κατασκευή του Σχήματος 6.1, υποθέτουμε ότι η ράβδος BC είναι κατασκευασμένη από χάλυβα με μέγιστη επιτρεπόμενη τάση $\sigma_{all} = 165MPa$

Το μέτρο της δύναμης F_{BC} στη ράβδο βρίσκεται από το πυθαγόρειο θεώρημα $50kN$,
 $F_{CB} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50kN$.

Ενθυμούμενοι ότι η ράβδος είναι $20mm$ χρησιμοποιούμε την εξίσωση: $\sigma = \frac{P}{A}$ Προκειμένου να προσδιορίσουμε την τάση που δημιουργείται στη ράβδο από την δεδομένη φόρτιση

$$P = F_{BC} = 50kN = 50 * 10^3 N$$

$$A = \pi * r^2 = \pi \left(\frac{20mm}{2} \right)^2 = \pi (10 * 10^{-3} m)^2 = 314 * 10^{-6} m^2$$

$$\sigma_{BC} = \frac{P}{A} = \frac{+50 * 10^3 N}{314 * 10^{-6} m^2} = +159 * 10^6 Pa = +159MPa$$

$$E = 200 * 10^3 MPa$$

$$\sigma_{BC} = E * \epsilon_{BC} \Rightarrow \epsilon_{BC} = \frac{\sigma_{BC}}{E} = \frac{159MPa}{200 * 10^3 MPa} = 7.95 * 10^{-4} MPa$$

$$l_{BC} = \sqrt{800^2 + 600^2} = 1000mm = 1m$$

$$\Delta l_{BC} = \epsilon_{BC} * l_{BC} = 7.95 * 10^{-4} * 1m \Rightarrow \Delta l_{BC} = 7.95 * 10^{-4} m$$

$$\sigma_{AB} = \frac{F_{AB}}{A_{AB}} = \frac{40 * 10^3 N}{50 * 30mm^2} = 26.67MPa$$

$$\epsilon_{AB} = \frac{\sigma_{AB}}{E} = \frac{26,67MPa}{200 * 10^3 MPa} = 1.33 * 10^{-4}$$

$$\Delta l_{AB} = \epsilon_{AB} * l_{AB} = 1.33 * 10^{-4} * 0.8m \Rightarrow \Delta l_{AB} = 1.064 * 10^{-4} m$$

$$\tan \theta = \frac{0,6}{0,8} = 0,75 \Rightarrow \theta = 36,87^\circ$$

$$\phi = 36.87^\circ$$

$$w^2 = \Delta l_{BC}^2 + \Delta l_{AB}^2 - 2\Delta l_{BC}\Delta l_{AB} \cos \phi =$$

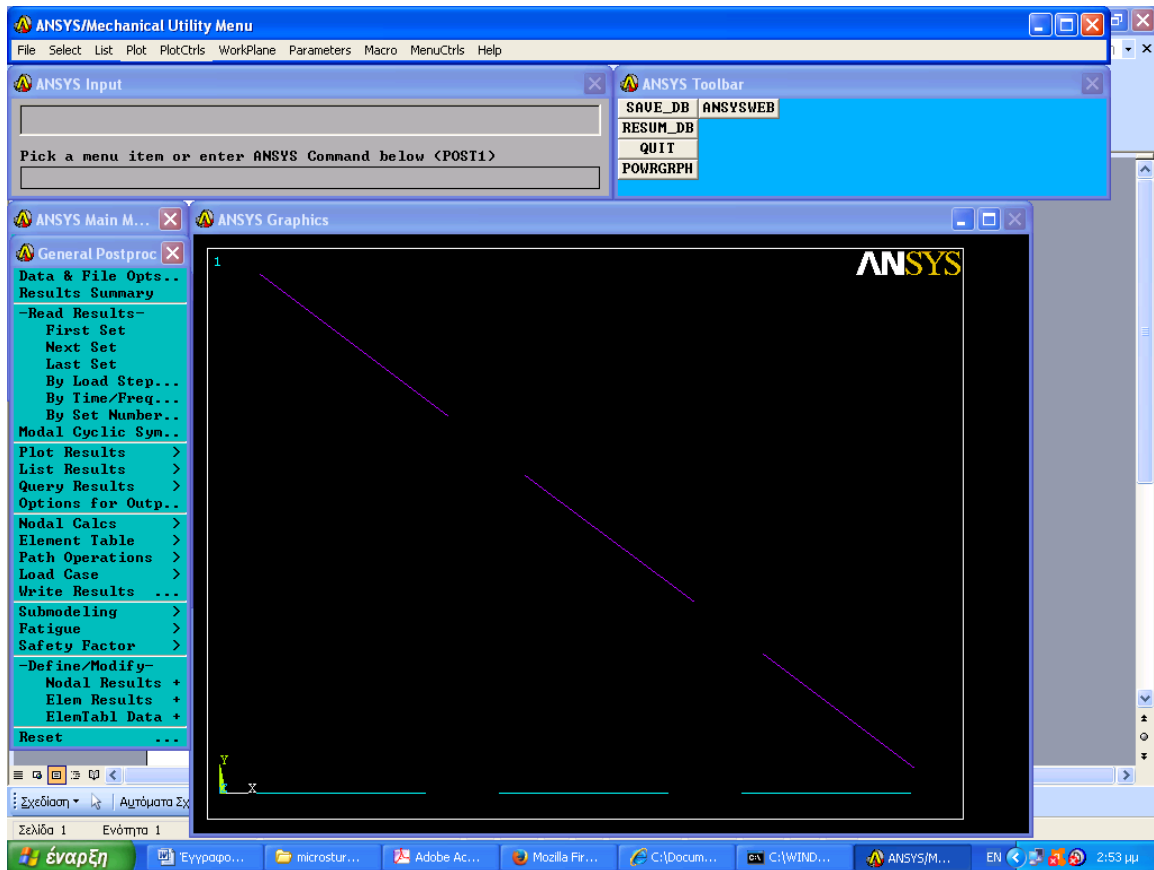
$$= (7.95 * 10^{-4})^2 + (1.064 * 10^{-4})^2 - 2(7.95 * 10^{-4} * 1.064 * 10^{-4}) * 0.67 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow w = \sqrt{5.30 * 10^{-7}} = 0.00073 = 7.3 * 10^{-4} mm$$

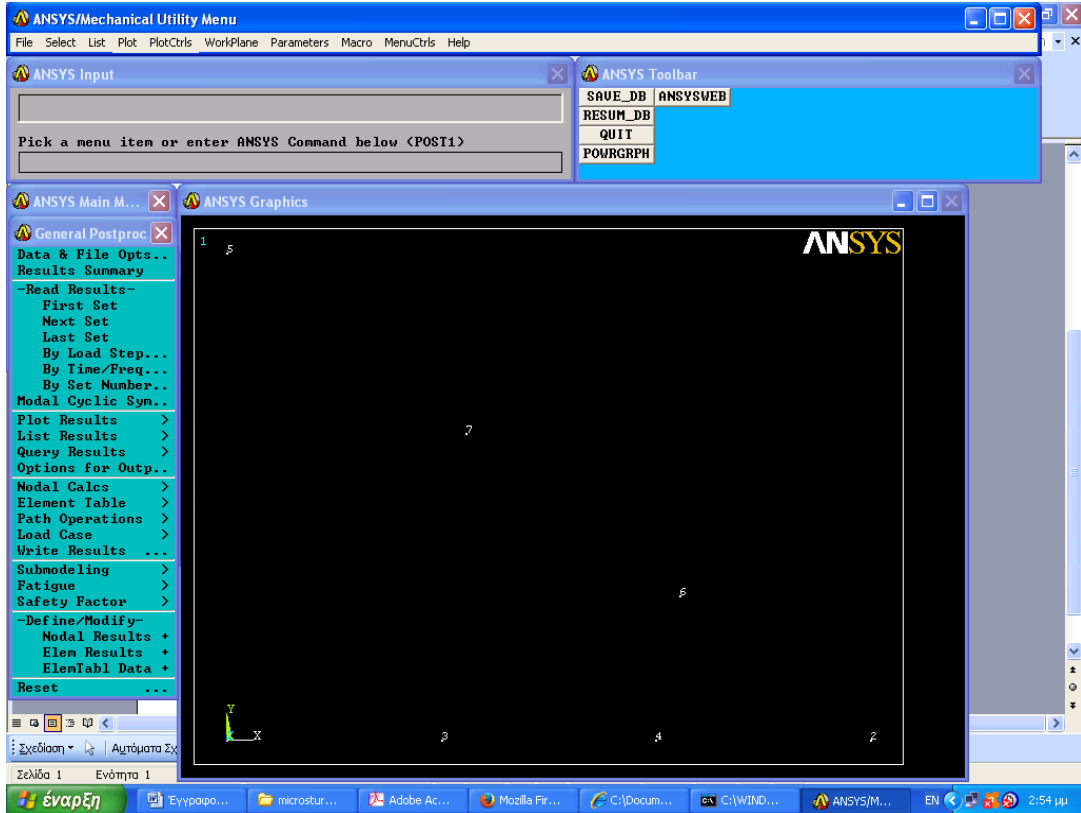
ΑΠΑΝΤΗΣΗ: Αφού σ είναι μικρότερη από τη σ_{all} της επιτρεπόμενης τάσης (allowable stress) για το χάλυβα που χρησιμοποιείται, η ράβδος BC μπορεί να αντέξει με ασφάλεια το φορτίο.

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ – ANSYS

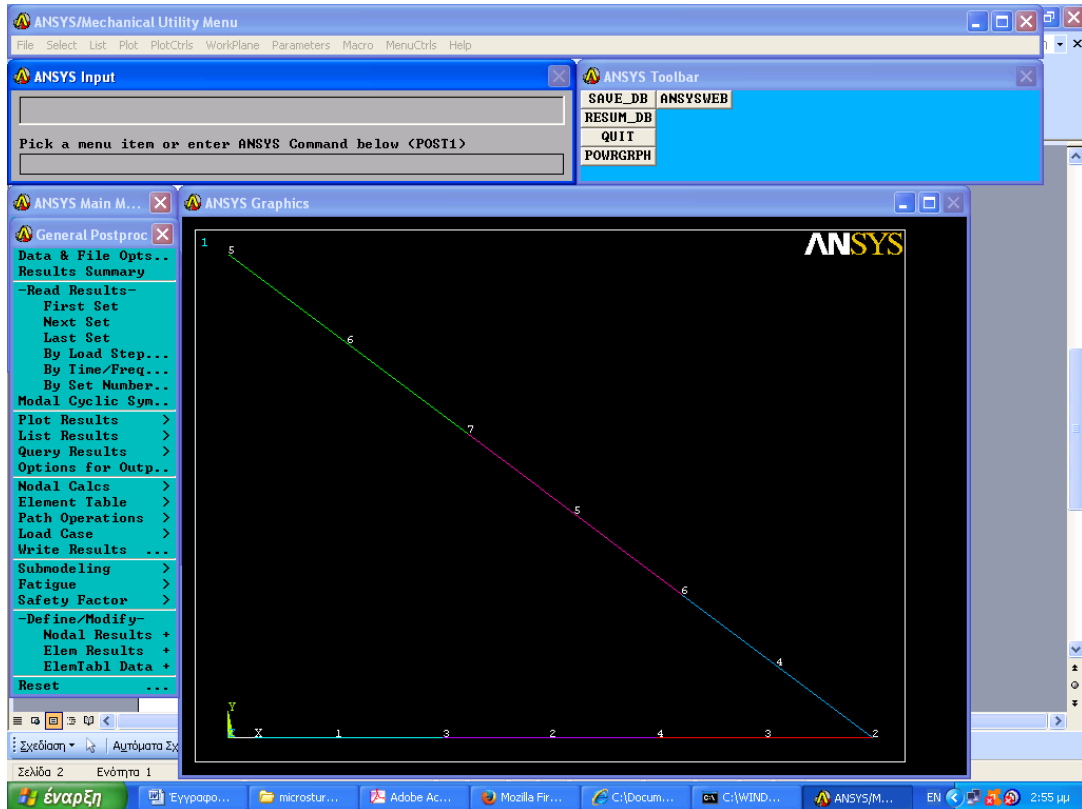
1. ΣΧΕΔΙΑΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ



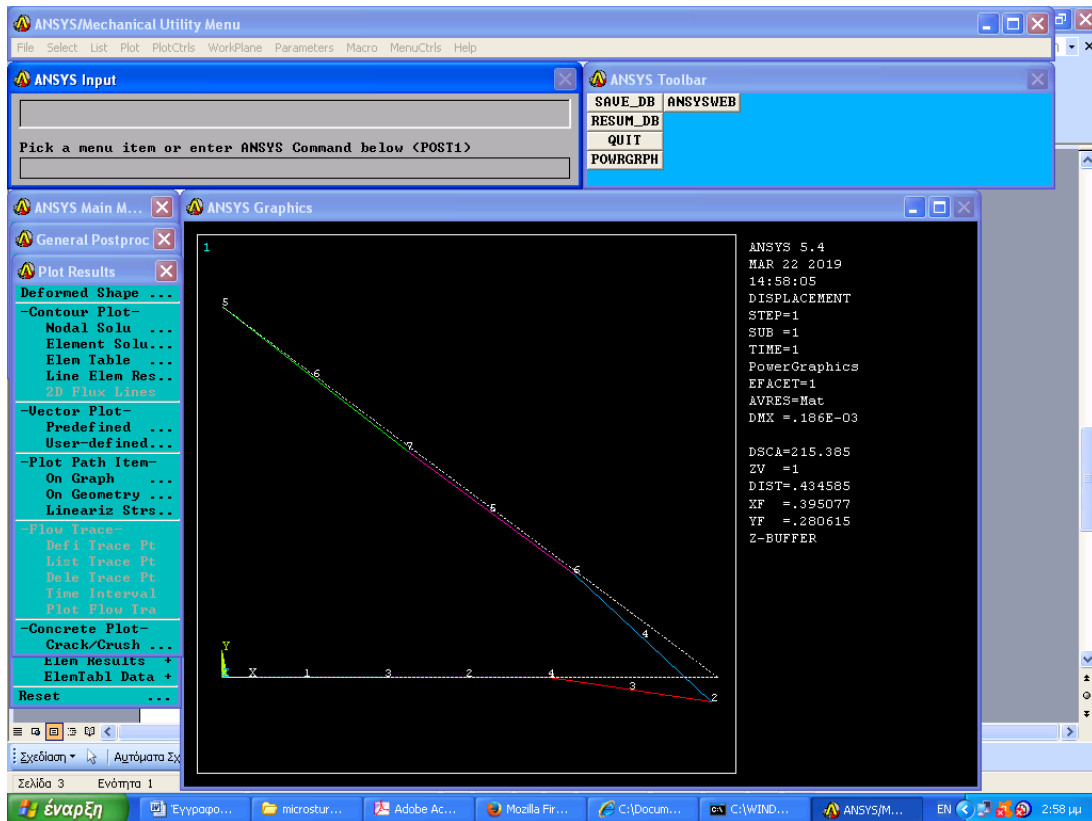
2. ΧΩΡΙΖΟΥΜΕ ΤΗΝ ΚΑΤΑΣΚΕΥΗ ΣΕ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ



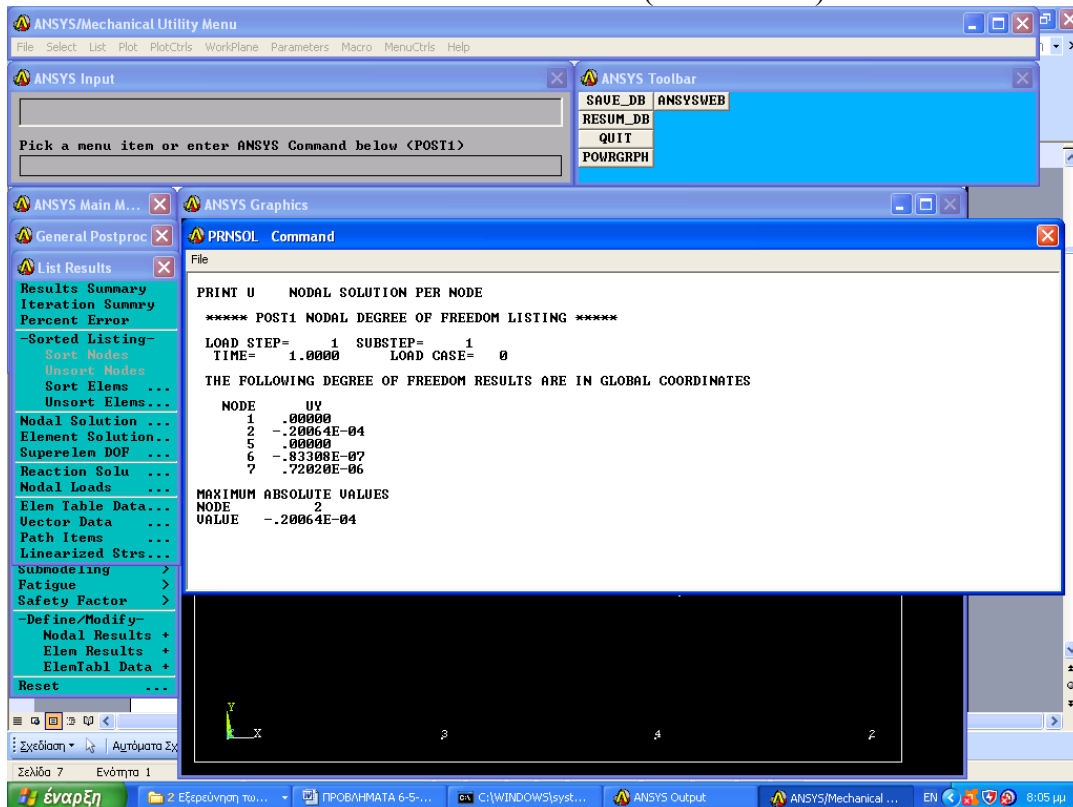
Ο ΔΙΑΧΩΡΙΣΜΟΣ ΕΓΙΝΕ ΣΕ 7 ΚΟΜΒΟΥΣ ΚΑΙ 6 ΠΕΠ. ΣΤΟΙΧΕΙΑ



3. ΕΦΑΡΜΟΖΟΥΜΕ ΜΕ ΤΗ ΦΟΡΤΙΣΗ ΚΑΙ ΤΙΣ ΣΤΗΡΙΞΕΙΣ
4. ΣΧΕΔΙΑΖΟΥΜΕ ΤΑ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ
- 4.1 ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΜΕΝΟ ΠΛΕΓΜΑ

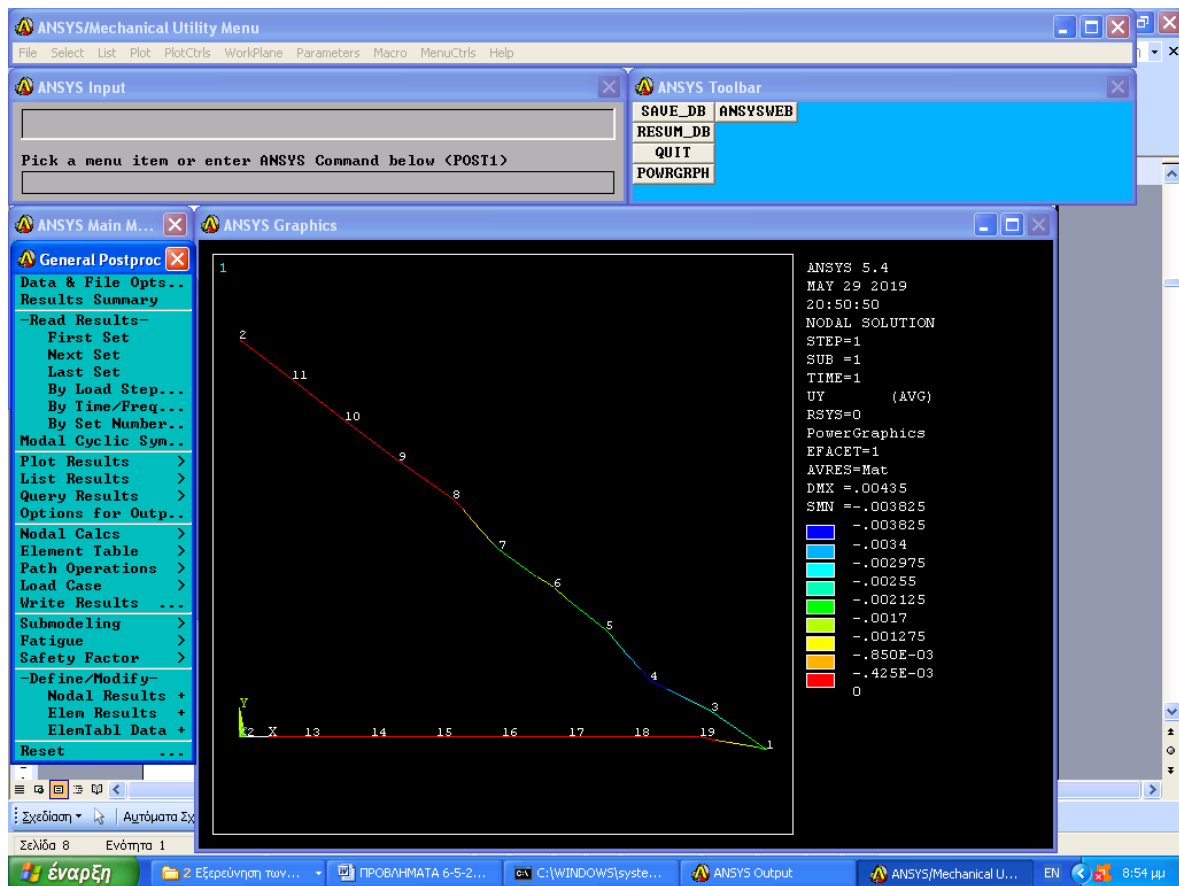


Η ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΤΟΥ ΕΛΕΥΘΕΡΟΥ ΑΚΡΟΥ (ΚΟΜΒΟΣ 2) ΕΙΝΑΙ:



$W_2 = -0.02 \text{ mm}$

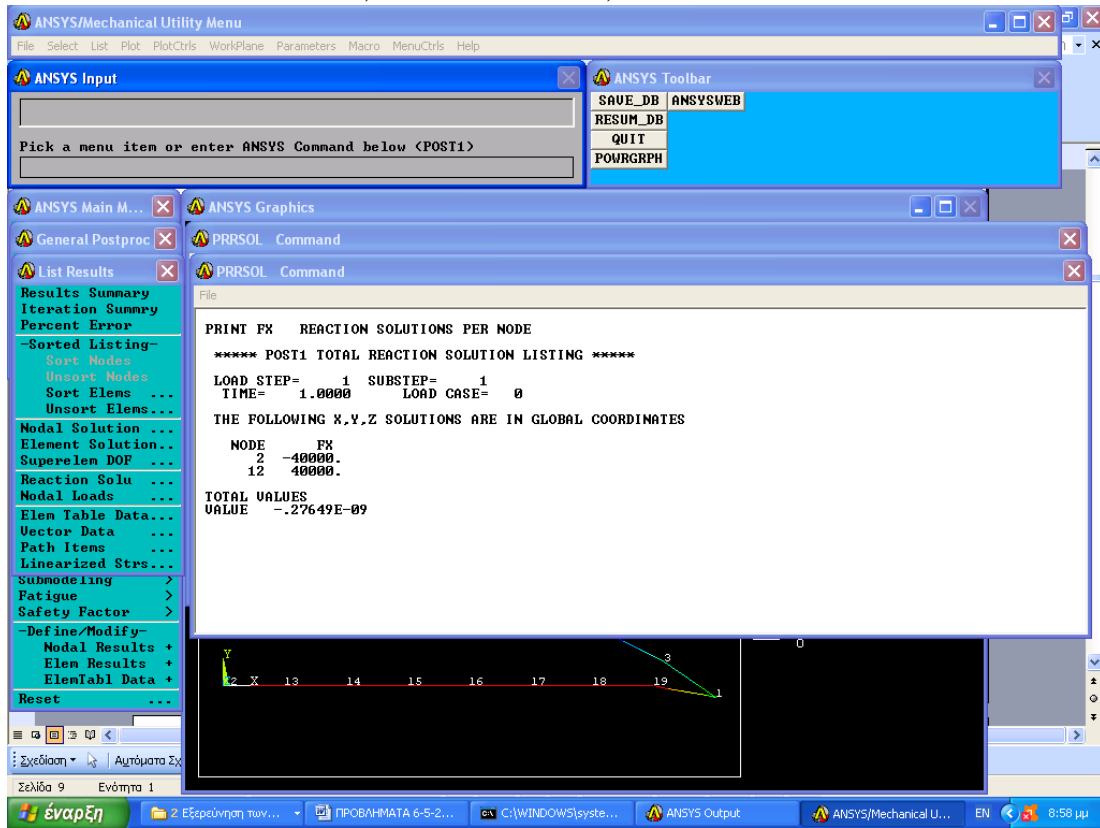
Η πύκνωση των πεπερασμένων στοιχείων ως κάτωθι



Προσδιόρισε την κατακόρυφη απόκλιση στο ελεύθερο άκρο ως $w_1=-2$

Οπότε η αρχική λύση δεν είναι σωστή και θα λάβουμε ως τελική απόκλιση την τελευταία τιμή.

4.2 ANTIΔΡΑΣΕΙΣ : $F_x,A=40\text{kN}$ $F_x,C=-40\text{ kN}$

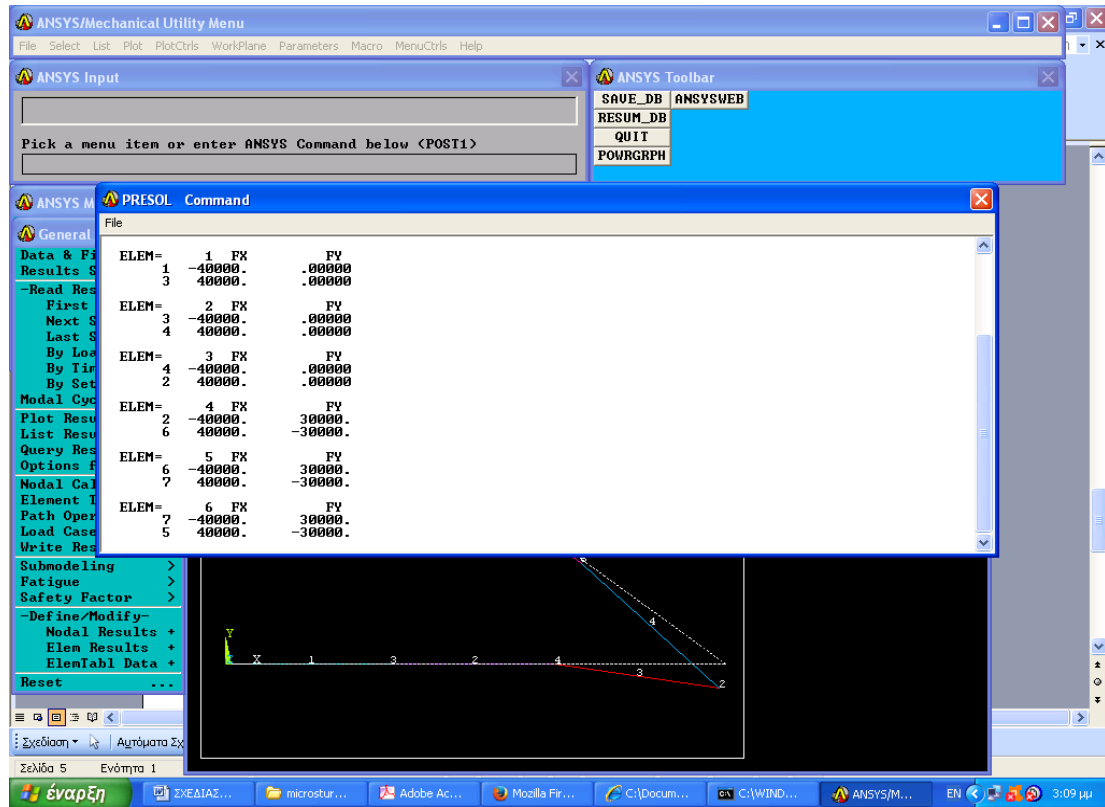


$F_y,A=0$

$F_y,C=30\text{kN}$

Οι τιμές αυτές συμπίπτουν με την αναλυτική λύση, όπως άλλωστε αναμένονταν.

5.3 ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΦΟΡΤΙΟΥ ΣΤΗΝ ΑΞΟΝΙΚΗ ΔΙΕΥΘΥΝΣΗ ΣΤΗ ΡΑΒΔΟ BC



ΑΠΟ ΤΟ ΠΥΘΑΓΟΡΕΙΟ ΘΕΩΡΗΜΑ

$$F_{CB} = \sqrt{40^2 + 30^2} = 50kN$$

Η ΔΥΝΑΜΗ ΑΥΤΗ ΑΣΚΕΙ ΤΑΣΗ ΙΣΗ ΜΕ:

$$\sigma_{BC} = F_{BC} / A_{BC} = +159MPa$$

ΟΙ ΤΙΜΕΣ ΑΥΤΕΣ ΣΥΜΠΗΠΤΟΥΝ ΜΕ ΤΙΣ ΑΝΤΙΣΤΟΙΧΕΣ ΘΕΩΡΗΤΙΚΕΣ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΕΝΕΣ ΤΙΜΕΣ

Η ΜΕΓΙΣΤΗ ΕΠΙΤΡΕΠΟΜΕΝΗ ΤΑΣΗ ΣΤΟ ΧΑΛΥΒΑ ΕΙΝΑΙ 165 MPa

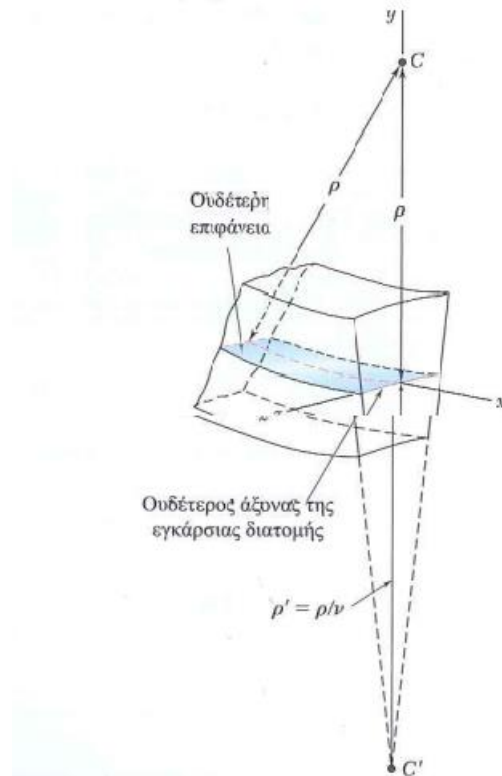
ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑ: Η ΜΕΤΑΛΛΙΚΗ ΡΑΒΔΟΣ ΑΝΤΕΧΕΙ ΤΟ ΦΟΡΤΙΟ ΤΩΝ 30 kN.

ΘΕΩΡΙΑ: ΠΑΡΑΜΟΡΦΩΣΗ ΚΑΜΨΗΣ ΣΕ ΕΓΚΑΡΣΙΑ ΔΙΑΤΟΜΗ

Η εγκάρσια διατομή ενός μέλους σε καθαρή κάμψη μπορεί να παραμείνει επίπεδη υπάρχει όμως και η πιθανότητα παραμορφώσεων μέσα στο επίπεδο της διατομής. Στοιχεία σε κατάσταση μονοαξονικής τάσης, $\sigma_x \neq 0$, $\sigma_y = \sigma_z = 0$, παραμορφώνονται στις εγκάρσιες διευθύνσεις y και z , όπως και στην αξονική διεύθυνση x . Οι ορθές τροπές e_y και e_z εξαρτώνται από τον λόγο του Poisson ν για το υλικό που χρησιμοποιείται και εκφράζονται ως

$$\begin{aligned} e_y &= -\nu e_x & e_z &= -\nu e_x \\ & \text{ή} & & \\ e_y &= \frac{\nu y}{\rho} & e_z &= \frac{\nu y}{\rho} \end{aligned}$$

Οι σχέσεις αυτές δείχνουν ότι τα στοιχεία που βρίσκονται πάνω από την ουδέτερη επιφάνεια ($y > 0$) διαστέλλονται και στις δύο διευθύνσεις y και z , ενώ τα στοιχεία κάτω από την ουδέτερη επιφάνεια ($y < 0$) συστέλλονται. Σε ένα μέλος ορθογώνιας εγκάρσιας διατομής, η διαστολή και συστολή των διαφόρων στοιχείων στην κατακόρυφη διεύθυνση θα αντισταθμιστούν και δεν θα παρατηρηθεί καμία μεταβολή στην κατακόρυφη διάσταση της εγκάρσιας διατομής. Εντούτοις, όσον αφορά στις παραμορφώσεις στην οριζόντια εγκάρσια διεύθυνση z , η διαστολή των στοιχείων που βρίσκονται πάνω από την ουδέτερη επιφάνεια και αντίστοιχη συστολή των στοιχείων που βρίσκονται κάτω από αυτή την επιφάνεια θα έχουν ως αποτέλεσμα οι οριζόντιες γραμμές στην διατομή να κάμπτονται σε τόξα κύκλου (Σχήμα 6.5). Η κατάσταση αυτή είναι όμοια με αυτή σε μια διαμήκη εγκάρσια διατομή.

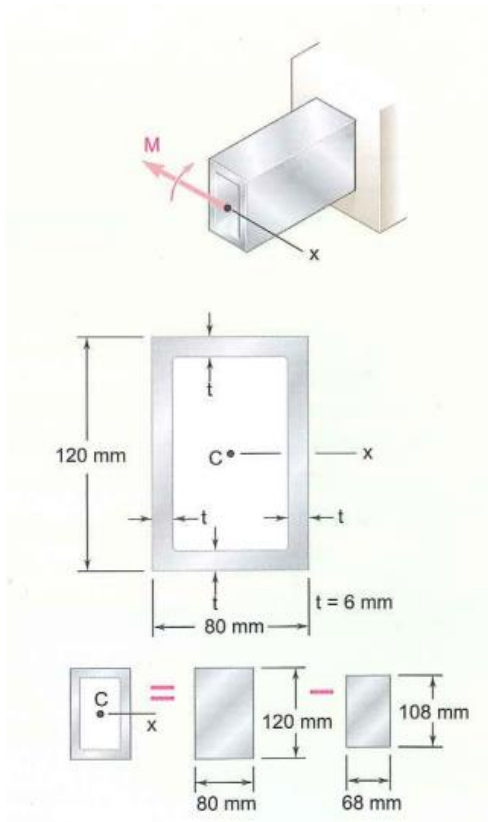


Σχήμα 6. 5 Παραμόρφωση μιας εγκάρσιας διατομής

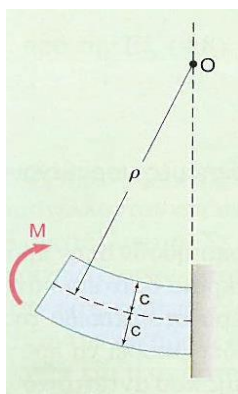
2. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.1 (Beer p271)

Ο εικονιζόμενος ορθογώνιος σωλήνας έχει εξελαθεί από κράμα αλουμινίου για το οποίο $\sigma_y = 275\text{MPa}$, $\sigma_u = 415\text{MPa}$ και $E = 73\text{GPa}$. Αγνοώντας την επίδραση των καμπυλών προσαρμογής, προσδιορίστε:

- τη ροπή κάμψης M για την οποία ο συντελεστής ασφαλείας θα είναι 3
- την αντίστοιχη ακτίνα καμπυλότητας του σωλήνα
- την απόκλιση του ελεύθερου άκρου του προβόλου



Σχήμα 6. 6 Επαλληλία για τον υπολογισμό της ροπής αδρανείας



Σχήμα 6. 7 Παραμορφωμένο σχήμα δοκού

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Ροπή αδρανείας: Θεωρώντας το εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής του σωλήνα ως της διαφορά των δύο ορθογώνιων που φαίνονται στα σχήματα και χρησιμοποιώντας τον τύπο της κεντρικής ροπής αδρανείας ενός ορθογώνιου:

$$I = \frac{1}{12}(80\text{mm})(120\text{mm})^3 - \frac{1}{12}(68\text{mm})(108\text{mm})^3 \Rightarrow I = 4.382 * 10^6 \text{ mm}^4$$

Επιτρεπόμενη τάση: Για συντελεστή ασφαλείας ίσο με 3 και οριακή τάση ίση με 415MPa,

$$\text{έχουμε: } \sigma_{all} = \frac{\sigma_u}{F.S.} = \frac{415\text{MPa}}{3} = 138.33\text{MPa}$$

Επειδή $\sigma_{all} < \sigma_y$, ο σωλήνας παραμένει στην ελαστική περιοχή και μπορούμε να εφαρμόσουμε τους παρακάτω τύπους με $c=1/2(120\text{mm})=60\text{mm}$:

$$\alpha) \sigma_{all} = \frac{Mc}{I} \Rightarrow M = \frac{I}{c} \sigma_{all} = \frac{4.382 * 10^{-6} \text{ m}^4}{0.06\text{m}} (138.33\text{MPa}) \Rightarrow M = 10.1\text{KNm}$$

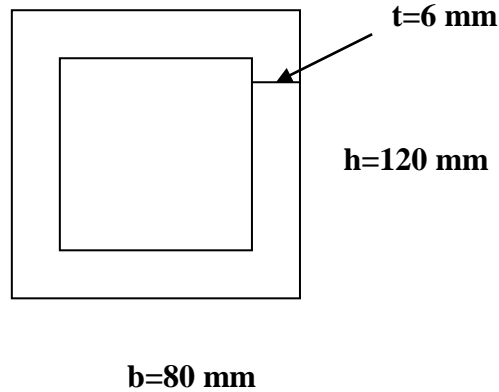
$$\beta) \frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{10,1\text{KNm}}{(73\text{GPa})(4.382 * 10^{-6} \text{ m}^4)} = 0.0316\text{m}^{-1} \Rightarrow \rho = 31,7\text{m}$$

γ) Η αναλυτική επίλυση του βέλους κάμψης υποθέτοντας το $L=1\text{m}$ δίδεται από τη διαφορική εξίσωση:

$$M = EIy'' \Rightarrow y'' = \frac{M}{EI} \Rightarrow y = \frac{ML^2}{2EI} = \frac{10.1 * 10^3 \text{ Nm} * 1\text{m}}{2 * 73 * 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} * 4.382 * 10^{-6} \text{ m}^4} = 0.01579\text{m} \Rightarrow y = 15.79\text{mm}$$

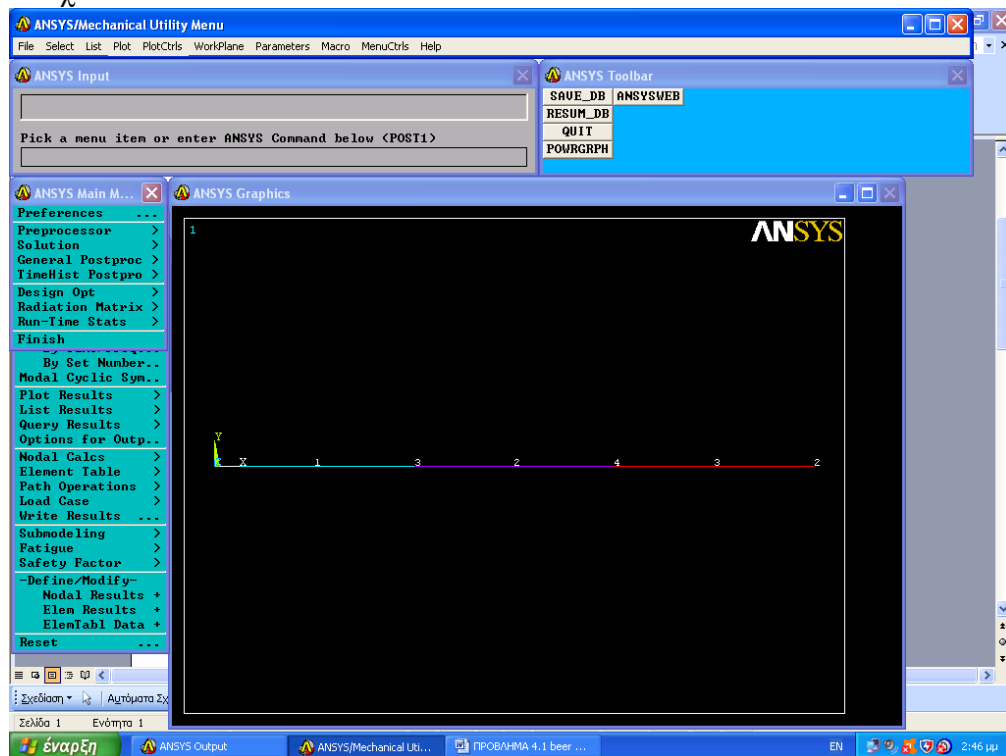
B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

1. Ορίζουμε ότι το πρόβλημα είναι δομοστατικό (structural)
2. Ορίζουμε τον τύπο των πεπερασμένων στοιχείων (Beam=Δοκός)
3. Υπολογίζουμε την επιφάνεια της διατομής και την ροπή αδρανείας και εισάγουμε τα δεδομένα στο ANSYS



$$A=2256 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$
$$I=4.382 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

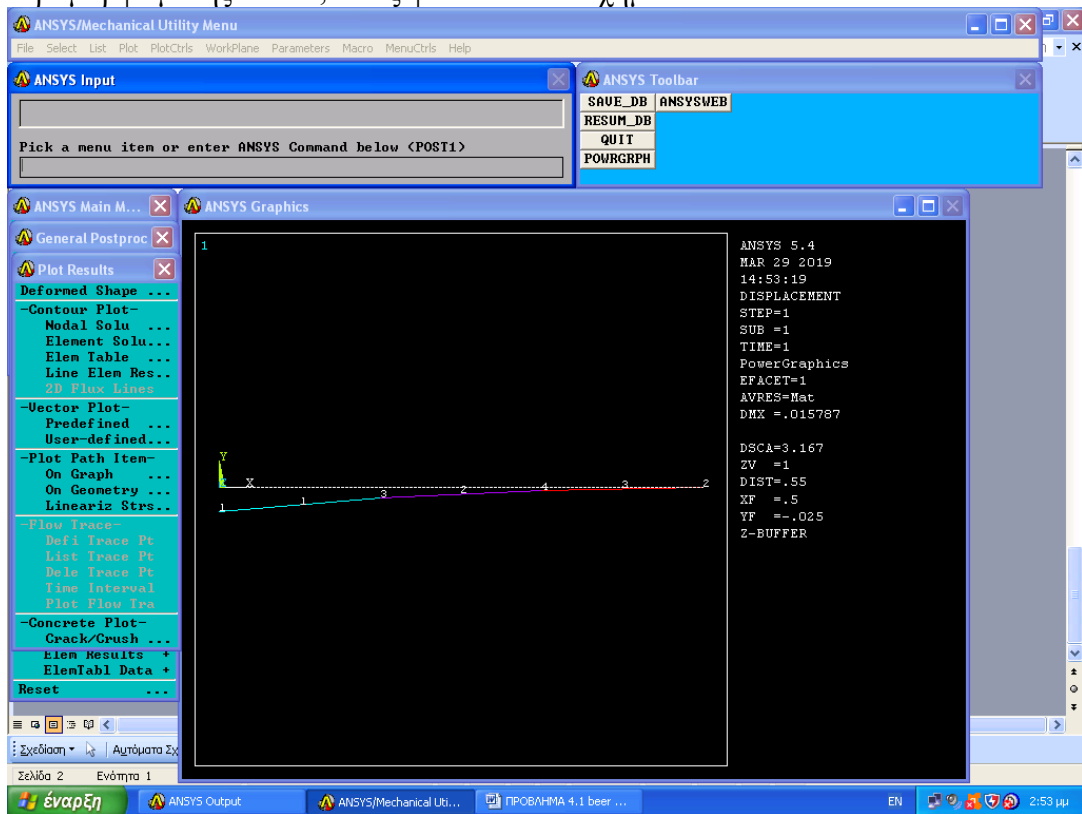
4. Σχεδιάσαμε τη γεωμετρία του προβόλου και χωρίσαμε τη δοκό σε πεπερασμένα στοιχεία



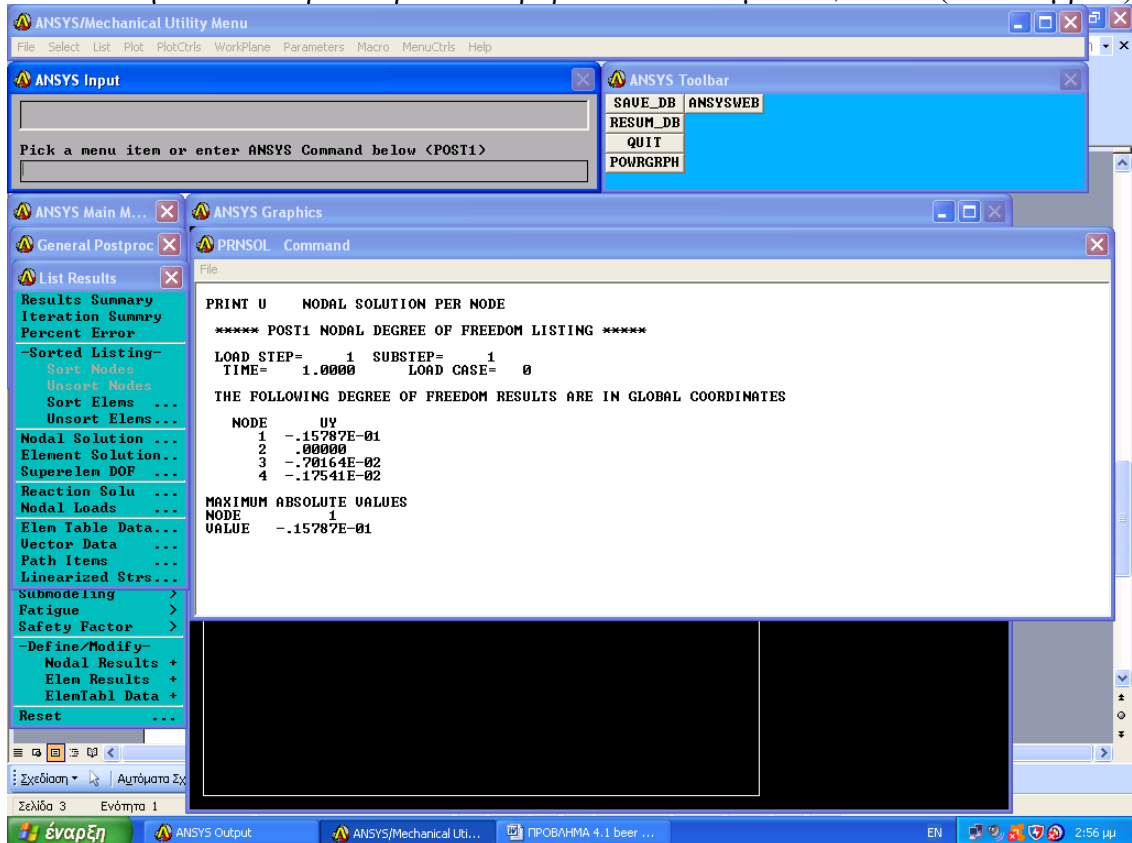
Η δοκός χωρίζεται σε 4 κόμβους και 3 πεπερασμένα στοιχεία

5. Εφαρμόσαμε τις στηρίξεις στη δοκό, πάκτωση στο ένα άκρο της και στο άλλο ελεύθερο άκρο εφαρμόσαμε ροπή **10,1 KN m**

6. Επιλύσαμε το πρόβλημα με το ANSYS και σχεδιάσαμε το προφίλ της παραμορφωμένης δοκού, όπως φαίνεται στο σχήμα.



Η απόκλιση του ελεύθερου άκρου του προβόλου ισούται με: -15,78 mm (στον κόμβο 1)

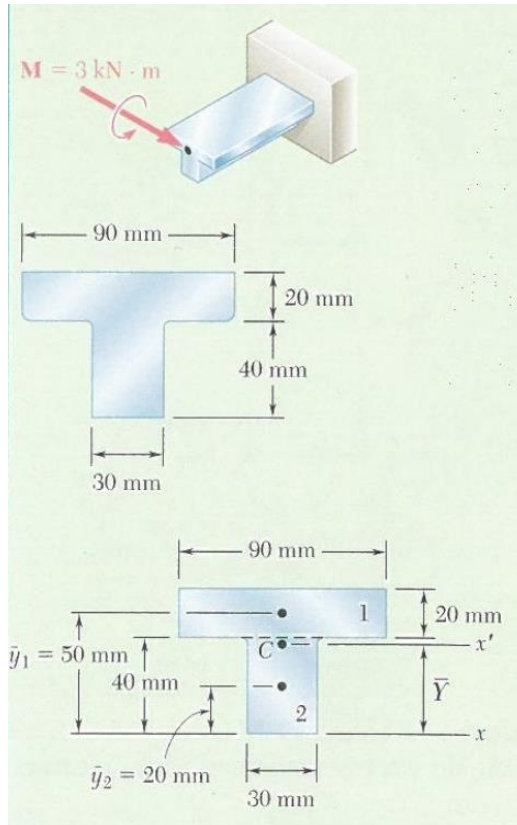


Η αναλυτική λύση του προβλήματος έδωσε την ίδια τιμή

3. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.2 (Beer p 272)

Η εικονιζόμενη ροπή ζεύγους ίση με 3kNm δρα σε ένα εξάρτημα μηχανής από χυτοσίδηρο. Γνωρίζοντας ότι $E=165\text{GPa}$ και αγνοώντας την επίδραση των καμπυλών προσαρμογής, προσδιορίστε:

- την μέγιστη εφελκυστική και θλιπτική τάση στο χυτό εξάρτημα
- την ακτίνα καμπυλότητας του χυτοεξαρθήματος και
- το βέλος κάμψης



Σχήμα 6. 8 Σύνθετα εμβαδά για τον υπολογισμό του κέντρου της διατομής.

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Διαιρούμε την εγκάρσια διατομή σχήματος “T” σε δύο ορθογώνια και έχουμε:

	Εμβαδόν (mm ²)	y,(mm)	yA(mm ³)
1	(20)(90)=1800	50	90*10 ³
2	(40)(30)=1200	20	24*10 ³
	ΣA=3000		ΣyA=114*10 ³

$$Y_{\Sigma A} = \Sigma yA$$

$$Y(3000) = 114 * 10^6$$

$$Y = 38\text{mm}$$

Χρησιμοποιούμε το θεώρημα των παραλλήλων αξόνων για να προσδιορίσουμε τη ροπή αδρανείας, κάθε ορθογωνίου (Σχήμα 2) ως προς τον άξονα x' , ο οποίος διέρχεται από το κέντρο της σύνθετης διατομής. Αθροίζοντας τις ροπές αδρανείας των ορθογωνίων έχουμε:

$$I_{x'} = \Sigma(\bar{I} + Ad^2) = \Sigma\left(\frac{1}{12}bh^3 + Ad^2\right) = \frac{1}{12}(90 \cdot 20)(12)^2 + \frac{1}{12}(30)(40)^3 + (30 \cdot 40)(18)^2 = 868 \cdot 10^3 \text{ mm}^4$$

$$\Rightarrow I = 868 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$$

α) Μέγιστη Εφελκυστική Τάση: Επειδή το ζεύγος που εφαρμόζεται κάμπτει το μέλος προς τα κάτω, το κέντρο καμπυλότητας βρίσκεται κάτω από την εγκάρσια διατομή. Η μέγιστη εφελκυστική τάση αναπτύσσεται στο σημείο Α (Σχήμα 3) το οποίο είναι το πιο απομακρυσμένο σημείο από το κέντρο καμπυλότητας.

$$\sigma_A = \frac{Mc_A}{I} = \frac{(3kNm)(0.022m)}{868 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4} \Rightarrow \sigma_A = +76,0 \text{ MPa}$$

Μέγιστη Θλιπτική Τάση: Αυτή αναπτύσσεται στο σημείο Β (Σχήμα 3)

$$\sigma_B = -\frac{Mc_B}{I} = -\frac{(3kNm)(0.038m)}{868 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4} \Rightarrow \sigma_B = -131,3 \text{ MPa}$$

β) Ακτίνα Καμπυλότητας:

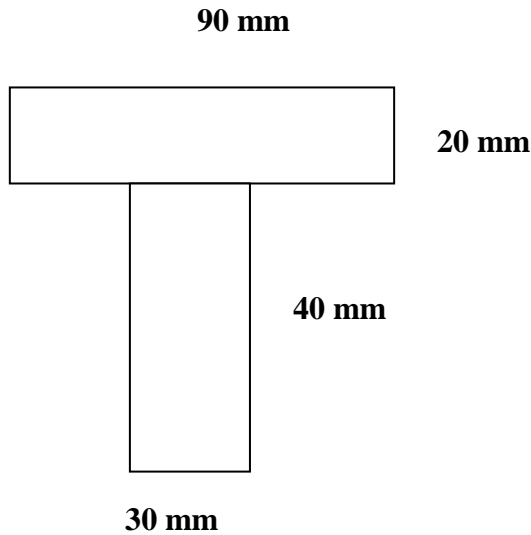
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M}{EI} = \frac{3kNm}{(165 \text{ GPa})(868 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4)} = 20,95 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1} \Rightarrow \rho = 47,7 \text{ m}$$

γ) Το βέλος κάμψης:

$$y = -\frac{ML^2}{2EI} = -\frac{3 \cdot 10^6 \text{ Nmm} \cdot 10^6 \text{ mm}^2}{2 \cdot 10^3 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \cdot 868 \cdot 10^{-9} \text{ mm}^4 \cdot 10^{12}} = \frac{3 \cdot 10^6}{2(165)868} = \frac{3000000}{2(165)(868)} = 10,47 \text{ mm}$$

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Η μοντελοποίηση του προβλήματος είναι η ίδια με του προηγούμενο αλλά η διατομή είναι προφίλ τύπου T όπως φαίνεται κατωτέρω



Το βέλος κάμψης σε αυτή την περίπτωση είναι διαφορετικό διότι το υλικό είναι χυτοσίδηρος ($E=165 \text{ GPa}$) και η ροπή αδρανείας είναι $868 \cdot 10^{-9} \text{ m}^4$

Η απόκλιση του ελεύθερου άκρου ισούται με: $-10,47 \text{ mm}$.

The screenshot shows the ANSYS Mechanical Utility Menu interface. The PRNSOL Command window is open, displaying the following text:

```
PRINT U   NODAL SOLUTION PER NODE
***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0
THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN GLOBAL COORDINATES
NODE      UY
1         -.10473E-01
2         .00000
3         -.46548E-02
4         -.11637E-02
MAXIMUM ABSOLUTE VALUES
NODE      1
VALUE    -.10473E-01
```

Το προφίλ του προβόλου είναι ως κάτωθι

The screenshot shows the ANSYS Mechanical Utility Menu interface. At the top, there is a menu bar with options: File, Select, List, Plot, PlotCtrls, WorkPlane, Parameters, Macro, MenuCtrls, Help. Below the menu bar, there are several panels:

- ANSYS Input:** A text input field with the prompt "Pick a menu item or enter ANSYS Command below (POST1)".
- ANSYS Toolbar:** A blue toolbar with buttons for **SAVE_DB**, **RESUM_DB**, **QUIT**, and **PWRGRPH**.
- ANSYS Main M...:** A panel with a tree view of options including "General Postproc", "List Results", "Results Summary", "Iteration Summary", "Percent Error", "Sorted Listing", "Nodal Solution", "Element Solution", "Superelen DOF", "Reaction Solu", "Nodal Loads", "Elen Table Data", "Vector Data", "Path Items", "Linearized Strs", "Submodeling", "Fatigue", "Safety Factor", "Define/Modify", "Nodal Results", "Elem Results", "ElenTabl Data", and "Reset".
- ANSYS Graphics:** A large black window displaying a 2D plot of a beam profile. The plot shows a horizontal line with a small vertical displacement at the end, labeled with '1' and '2'. The axes are labeled 'X' and 'Y'.
- ANSYS Output:** A text window on the right side of the graphics window displaying the following text:

```
ANSYS 5.4
MAR 29 2019
15:24:29
DISPLACEMENT
STEP=1
SUB =1
TIME=1
PowerGraphics
EFACET=1
AVRES=Mat
DMX =.010473

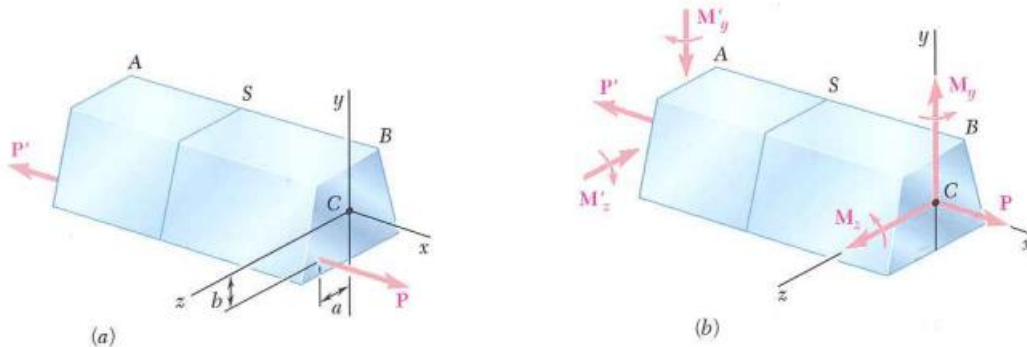
DSCA=4.774
ZV =1
DIST=.55
XF =.5
YF =-.025
Z-BUFFER
```
- Online:** A small panel on the far right with a search bar and some text.

The Windows taskbar at the bottom shows the system tray with the time 3:33 μμ and the language set to EN. The taskbar also displays several open applications, including "έναρη", "ANSYS Output", "ANSYS/Mechanical Util...", and "ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.1 beer ...".

ΘΕΩΡΙΑ: ΓΕΝΙΚΗ ΠΕΡΙΠΤΩΣΗ ΕΚΚΕΝΤΡΗΣ ΑΞΟΝΙΚΗΣ ΦΟΡΤΙΣΗΣ

Θα μελετήσουμε την περίπτωση όπου το αξονικό φορτίο δεν εφαρμόζεται σε ένα επίπεδο συμμετρίας.

Ας θεωρήσουμε το ευθύγραμμο μέλος AB που υπόκειται σε συνευθειακές ίσες και αντίθετες έκκεντρες αξονικές δυνάμεις P και P' (Σχήμα 6.9a) και έστω ότι a και b είναι οι αποστάσεις από τον διανυσματικό φορέα των δυνάμεων έως τους κύριους κεντρικούς άξονες της εγκάρσιας διατομής του μέλους. Η έκκεντρη δύναμη P είναι στατικά ισοδύναμη με το σύστημα που αποτελείται από μια κεντρική δύναμη P και δύο ζεύγη My και Mz ροπών My=Pa και Mz=Pb που παριστάνονται στο (Σχήμα 6.9b). Ομοίως, η έκκεντρη δύναμη P' ισοδυναμεί με την κεντρική δύναμη P' και τα ζεύγη M'y και M'z.



Σχήμα 6. 9 Έκκεντρη αξονική φόρτιση. (α) Η αξονική δύναμη εφαρμόζεται μακριά από το κέντρο της διατομής. (β) Ισοδύναμο σύστημα δύναμης – ζεύγους που δρα στο κέντρο.

Βάσει της αρχής του Saint-Venant, αντικαθιστούμε την αρχική φόρτιση του (Σχήμα 6.9a) με την στατικά ισοδύναμη φόρτιση του (Σχήμα 6.9b) προκειμένου να προσδιορίσουμε την κατανομή των τάσεων σε μια διατομή S του μέλους (με την προϋπόθεση ότι αυτή η διατομή δεν βρίσκεται κοντά σε κανένα από τα δύο άκρα του μέλους). Υποθέτουμε ότι ικανοποιούνται οι συνθήκες εφαρμόγης της αρχής της επαλληλίας και επομένως οι τάσεις που οφείλονται στη φόρτιση του (Σχήμα 6.9b) μπορούν να υπολογιστούν με την επαλληλία των τάσεων που αντιστοιχούν στο κεντρικό αξονικό φορτίο P και στις ροπές κάμψης My και Mz. Με βάση δυο εξισώσεις προκύπτει:

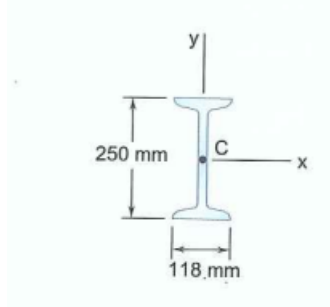
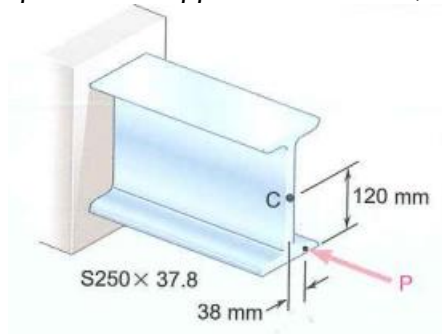
$$\sigma_x = \frac{P}{A} - \frac{M_z}{I_z} y + \frac{M_y}{I_y} z$$

Όπου τα y και z μετριοούνται από τους κύριους κεντρικούς άξονες της διατομής. Η σχέση αυτή δείχνει ότι η κατανομή των τάσεων πάνω στη διατομή είναι γραμμική.

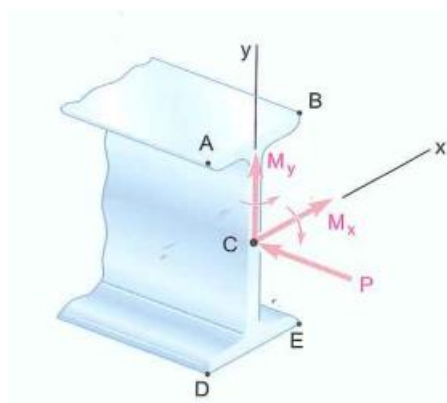
Στον υπολογισμό της συνολικής τάσης σ_x από την παραπάνω εξίσωση, θα πρέπει να βεβαιωθούμε ότι έχουμε προσδιορίσει σωστά το πρόσημο καθενός από τους τρεις όρους στο δεξιό μέλος, επειδή καθένας από αυτούς τους όρους μπορεί να είναι θετικός ή αρνητικός, ανάλογα με τη φορά των φορτίων P και P' και τη θέση του διανυσματικού φορέα τους ως προς τους κύριους κεντρικούς άξονες της εγκάρσιας διατομής. Οι συνδυασμένες τάσεις σ_x που προκύπτουν από την παραπάνω εξίσωση σε διάφορα σημεία της διατομής, μπορεί όλες να έχουν το ίδιο πρόσημο ή μερικές να είναι θετικές και άλλες αρνητικές. Στην τελευταία περίπτωση, θα υπάρχει μια γραμμή στη διατομή, κατά μήκος της οποίας οι τάσεις θα είναι μηδενικές.

4. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4.9.(Beer p 335)

Ένα οριζόντιο φορτίο P εφαρμόζεται, όπως δείχνει το σχήμα, σε ένα μικρού μήκους μέλος από ελατό χάλυβα και διατομής S250*37.8. Γνωρίζοντας ότι η θλιπτική τάση στο μέλος δεν πρέπει να υπερβαίνει τα 82MPa, προσδιορίστε το μέγιστο επιτρεπόμενο φορτίο P .



Σχήμα 6. 10 Μέλος από ελατό χάλυβα



Σχήμα 6. 11 Ισοδύναμο σύστημα δύναμης-ζεύγους στο κέντρο της διατομής

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

Εμβαδόν A: 4820mm^2

Ελαστική Ροπή Αντίστασης: $S_x=420*10^3\text{mm}^3$
 $S_y=47.5*10^3\text{mm}^3$

Δύναμη και ζεύγος στο C: $M_x = (120\text{mm}) P$
 $M_y = (38.0\text{mm}) P$

Σημειώνουμε ότι τα διανυσματικά ζεύγη M_x και M_y διευθύνονται κατά μήκος των κύριων αξόνων της εγκάρσιας διατομής.

Ορθές τάσεις: Οι απόλυτες τιμές των τάσεων στα σημεία A, B, D και E που οφείλονται στο κεντρικό φορτίο P και στα ζεύγη M_x και M_y , αντίστοιχα, είναι:

$$\sigma_1 = \frac{P}{A} = \frac{P}{4820\text{mm}^2} = 207 * 10^{-6} P$$

$$\sigma_2 = \frac{M_x}{S_x} = \frac{120P}{402 * 10^3 \text{mm}^3} = 298 * 10^{-6} P$$

$$\sigma_3 = \frac{M_y}{S_y} = \frac{38P}{47.5 * 10^3 \text{mm}^3} = 800 * 10^{-6} P$$

Επαλληλία: Η συνολική τάση σε κάθε σημείο βρίσκεται από την επαλληλία των τάσεων που οφείλονται στα P , M_x και M_y . Προσδιορίζουμε το πρόσημο κάθε τάσης εξετάζοντας προσεχτικά το σχέδιο του συστήματος δύναμης – ζεύγους.

$$\sigma_A = -\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = -207 * 10^{-6} P + 298 * 10^{-6} P + 800 * 10^{-6} P = +891 * 10^{-6} P$$

$$\sigma_B = -\sigma_1 + \sigma_2 - \sigma_3 = -207 * 10^{-6} P + 298 * 10^{-6} P - 800 * 10^{-6} P = -709 * 10^{-6} P$$

$$\sigma_D = -\sigma_1 - \sigma_2 + \sigma_3 = -207 * 10^{-6} P - 298 * 10^{-6} P + 800 * 10^{-6} P = +295 * 10^{-6} P$$

$$\sigma_E = -\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3 = -207 * 10^{-6} P - 298 * 10^{-6} P - 800 * 10^{-6} P = -1305 * 10^{-6} P$$

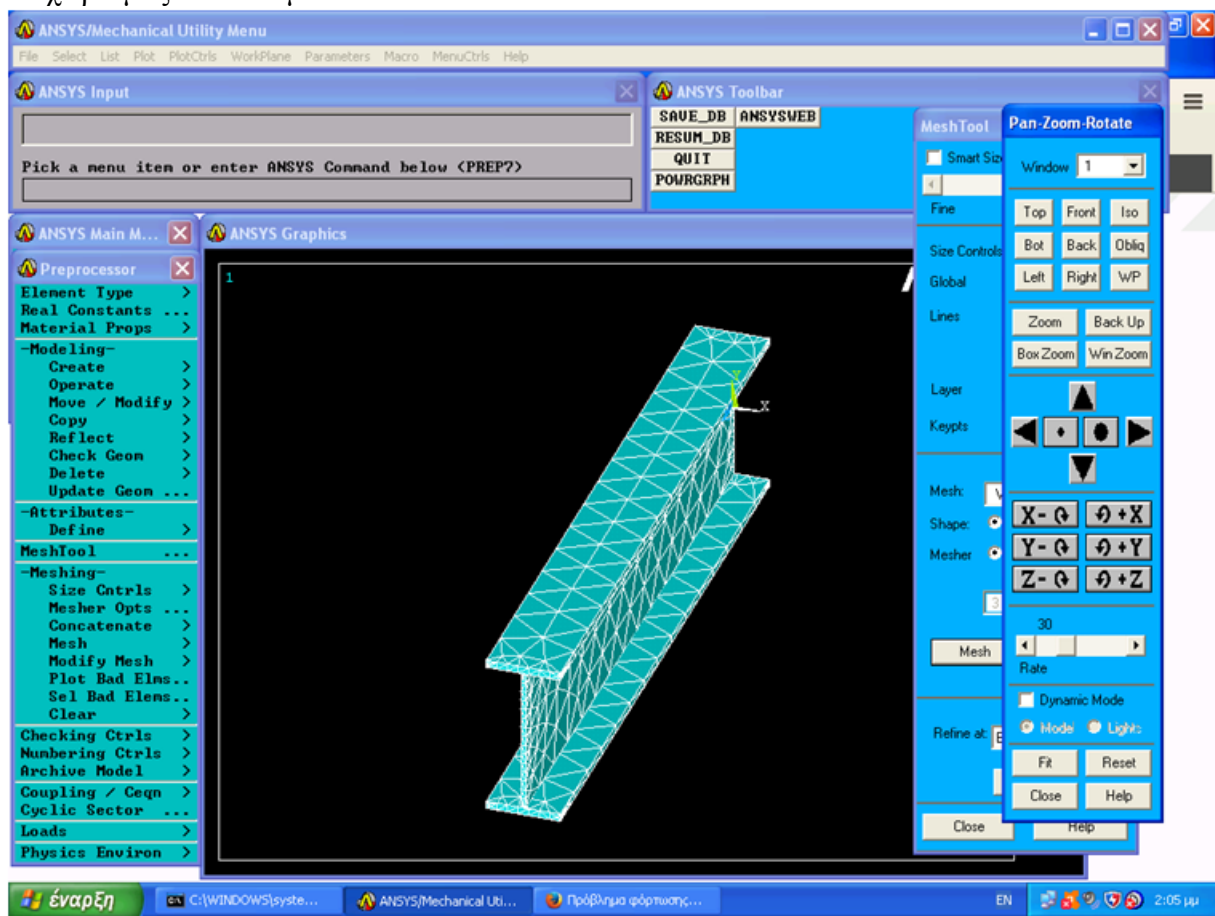
Μέγιστο Επιτρεπόμενο Φορτίο: Η μέγιστη θλιπτική τάση αναπτύσσεται στο σημείο E.

$$\sigma_{all} = \sigma_E \Rightarrow -82MPa = -1305 * 10^{-6} P \Rightarrow P = 62.8kN$$

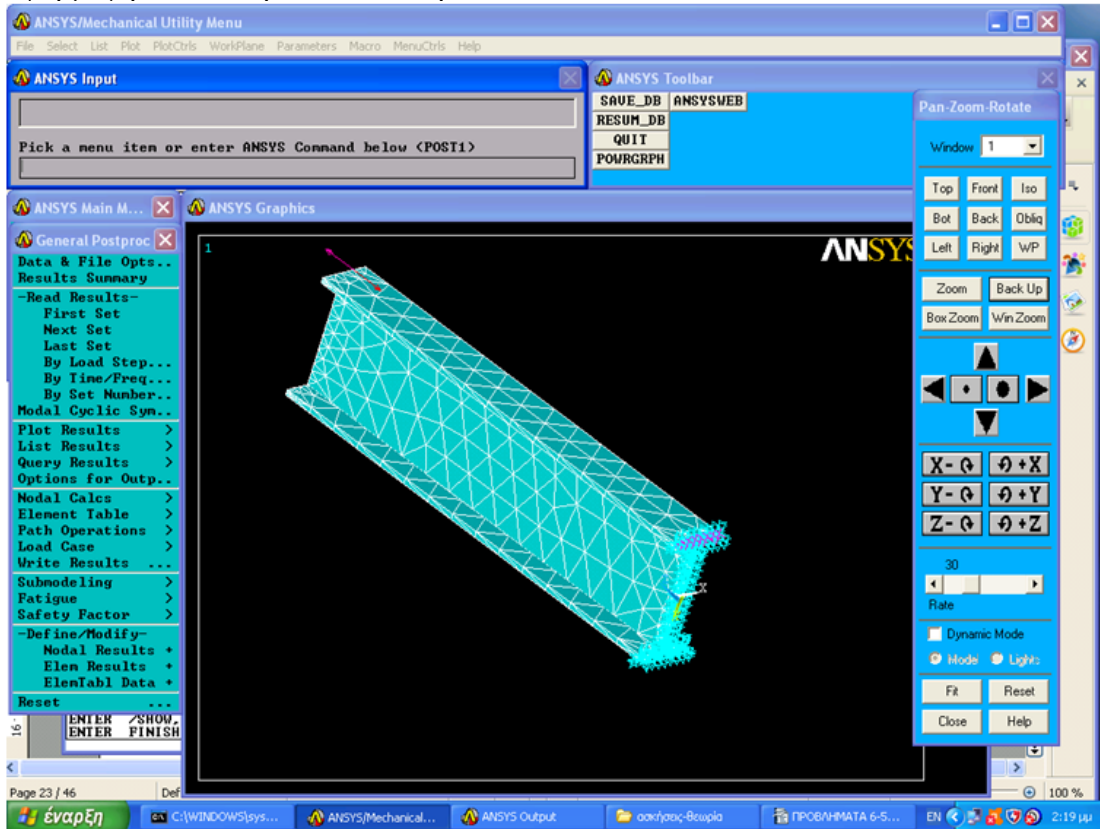
$$\sigma_{all} = \sigma_E P \Rightarrow -823 * 10^{-3} = -1305 * 10^{-6} P \Rightarrow P = 630kN$$

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

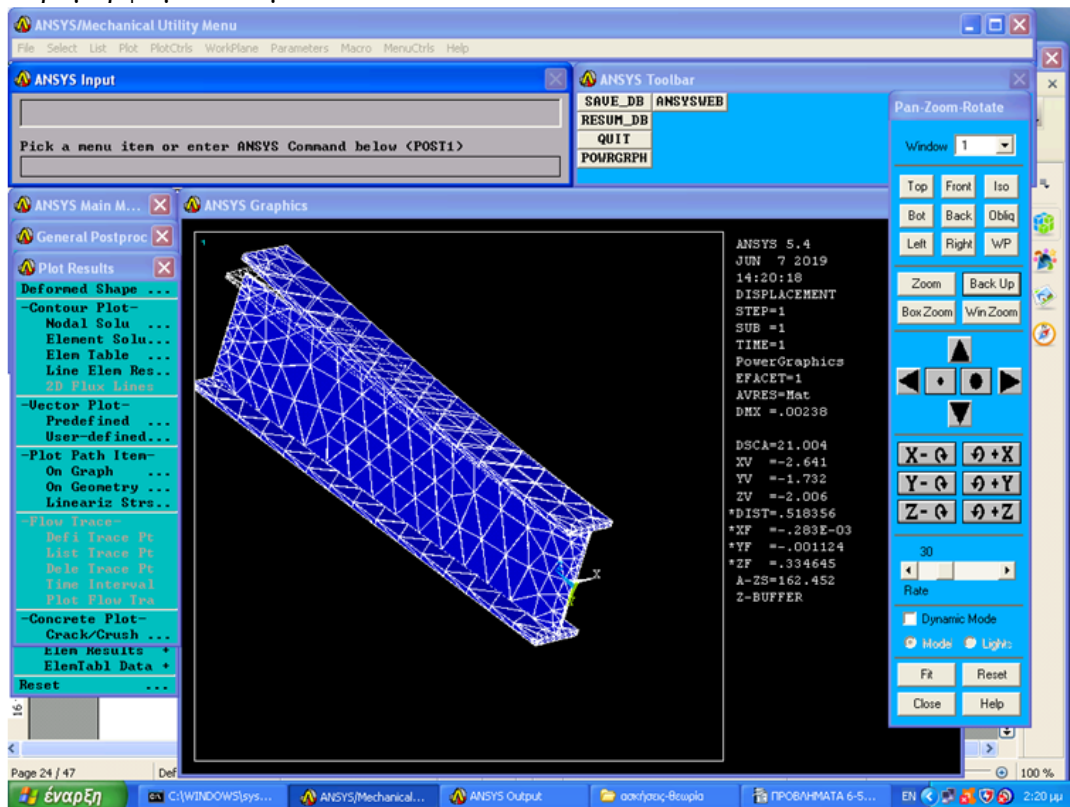
Διαχωρισμός του δοκιμίου σε ΠΣ



Εφαρμογή των συνοριακών συνθηκών



Παραμορφωμένο σώμα

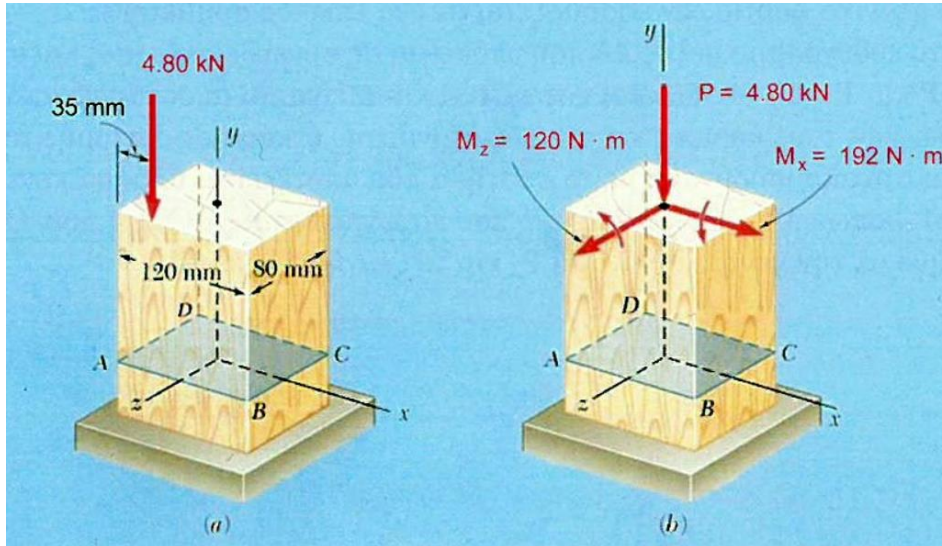


5. ΕΦΑΡΜΟΓΗ 4.9. (Beer p.334)

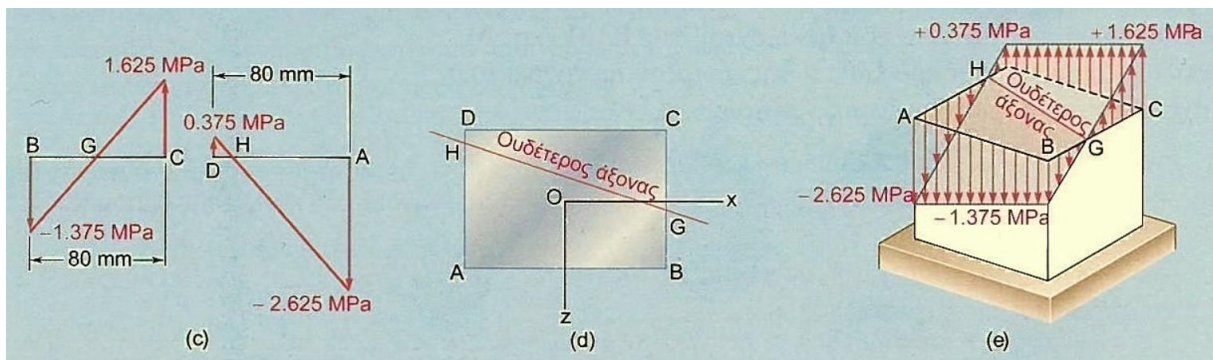
Ένα κατακόρυφο φορτίο ίσο με 4,80kN εφαρμόζεται, όπως δείχνει το σχήμα, σε ένα ξύλινο στύλο ορθογώνιας εγκάρσιας διατομής 80*120mm. (Σχήμα 6.12α).

α) Προσδιορίστε την τάση στα σημεία A, B C και D.

β) Βρείτε τη θέση του ουδέτερου άξονα της εγκάρσιας διατομής.



Σχήμα 6.12 (α) Έκκεντρο φορτίο σε ένα ορθογώνιο ξύλινο υποστήλωμα. (β) Ισοδύναμο σύστημα δύναμης-ζεύγους για έκκεντρο φορτίο.



Σχήμα 6.13 (c) Κατανομές τάσης κατα μήκος των ακμών BC και AD. (d) Ο ουδέτερος άξονας είναι η γραμμή που διέρχεται από τα σημεία G και H. (e) Κατανομή τάσεων για έκκεντρο φορτίο.

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

α) Τάσεις: Το δεδομένο έκκεντρο φορτίο αντικαθιστάται από ένα ισοδύναμο σύστημα που αποτελείται από ένα κεντρικό φορτίο P και δύο ζεύγη M_x και M_z που παριστάνονται με διανύσματα που διευθύνονται κατά μήκος των κύριων κεντρικών αξόνων της διατομής (Σχήμα 6.12b). Έχουμε:

$$M_x = (4.80kN)(40mm) = 192Nm$$

$$M_z = (4.80kN)(60mm - 35mm) = 120Nm$$

Υπολογίζουμε το Εμβαδόν και τις κεντρικές ροπές αδράνειας της εγκάρσιας διατομής:

$$A = (0.080m)(0.120m) = 9.60 * 10^{-3} m^2$$

$$I_x = \frac{1}{12} (0.120m)(0.080m)^3 = 5.12 * 10^{-6} m^4$$

$$I_z = \frac{1}{12} (0.080m)(0.120m)^3 = 11.52 * 10^{-6} m^4$$

Η τάση σ_0 που οφείλεται στο κεντρικό φορτίο P είναι αρνητική και ομοιόμορφη σε όλη τη διατομή:

$$\sigma_0 = \frac{P}{A} = \frac{-4.80kN}{9.60 * 10^{-3} m^2} = -0.5MPa$$

Οι τάσεις που οφείλονται στα καμπτικά ζεύγη M_x και M_z είναι γραμμικά κατανεμημένες σε όλη τη διατομή, με μέγιστες τιμές ίσες, αντίστοιχα, με:

$$\sigma_1 = \frac{M_x z_{\max}}{I_x} = \frac{(192Nm)(40mm)}{5.12 * 10^{-6} m^4} = 1.5MPa$$

$$\sigma_2 = \frac{M_z x_{\max}}{I_z} = \frac{(120Nm)(60mm)}{11.52 * 10^{-6} m^4} = 0.625MPa$$

Οι τάσεις στις γωνίες της διατομής είναι:

$$\sigma_y = \sigma_0 \pm \sigma_1 \pm \sigma_2$$

Όπου τα πρόσημα πρέπει να προσδιοριστούν από το (Σχήμα 6.12b). Σημειώνοντας ότι οι τάσεις που οφείλονται στην M_x είναι θετικές στα C και D και αρνητικές στα A και B και ότι οι τάσεις που οφείλονται στην M_z είναι θετικές στα B και C και αρνητικές στα A και D, βρίσκουμε:

$$\sigma_A = -0,5 - 1,5 - 0,625 = -2,625MPa$$

$$\sigma_B = -0,5 - 1,5 + 0,625 = -1,375MPa$$

$$\sigma_C = -0,5 + 1,5 + 0,625 = +1,625MPa$$

$$\sigma_D = -0,5 + 1,5 - 0,625 = +0,375MPa$$

β) Ουδέτερος άξονας: Η τάση θα είναι μηδενική σε ένα σημείο G ανάμεσα στα B και C και σε ένα σημείο H ανάμεσα στα D και A (Σχήμα 6.13c). Επειδή η κατανομή της τάσης είναι γραμμική,

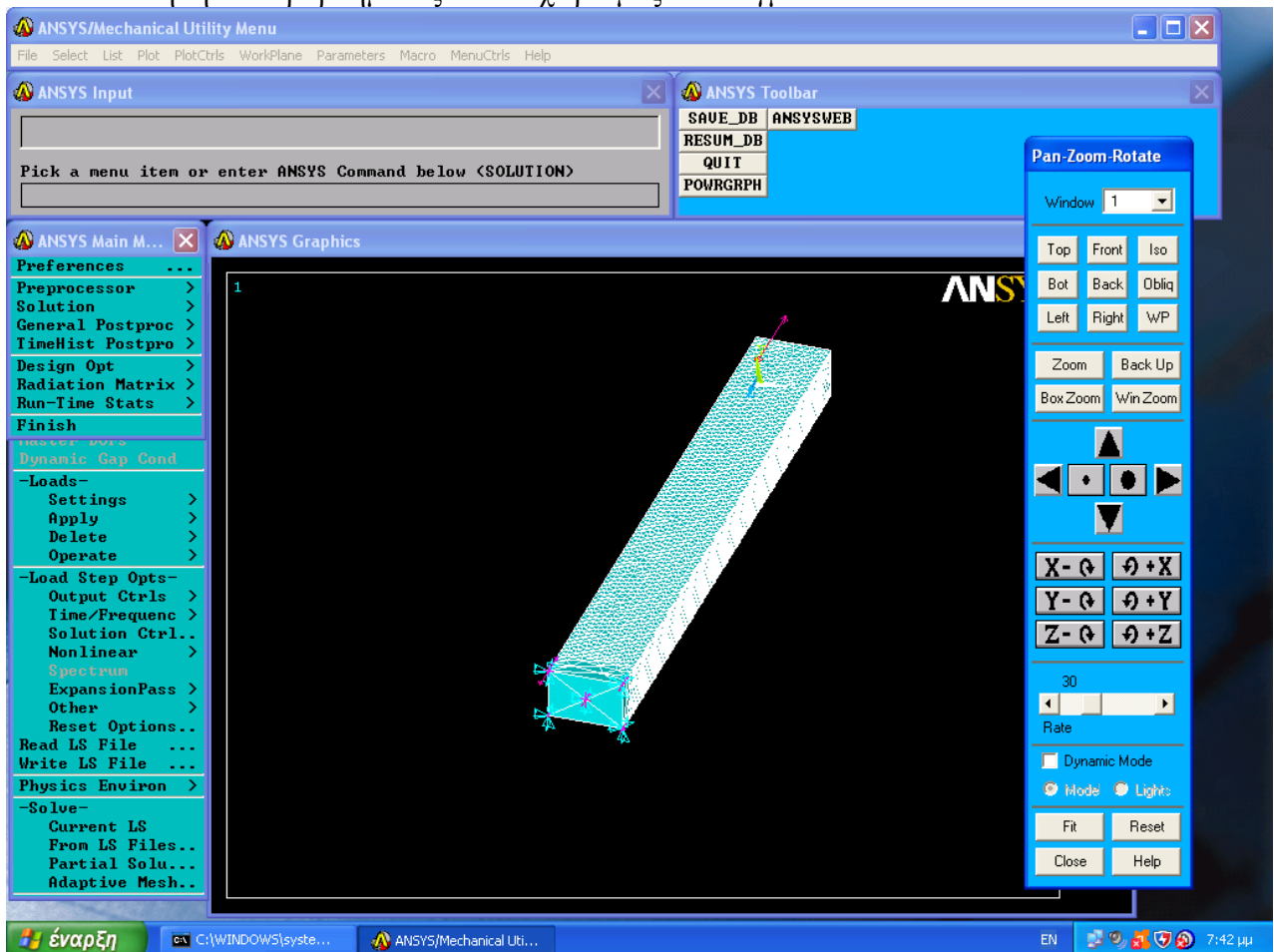
$$\frac{BG}{80mm} = \frac{1.375}{1.625 + 1.375} \Rightarrow BG = 35.7mm$$

$$\frac{HA}{80mm} = \frac{2.625}{2.625 + 0.375} \Rightarrow HA = 70mm$$

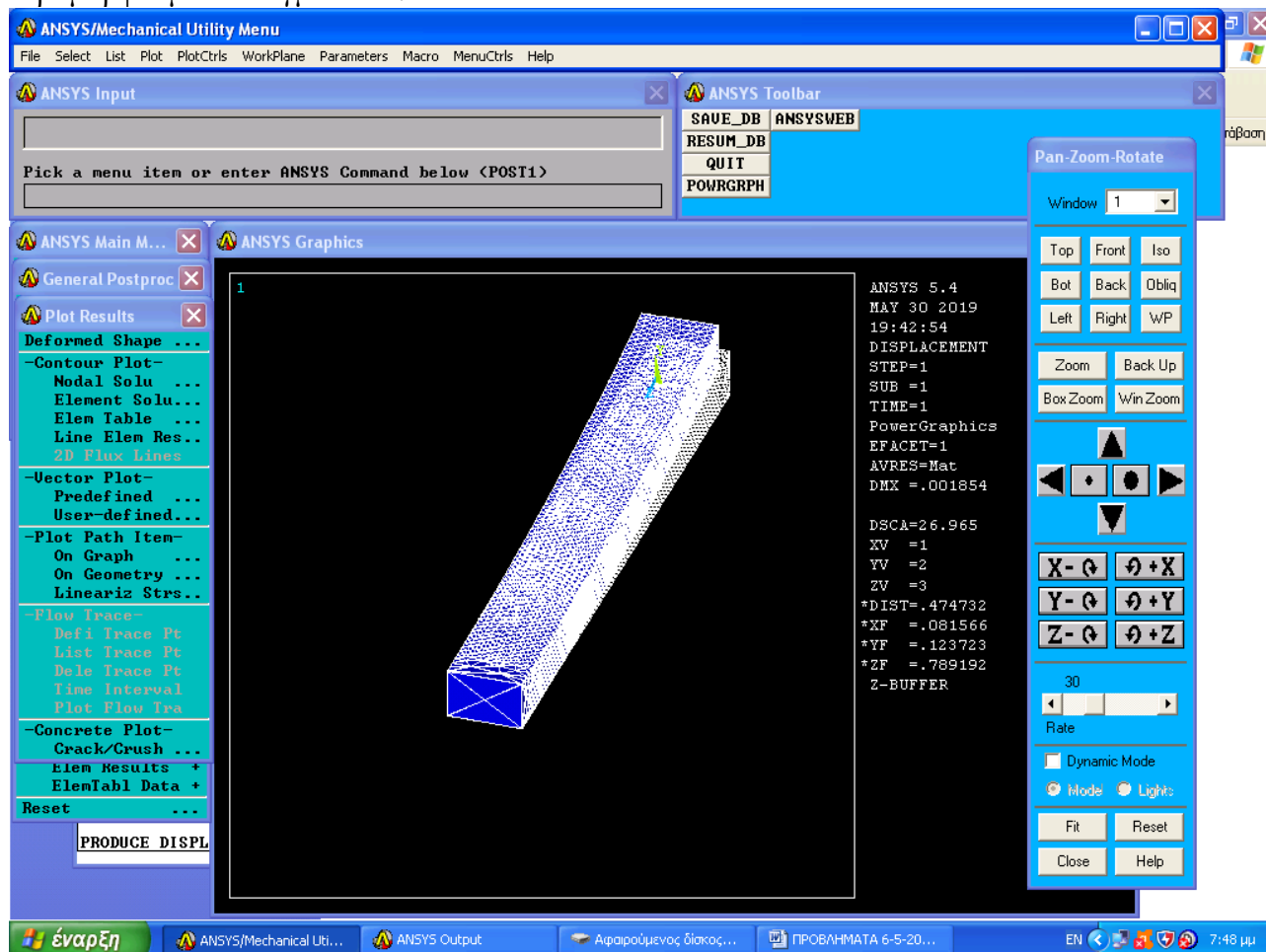
Ο ουδέτερος άξονας μπορεί να σχεδιαστεί από τα σημεία G και H (Σχήμα 6.13d). Η κατανομή των τάσεων στη διατομή φαίνεται στο (Σχήμα 6.13e)

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

Μοντελοποίηση του προβλήματος και διαχωρισμός σε πλέγμα ΠΣ



Εφαρμόζουμε φορτίο 4,8 KN σε απόσταση 35mm στην άνω πλευρά της δοκού. Το παραμορφούμενο πλέγμα είναι:



Λόγω της έκκεντρης φόρτισης εκτός από θλίψη και λυγισμός έχουμε και κάμψη (όπως φαίνεται στο σχήμα)

Το αρχείο των τάσεων είναι ως κάτωθι

The screenshot shows the ANSYS Mechanical Utility Menu interface. The PRNSOL Command window is open, displaying the following table of nodal stress results:

Node	Stress X	Stress Y	Stress Z	Stress XY	Stress YZ	Stress XZ
1179	-27350.	-17988.	-.26297E+07	-28592.	-2223.3	1719.4
1180	-44846.	-41934.	-.26196E+07	-56283.	11458.	3339.6
1181	-41684.	-23154.	-.26437E+07	-71210.	26093.	393.02
1182	-25799.	772.98	-.26569E+07	-40160.	13030.	4959.1
1183	-34157.	-9179.3	-.26815E+07	-42386.	17433.	545.50
1184	-34059.	-12758.	-.26305E+07	-63119.	-965.75	-1505.3
1185	-34190.	-12003.	-.26150E+07	-37462.	-4840.6	-16822.
1186	-13959.	-5191.1	-.26899E+07	-42149.	10421.	-24863.
1187	-12604.	1570.7	-.26940E+07	-44222.	-4643.6	17502.
1188	-29812.	-17061.	-.26445E+07	-45753.	16180.	23398.
1189	-30828.	-17752.	-.26216E+07	-66308.	11282.	27919.
1190	-36960.	-18612.	-.25905E+07	-32372.	7825.7	13334.

Below the table, the command window shows the following text:

```

***** POST1 NODAL STRESS LISTING *****
PowerGraphics Is Currently Enabled
LOAD STEP= 1 SUBSTEP= 1
TIME= 1.0000 LOAD CASE= 0
NODAL RESULTS ARE FOR MATERIAL 1

THE FOLLOWING X,Y,Z VALUES ARE IN GLOBAL COORDINATES

```

Το σημείο A αντιστοιχεί στον κόμβο 1180 όπου η τάση ισούται με $\sigma_A = -2.6 \text{ MPa}$ το οποίο είναι το ίδιο με την αναλυτική λύση

Το σημείο C αντιστοιχεί στο κόμβο 247 όπου η τάση ισούται με $1,614 \text{ MPa}$ το οποίο είναι το ίδιο με την αναλυτική λύση

Το σημείο D αντιστοιχεί στο κόμβο 518 όπου η τάση ισούται με $0,309 \text{ MPa}$ το οποίο διαφέρει κατά $17,6\%$ από την αναλυτική λύση $0,375 \text{ MPa}$

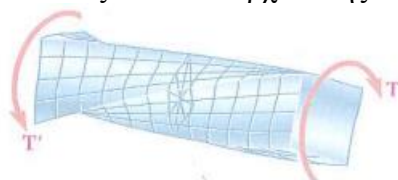
Το σημείο B αντιστοιχεί στο κόμβο 1646 όπου η τάση ισούται με $-1,325 \text{ MPa}$ το οποίο διαφέρει κατά $3,6\%$ από την αναλυτική λύση $-1,375 \text{ MPa}$

Συμπέρασμα

Η μέθοδος των ΠΣ δίδει σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα με την αναλυτική λύση του παρόντος προβλήματος

ΘΕΩΡΙΑ: ΣΤΡΕΨΗ ΜΕΛΩΝ ΜΕ ΜΗ ΚΥΚΛΙΚΕΣ ΔΙΑΤΟΜΕΣ

Μια δοκός τετραγωνικής διατομής διατηρεί την ίδια μορφή μόνο όταν περιστραφεί κατά 90° ή 180° . Μπορούμε να δούμε ότι οι διαγώνιες της τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής της δοκού καθώς και οι γραμμές που ενώνουν τα μέσα των πλευρών της διατομής αυτής παραμένουν ευθείες. Όμως, εξαιτίας της έλλειψης αξονοσυμμετρίας της δοκού, οποιαδήποτε άλλη γραμμή πάνω στην εγκάρσια διατομή της θα παραμορφωθεί όταν η δοκός συστραφεί και εγκάρσια διατομή θα στρεβλωθεί έξω από το αρχικό της επίπεδο.



Σχήμα 6. 14 Στρέψη ατράκτου τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής

Δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι η διατμητική τάση στην εγκάρσια διατομή μιας δοκού τετραγωνικής διατομής μεταβάλλεται γραμμικά με την απόσταση από τον άξονα της δοκού και ως εκ τούτου, ότι είναι μέγιστη στις γωνίες της διατομής. Η διατμητική τάση είναι στην πραγματικότητα μηδενική σε αυτά τα σημεία. Ας θεωρήσουμε ένα μικρό κυβικό στοιχείο που βρίσκεται σε μία γωνία της τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής της δοκού που υπόκειται σε στρέψη και ας επιλέξουμε τους άξονες συντεταγμένων παράλληλα προς τις ακμές του στοιχείου (Σχήμα 6.15α). Επειδή η έδρα του στοιχείου που είναι κάθετη στον άξονα y είναι τμήμα της ελεύθερης επιφάνειας της δοκού, όλες οι τάσεις στην έδρα αυτή πρέπει να είναι μηδενικές.

Από Σχήμα 6.15b, γράφουμε:

$$\tau_{yx} = 0 \quad \tau_{yz} = 0 \quad (3)$$

Για τον ίδιο λόγο, όλες οι τάσεις στην έδρα που είναι κάθετη στον άξονα z , πρέπει να είναι μηδενικές, οπότε

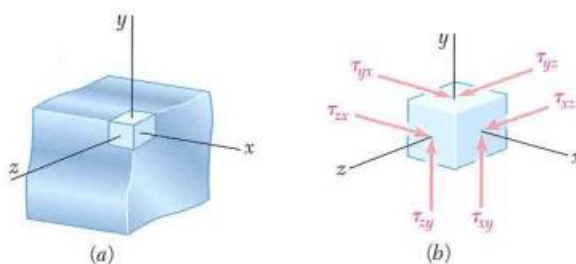
$$\tau_{zx} = 0 \quad \tau_{zy} = 0 \quad (4)$$

Από εξισώσεις 3 και 4 συνεπάγεται ότι

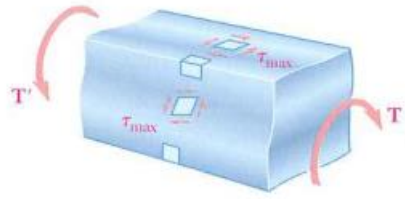
$$\tau_{xy} = 0 \quad \text{και} \quad \tau_{xz} = 0$$

Έτσι, και οι δύο συνιστώσες της διατμητικής τάσης στην έδρα του στοιχείου που είναι κάθετη στον άξονα της δοκού (άξονας x) είναι μηδενικές. Επομένως, δεν αναπτύσσεται καμία διατμητική τάση στις γωνίες της εγκάρσιας διατομής της δοκού.

Υποβάλλοντας σε στρέψη ένα ελαστικό μοντέλο μιας δοκού τετραγωνικής διατομής, επαληθεύει κανείς ότι δεν υπάρχουν παραμορφώσεις και ούτε τάσεις κατά μήκος των ακμών της δοκού, ενώ οι μέγιστες παραμορφώσεις και οι μέγιστες τάσεις εμφανίζονται κατά μήκος της κεντρικής γραμμής κάθε παράπλευρης επιφάνειας της δοκού (Σχήμα 6.16)



Σχήμα 6. 15 Γωνιακό στοιχείο δοκού τετραγωνικής διατομής σε στρέψη: (α) θέση του στοιχείου στην ατράκτο και (β) πιθανές συνιστώσες διατμητικής τάσης στο στοιχείο.



Σχήμα 6. 16 Στοιχεία τάσης σε μια στρεπτικά φορτισμένη, παραμορφωμένη δοκό τετραγωνικής διατομής.

Θα αναφέρουμε ορισμένα συμπεράσματα που εξάγονται από την μαθηματική θεωρία της ελαστικότητας για ευθύγραμμες δοκούς με ομοιόμορφη ορθογώνια εγκάρσια διατομή. Συμβολίζοντας με L το μήκος της δοκού, με a και b την πλατύτερη και στενότερη πλευρά της εγκάρσιας διατομής της, αντίστοιχα, και με T το μέτρο των ροπών στρέψης που εφαρμόζονται στη δοκό (Σχήμα 6.17), βρίσκουμε ότι η μέγιστη διατμητική τάση αναπτύσσεται κατά μήκος της κεντρικής γραμμής της μεγαλύτερης από τις επιμήκεις έδρες της δοκού και ισούται με:

$$\tau_{\max} = \frac{T}{c_1 ab^2}$$

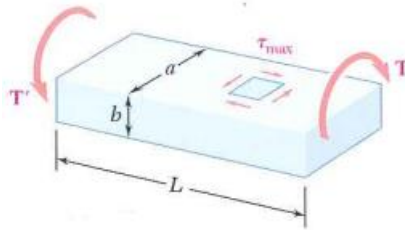
Η γωνία στρέψης μπορεί να εκφραστεί ως:

$$\phi = \frac{TL}{c_2 ab^3 G}$$

Αυτές οι δύο παραπάνω εξισώσεις ισχύουν μόνο εντός της ελαστικής περιοχής.

Οι συντελεστές c_1 και c_2 εξαρτώνται μόνο από το λόγο a/b και δίνονται από τον παρακάτω πίνακα για ένα πλήθος τιμών του λόγου αυτού.

a/b	c_1	c_2
1.0	0.208	0.1406
1.2	0.219	0.1661
1.5	0.231	0.1958
2.0	0.246	0.229
2.5	0.258	0.249
3.0	0.267	0.263
4.0	0.282	0.281
5.0	0.291	0.291
10.0	0.312	0.312
∞	0.333	0.333



Σχήμα 6. 17 Ατρακτος με ορθογώνια εγκάρσια διατομή, όπου φαίνεται η θέση της μέγιστης διατμητικής τάσης.

Ο παραπάνω πίνακας δείχνει ότι για $a/b \geq 5$, οι συντελεστές c_1 και c_2 είναι ίσοι. Αποδεικνύεται ότι για τέτοιες τιμές του a/b , έχουμε

$$c_1 = c_2 = \frac{1}{3}(1 - 0.630b/a) \quad (\text{μόνο για } a/b \geq 5)$$

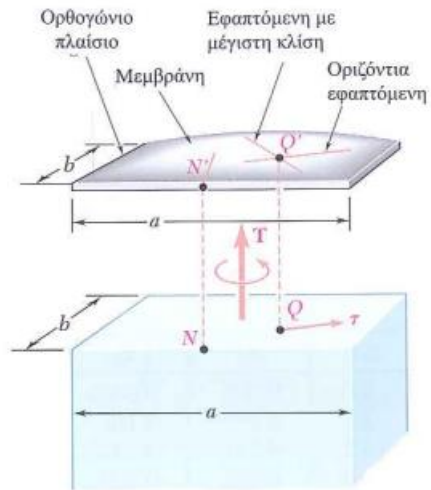
Η κατανομή των διατμητικών τάσεων σε ένα μέλος μη κυκλικής διατομής μπορεί να γίνει κατανοητή χρησιμοποιώντας τα *ανάλογο της μεμβράνης* (membrane analogy). Μια ομογενής ελαστική μεμβράνη η οποία είναι στερεωμένη σε ένα σταθερό πλαίσιο και υπόκειται σε ομοιόμορφη πίεση σε μια από τις επιφάνειές της συνιστά ένα ανάλογο της δοκού σε στρέψη (δηλαδή, ο προσδιορισμός της παραμόρφωσης της μεμβράνης εξαρτάται από την επίλυση της ίδιας μερικής διαφορικής εξίσωσης όπως ο προσδιορισμός των διατμητικών τάσεων στη δοκό). Πιο συγκεκριμένα, αν Q είναι ένα σημείο της εγκάρσιας διατομής της δοκού και Q' το αντίστοιχο σημείο της μεμβράνης (Σχήμα 6.18), η διατμητική τάση τ στο Q θα έχει την ίδια διεύθυνση με την οριζόντια εφαπτόμενη στη μεμβράνη στο Q' και το μέτρο της θα είναι ανάλογο με τη μέγιστη κλίση της μεμβράνης στο Q' . Επιπλέον, η ροπή στρέψης που εφαρμόζεται θα είναι ανάλογη του όγκου ανάμεσα στη μεμβράνη και στο επίπεδο του σταθερού πλαισίου. Για τη μεμβράνη του σχήματος η οποία είναι στερεωμένη σε ένα ορθογώνιο πλαίσιο, η πιο απότομη κλίση εμφανίζεται στο μέσον N' της μεγαλύτερης πλευράς του πλαισίου. Έτσι, η μέγιστη διατμητική τάση σε μια δοκό ορθογώνιας εγκάρσιας διατομής θα αναπτύσσεται στο μέσον N της μεγαλύτερης πλευράς αυτής της διατομής.

Το ανάλογο της μεμβράνης μπορεί να χρησιμοποιηθεί εξίσου αποτελεσματικά για να κατανοήσουμε τις διατμητικές τάσεις σε οποιαδήποτε ευθύγραμμη δοκό ομοιόμορφης, μη κυκλικής εγκάρσιας διατομής. Ειδικότερα, ας θεωρήσουμε διάφορα λεπτότοιχα μέλη με τις εγκάρσιες διατομές που φαίνονται στο (Σχήμα 6.19), τα οποία υπόκεινται στην ίδια ροπή στρέψης.

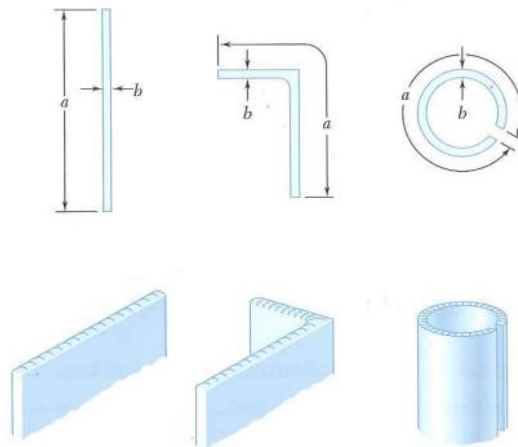
Χρησιμοποιώντας το ανάλογο της μεμβράνης για να μας βοηθήσει να κατανοήσουμε τις διατμητικές τάσεις, διαπιστώνουμε ότι, επειδή η ίδια ροπή στρέψης εφαρμόζεται σε κάθε μέλος, ο ίδιος όγκος βρίσκεται κάτω από κάθε μεμβράνη και η μέγιστη κλίση είναι περίπου η ίδια σε κάθε περίπτωση. Κατά συνέπεια, για ένα λεπτότοιχο μέλος, ομοιόμορφου πάχους και τυχαίου σχήματος, η μέγιστη διατμητική τάση είναι η ίδια όπως για μια ορθογώνια δοκό με

$$\text{μια πολύ μεγάλη τιμή του } a/b, \text{ και μπορεί να προσδιοριστεί από την εξίσωση } \tau_{\max} = \frac{T}{c_1 ab^2}$$

με $c_1=0.333$



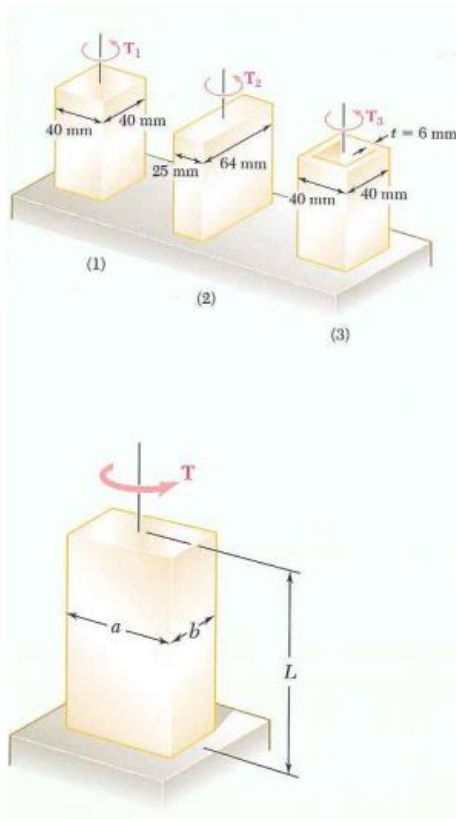
Σχήμα 6. 18 Εφαρμογή του αναλόγου της μεμβράνης σε άτρακτο με ορθογώνια εγκάρσια διατομή.



Σχήμα 6. 19 Ανάλογο της μεμβράνης για διάφορα λεπτότοιχα μέλη.

6. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3.9. (Beer p. 236)

Χρησιμοποιώντας $\tau_{all} = 40\text{MPa}$, προσδιορίστε την μέγιστη ροπή στρέψης η οποία μπορεί να εφαρμοστεί σε κάθε μία από τις οριζόντιες συμπαγείς δοκούς καθώς και στον εικονιζόμενο οριζόντιο σωλήνα. Σημειώστε ότι δύο συμπαγείς δοκοί έχουν το ίδιο εμβαδόν εγκάρσιας διατομής και ότι η τετραγωνική δοκός και ο τετραγωνικός σωλήνας έχουν τις ίδιες εξωτερικές διαστάσεις.



Σχήμα 6. 20 Γενικές διαστάσεις μιας συμπαγούς ορθογώνιας δοκού σε στρέψη.

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

$$T_{\max} = \frac{T}{c_1 a^3} = \frac{1000 * 0.04 \text{ Nm}}{0.208 * (0.04)^3 \text{ m}^3} = 3 \text{ MPa}$$

$$s = \sqrt{u_x^2 + u_y^2 + u_z^2} = \sqrt{(3.78)^2 + (2.4)^2 + (0.45)^2} * 10^{-6} \Rightarrow s = 4.45 * 10^{-6} \text{ m}$$

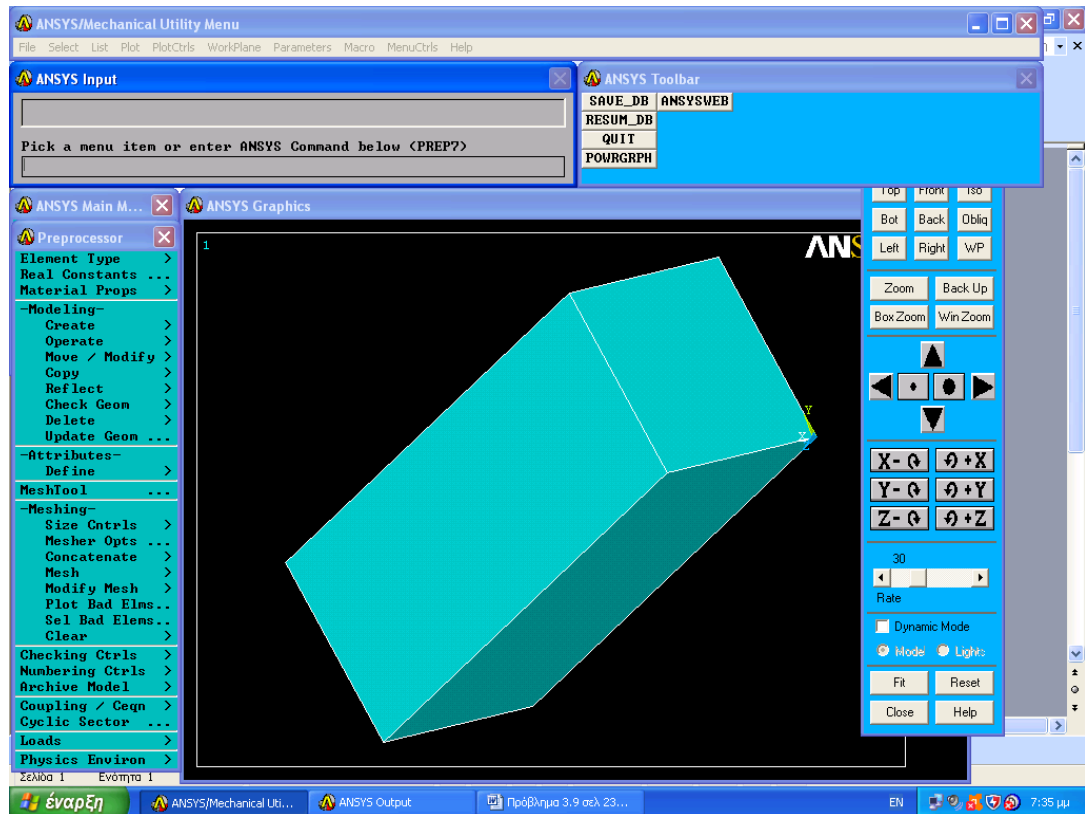
$$s = r * \phi \Rightarrow \phi = \frac{s}{r} = \frac{4.45 * 10^{-6}}{0.02} \Rightarrow \phi = 2.22 * 10^{-4} \text{ rad}$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{115}{2(1+0.20)} = 47,92 \text{ GPa}$$

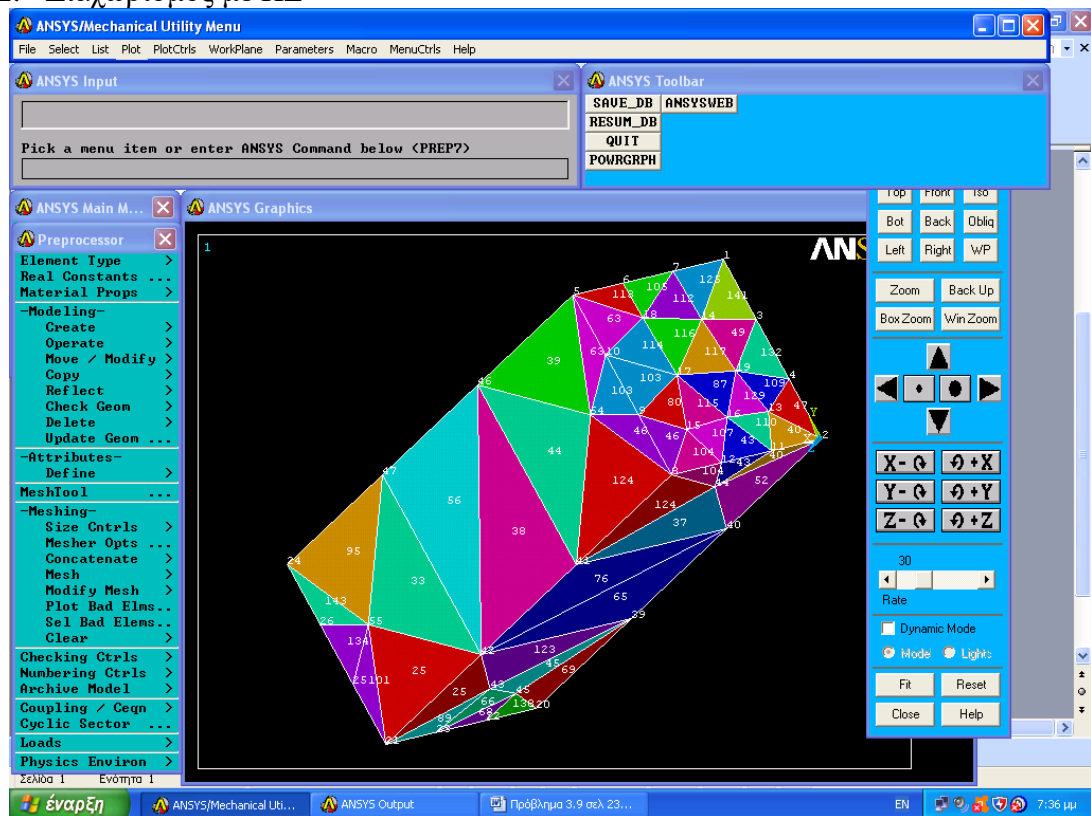
$$\phi = \frac{TL}{c_2 a^4 G} = \frac{1000 * 0.04 * 0.1}{0.1406 * (0.04)^4 * 47.92 * 10^9} \Rightarrow \phi = 2,32 * 10^{-4} \text{ rad}$$

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ (ANSYS)

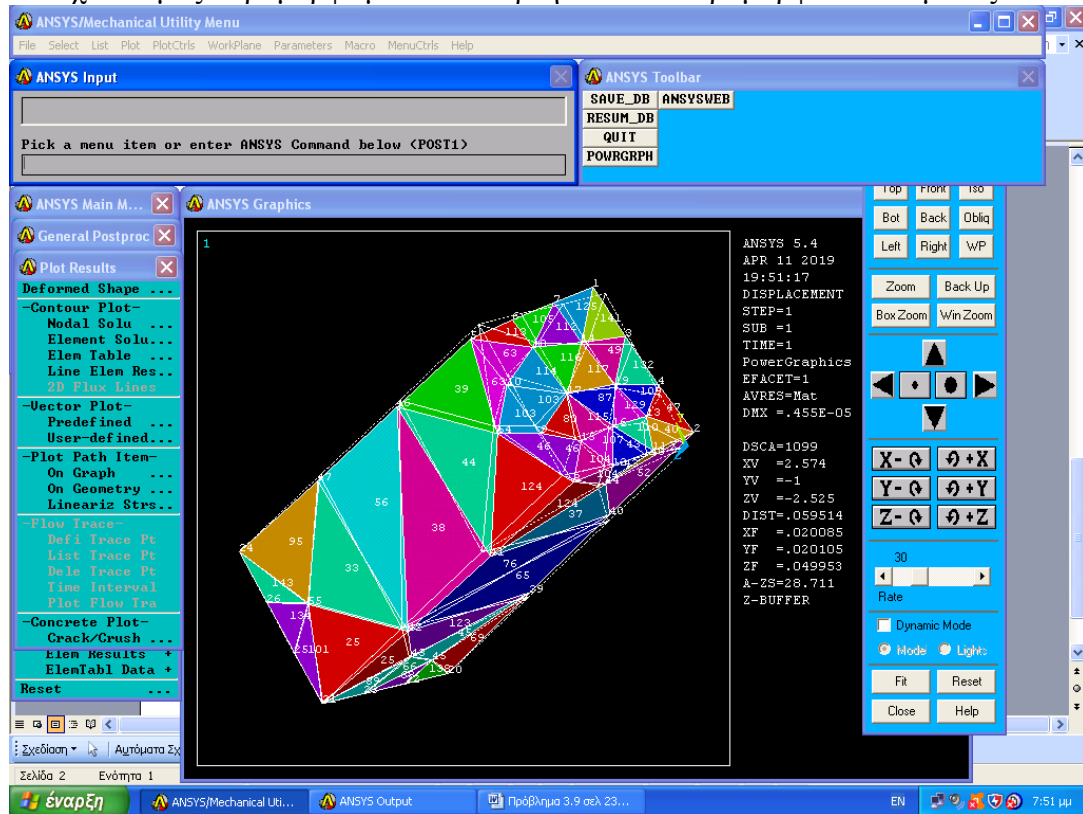
1. Μοντέλο



2. Διαχωρισμός με ΠΣ



3. Σχεδιασμός παραμορφωμένου συναρτήσε του απαραμόρφωτου σώματος



4. ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΑ

Εξετάζουμε την παραμόρφωση του κόμβου #5

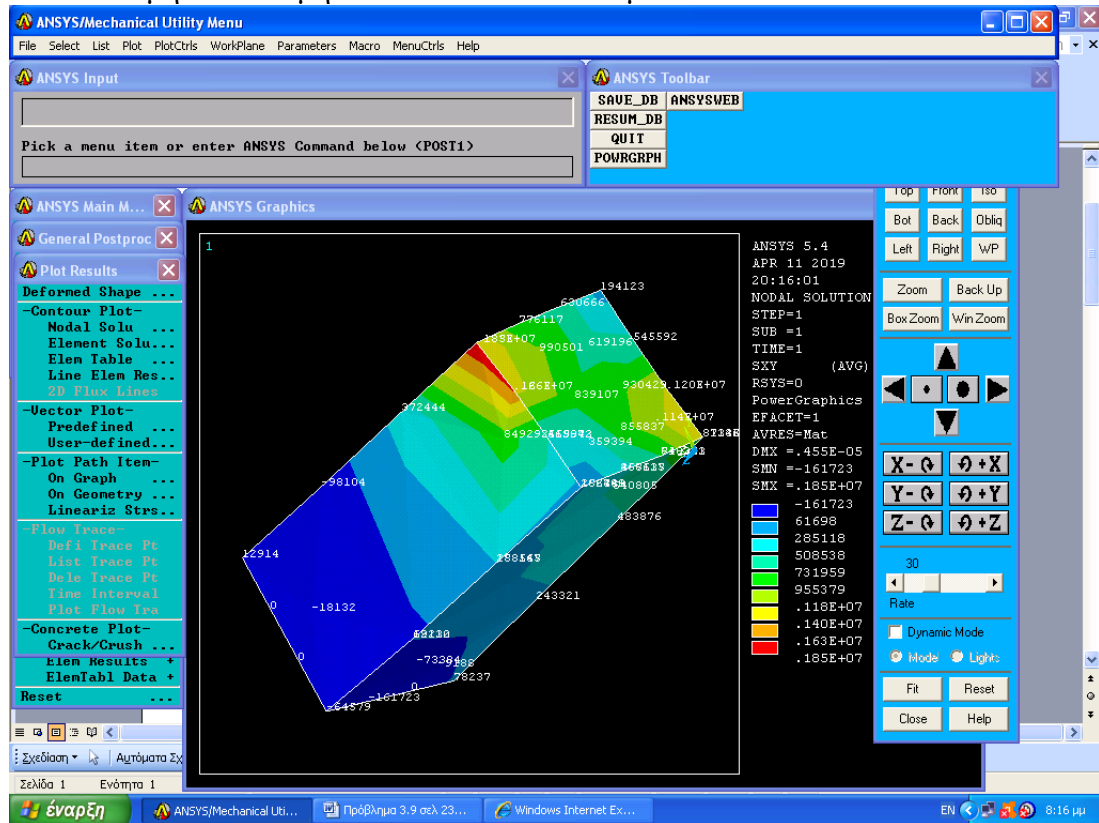
Οι μετατοπίσεις του κόμβου #5 είναι $u_x, y, z = (3,78, -2,4, 0,45) \cdot 10^{-6} \text{m}$

Οπότε η μετατόπιση του κόμβου 5 είναι

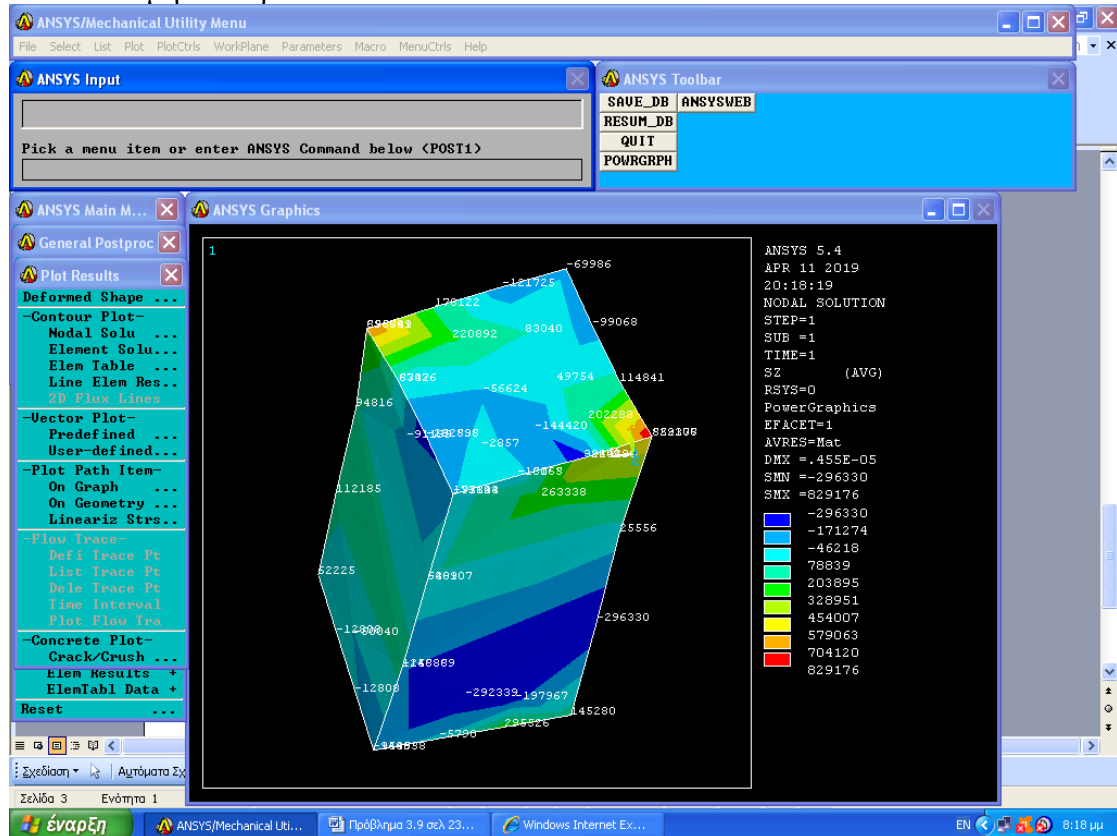
$$S = 4,45 \cdot 10^{-6} \text{m}$$

Αρα η γωνία στροφής είναι $\varphi = S/r = 4,45 \cdot 10^{-6} / 0,02 = 2,22 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$

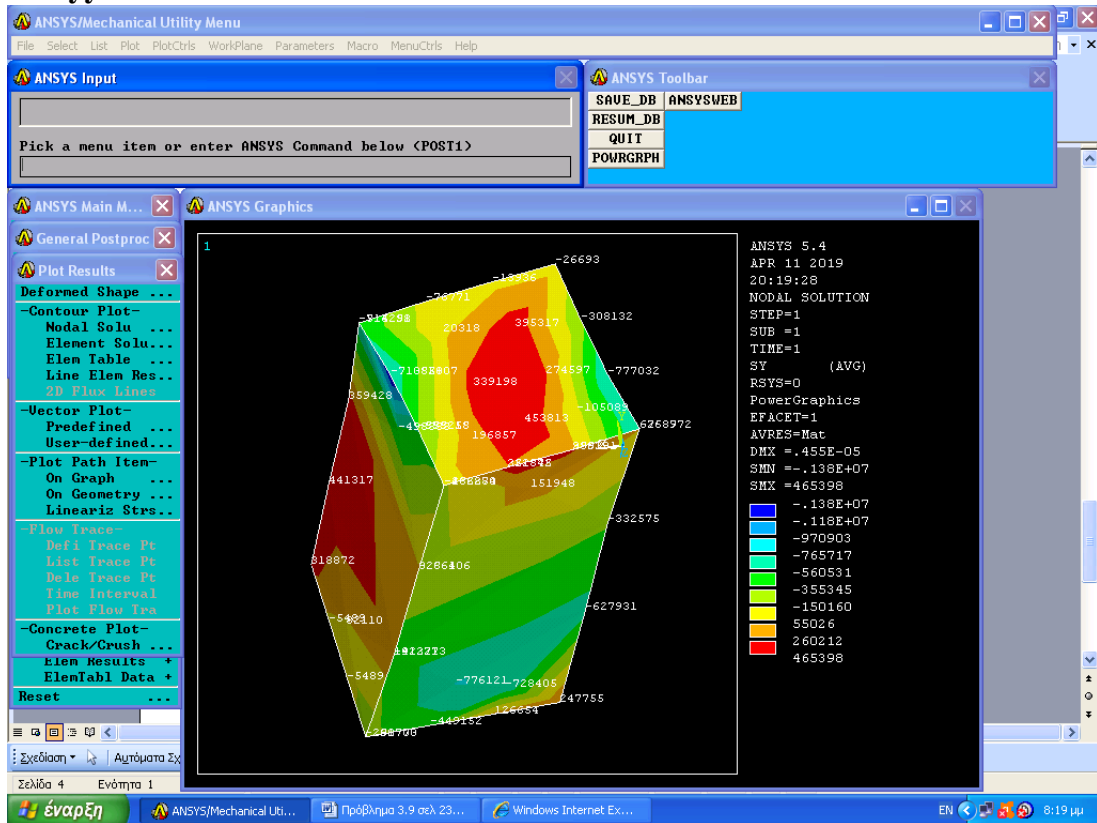
5. κατανομή των διατμητικών τάσεων στο δοκίμιο



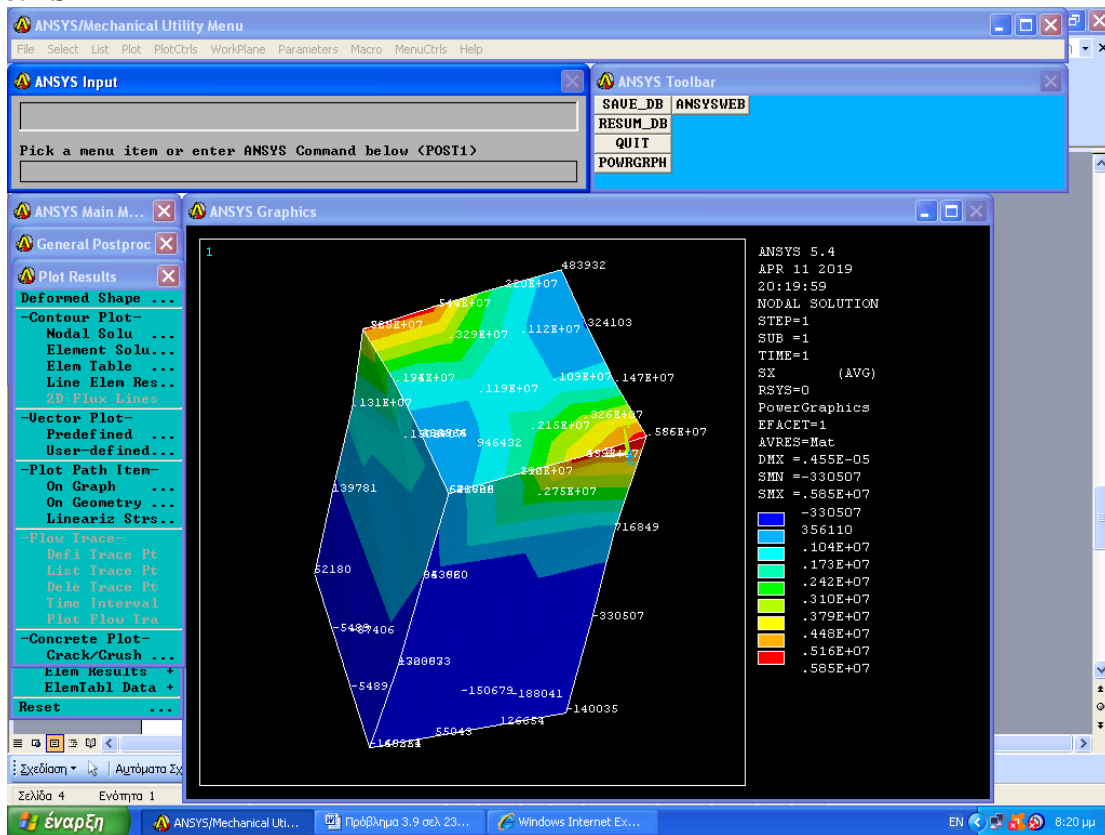
6. κατανομή των ορθών τάσεων Szz



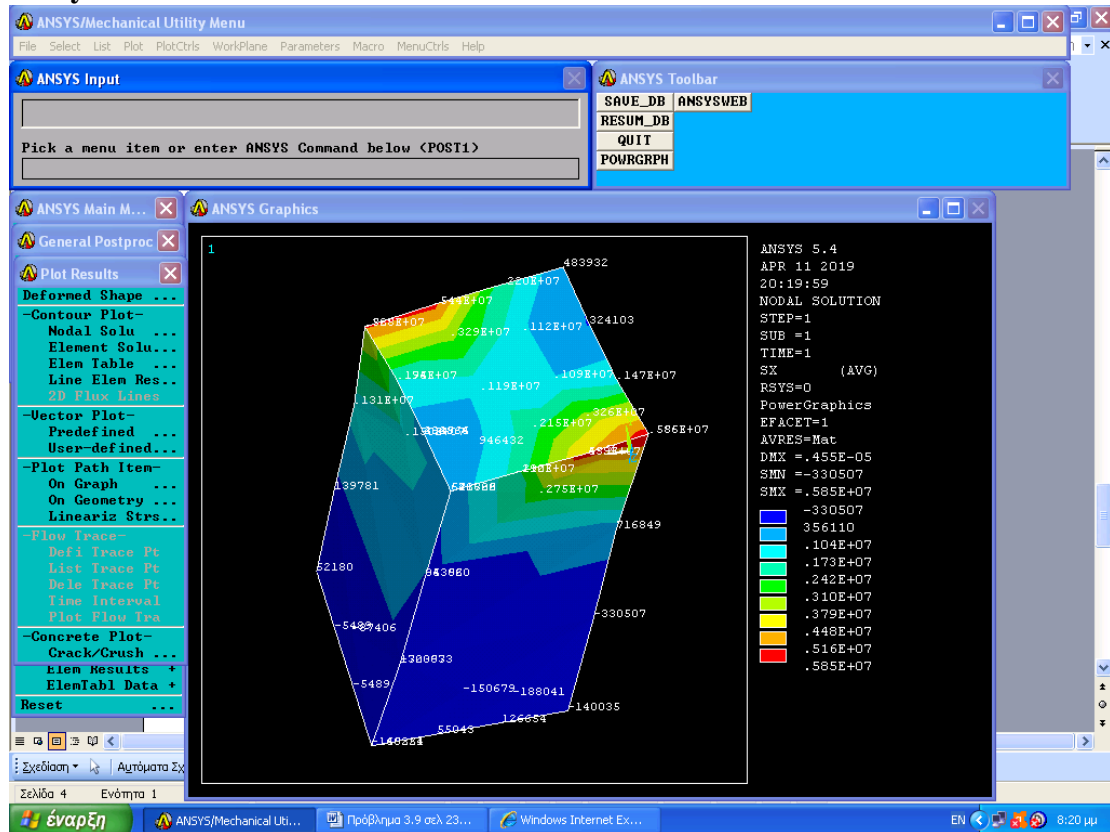
7. Syy



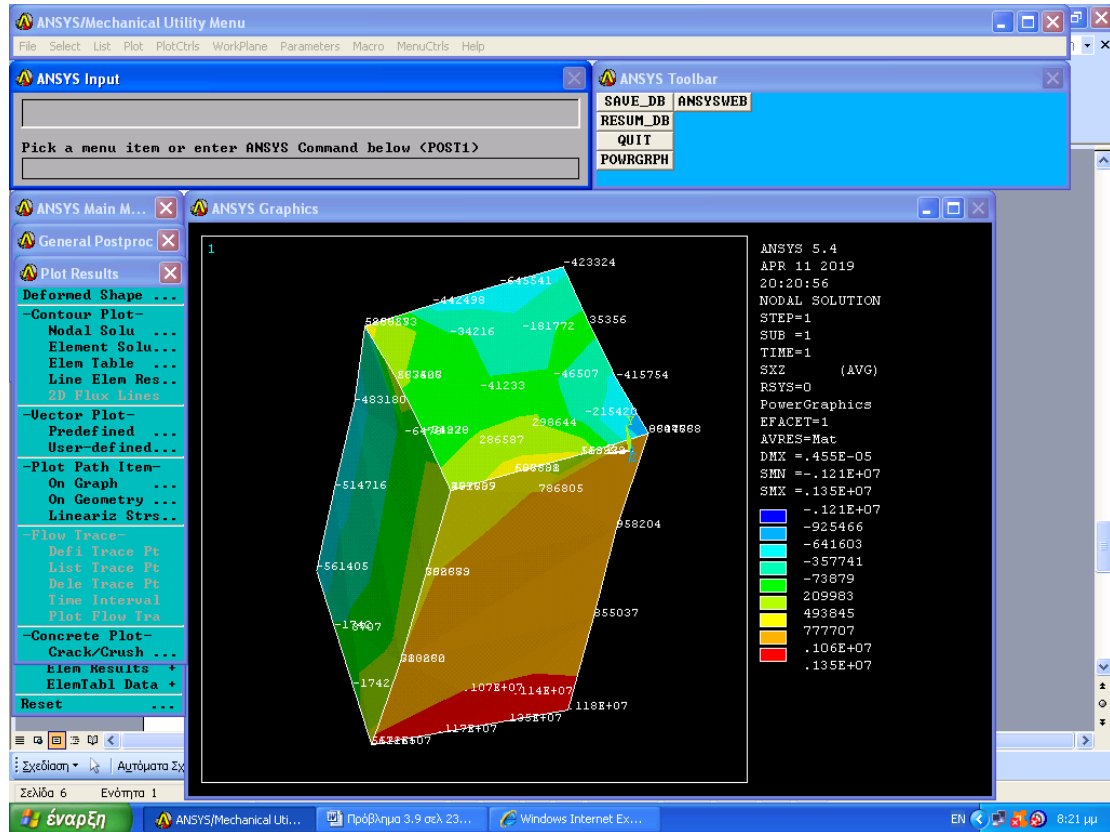
8. Sxx



9. Syz



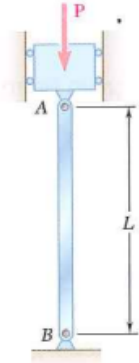
10. Sxz



ΘΕΩΡΙΑ: ΛΥΓΙΣΜΟΣ

Τύπος του euler για διαρθρωτά υποστυλώματα

Σε ένα υποστύλωμα AB σκοπεύουμε να προσδιορίσουμε την κρίσιμη τιμή του φορτίου P , δηλαδή την τιμή P_{cr} του φορτίου για την οποία η εικονιζόμενη θέση στο Σχήμα 6.21 παύει να είναι ευσταθής. Αν $P > P_{cr}$ η ελάχιστη απόκλιση ή διατάραξη θα αναγκάσει το υποστύλωμα να λυγίσει, δηλαδή να εμφανίσει ένα καμπύλο σχήμα όπως δείχνει το Σχήμα 6.22.



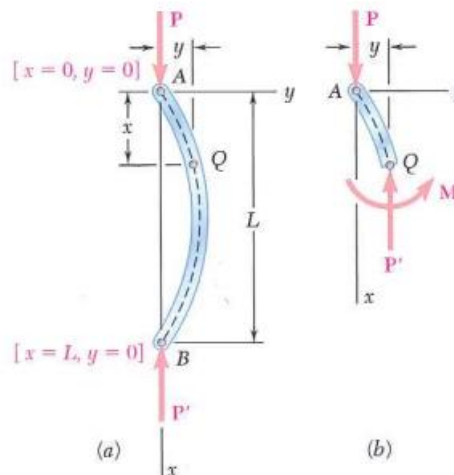
Σχήμα 6. 21



Σχήμα 6. 22

Η προσέγγιση αυτή προσδιορίζει τις συνθήκες υπό τις οποίες είναι δυνατή η μορφή του Σχήματος 6.22.

Επειδή ένα υποστύλωμα μπορεί να θεωρηθεί ως μια δοκός τοποθετημένη σε κατακόρυφη θέση η οποία υπόκειται σε ένα ξενικό φορτίο, συμβολίζουμε με x την απόσταση από το άκρο A του υποστυλώματος έως ένα δεδομένο σημείο Q της ελαστικής γραμμής του και με y το βέλος κάμψης αυτού του σημείου (Σχήμα 6.23α).



Σχήμα 6. 23 Διαγράμματα ελεύθερου σώματος (α) του λυγισμένου υποστυλώματος και (β) του τμήματος AQ.

Θεωρούμε ότι ο άξονας x είναι κατακόρυφος και διευθύνεται προς τα κάτω, ενώ ο y είναι οριζόντιος και διευθύνεται προς τα δεξιά. Από την ισορροπία του ελεύθερου σώματος AQ (Σχήμα 6.23b), η καμπτική ροπή στο Q είναι $M = -Py$. Αντικαθιστώντας αυτήν την τιμή για

την M στην εξίσωση $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI}$, γράφουμε $\frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{M(x)}{EI} = -\frac{P}{EI} y$

Η μεταφέροντας τον τελευταίο όρο στο πρώτο μέρος έχουμε $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0$, η οποία είναι μια γραμμική, ομογενής, διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης με σταθερούς συντελεστές.

Θέτοντας $p^2 = \frac{P}{EI}$, γράφουμε την εξίσωση $\frac{d^2 y}{dx^2} + p^2 y = 0$, η οποία είναι ίδια με την

διαφορική εξίσωση που περιγράφει μια απλή αρμονική κίνηση, με την μόνη διαφορά ότι η ανεξάρτητη μεταβλητή είναι τώρα η απόσταση x αντί του χρόνου t .

Γενική λύση της εξίσωσης $\frac{d^2 y}{dx^2} + p^2 y = 0$ είναι $y = A \sin px + B \cos px$.

Οι τιμές των σταθερών A και B θα βρεθούν από τις οριακές συνθήκες οι οποίες πρέπει να ικανοποιούνται στα άκρα A και B του υποστυλώματος (Σχήμα 6.23α).

Αρχικά θέτουμε $x=0, y=0$ στην εξίσωση $y = A \sin px + B \cos px$ και βρίσκουμε ότι $B=0$.

Αντικαθιστώντας την συνέχεια $x=L, y=0$ βρίσκουμε $A \sin pL = 0$.

Αυτή η εξίσωση ικανοποιείται είτε για $A=0$, είτε για $\sin pL=0$. Αν ικανοποιείται η πρώτη από αυτές τις συνθήκες, τότε η εξίσωση $y = A \sin px + B \cos px$ ανάγεται στην $y=0$ και το υποστύλωμα παραμένει ευθύγραμμο (Σχήμα 6.21).

Αν ικανοποιείται η δεύτερη συνθήκη, τότε πρέπει να έχουμε $pL=n\pi$, οπότε αντικαθιστώντας

το p από την εξίσωση $p^2 = \frac{P}{EI}$ και λύνοντας ως προς P έχουμε, $P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$.

Η μικρότερη από τις τιμές του P που ορίζεται από την εξίσωση $P = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$ είναι αυτή που

αντιστοιχεί σε $n=1$. Έτσι, $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$. Η έκφραση αυτή είναι γνωστή ως τύπος του Euler

(Euler's formula). Αντικαθιστώντας αυτήν την έκφραση του P στην εξίσωση $p^2 = \frac{P}{EI}$ και

την τιμή που βρίσκουμε για το p στην εξίσωση $y = A \sin px + B \cos px$ και γνωρίζοντας ότι

$B=0$, γράφουμε: $y = A \sin \frac{\pi x}{L}$, η οποία είναι η εξίσωση της ελαστικής γραμμής μετά το

λυγισμό του υποστυλώματος (Σχήμα 6.22).

Σημειώνουμε ότι το μέγιστο βέλος κάμψης, $y_m=A$, είναι απροσδιόριστο, αυτό οφείλεται στο

γεγονός ότι η διαφορική εξίσωση $\frac{d^2 y}{dx^2} + \frac{P}{EI} y = 0$ είναι μια γραμμική προσέγγιση της

ακριβούς διαφορικής εξίσωσης για την ελαστική γραμμή.

Αν $P < P_{cr}$, η συνθήκη $\sin pL=0$ δεν μπορεί να ικανοποιηθεί και η λύση της εξίσωσης

$y = A \sin \frac{\pi x}{L}$ δεν υπάρχει.

Πρέπει τότε να έχουμε $A=0$ και το μόνο δυνατό σχήμα του υποστυλώματος είναι το

ευθύγραμμο. Έτσι για $P < P_{cr}$ η ευθύγραμμη μορφή του Σχήματος 6.21 είναι ευσταθής.

Στην περίπτωση ενός υποστυλώματος με κυκλική ή τετραγωνική εγκάρσια διατομή η ροπή αδράνειας I της εγκάρσιας διατομής είναι η ίδια ως προς οποιοδήποτε κεντρικό άξονα και το υποστύλωμα έχει την ίδια πιθανότητα να λυγίσει στο ένα ή στο άλλο επίπεδο (εκτός και αν εμποδίζεται από τις συνθήκες στήριξης που επικρατούν στα άκρα του). Για άλλα σχήματα εγκάρσιων διατομών, το κρίσιμο φορτίο θα πρέπει να υπολογιστεί θέτοντας $I=I_{\min}$ στην

εξίσωση $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$. Αν επέλθει λυγισμός αυτός θα λάβει χώρα σε ένα επίπεδο κάθετο στον

αντίστοιχο κύριο άξονα αδράνειας.

Η τάση που αντιστοιχεί στο κρίσιμο φορτίο, ονομάζεται κρίσιμη τάση (critical stress) και

συμβολίζεται με σ_{cr} . Από την εξίσωση $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$ και θέτοντας $I = Ar^2$, όπου A είναι το

εμβαδόν της εγκάρσιας διατομής και r η ακτίνα αδράνειας του, έχουμε: ή

$$\sigma_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EAr^2}{AL^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

Η ποσότητα L/r ονομάζεται λόγος λυγηρότητας (slenderness ratio) του υποστυλώματος. Για τον υπολογισμό του λόγου λυγηρότητας και της κρίσιμης τάσης σε ένα υποστύλωμα θα πρέπει να χρησιμοποιηθεί η ελάχιστη τιμή της ακτίνας αδράνειας r.

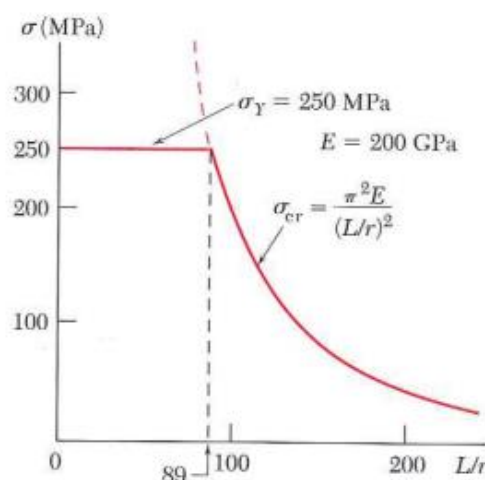
Η εξίσωση $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$ δείχνει ότι η κρίσιμη τάση είναι ανάλογη του μέτρου

ελαστικότητας του υλικού και αντιστρόφως ανάλογη του τετραγώνου του λόγου λυγηρότητας του υποστυλώματος. Στο Σχήμα 6.24 φαίνεται η μεταβολή της σ_{cr} ως προς τον λόγο λυγηρότητας L/r για δομικό χάλυβα, με $E=200\text{GPa}$ και $\sigma_Y=250\text{MPa}$. Θα πρέπει να λάβουμε υπόψη μας ότι δεν έχει χρησιμοποιηθεί κανένας συντελεστής ασφαλείας στη σχεδίαση της σ_{cr} .

Επίσης επισημαίνουμε ότι, αν η σ_{cr} από την εξίσωση $\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$ ή από την καμπύλη του

Σχήματος 6.24 είναι μεγαλύτερη από την τάση διαρροής σ_Y , η τιμή αυτή δεν μας ενδιαφέρει, επειδή το υποστύλωμα θα διαρρεύσει σε θλίψη και θα πάψει να είναι ελαστικό πριν προλάβει να λυγίσει.

Η ανάλυση για την συμπεριφορά ενός υποστυλώματος έχει βασιστεί μέχρι στιγμής στην υπόθεση ενός τέλεια ευθυγραμμισμένου κεντρικού φορτίου.



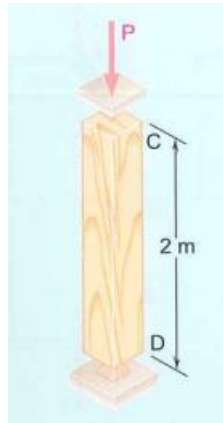
Σχήμα 6. 24 Σχεδίαση της κρίσιμης τάσης

7. ΠΡΟΒΛΗΜΑ 10.1. (ΣΕΛ. 736 Beer)

Ένα διαρθρωτό υποστύλωμα μήκους 2m και τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής, πρόκειται να κατασκευαστεί από ξύλο. Υποθέτοντας ότι $E = 13\text{GPa}$, $\sigma_{\text{all}} = 12\text{MPa}$ και χρησιμοποιώντας έναν συντελεστή ασφαλείας 2,5 στον υπολογισμό του κρίσιμου φορτίου του Euler για Λυγισμό, προσδιορίστε το μέγεθος της εγκάρσιας διατομής αν το υποστύλωμα πρόκειται να φέρει με ασφάλεια :

α) ένα φορτίο ίσο με 100kN και

β) ένα φορτίο ίσο με 200kN



Σχήμα 6. 25 Διαρθρωτό ξύλινο υποστύλωμα τετραγωνικής εγκάρσιας διατομής.

A. ΑΝΑΛΥΤΙΚΗ ΛΥΣΗ

α) Χρησιμοποιούμε το δεδομένο συντελεστή ασφαλείας, για να λάβουμε

$$P_{cr} = 2,5(100\text{kN}) = 250\text{kN}$$

$$L = 2\text{m}$$

$$E = 13\text{GPa}$$

Χρησιμοποιούμε τον τύπο του Euler και λύνουμε ως προς I :

$$I = \frac{P_{cr} L^2}{\pi^2 E} = \frac{(250 * 10^3 \text{ N})(2\text{m})^2}{\pi^2 (13 * 10^9 \text{ Pa})} = 7.794 * 10^{-6} \text{ m}^4$$

Γνωρίζοντας ότι για ένα τετράγωνο πλευράς a , έχουμε $I = \frac{a^4}{12}$, γράφουμε

$$\frac{a^4}{12} = 7.794 * 10^{-6} \text{ m}^4 \Rightarrow a = 98.3\text{mm} \approx 100\text{mm}$$

Ελέγχουμε την τιμή της ορθής τάσης στο υποστύλωμα $\sigma = \frac{P}{A} = \frac{100\text{kN}}{(0.100\text{m})^2} = 10\text{MPa}$

Επειδή η σ είναι μικρότερη από την επιτρεπόμενη τάση, η διατομή 100*100mm είναι αποδεκτή .

β) Λύνουμε ξανά την εξίσωση $P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L_e^2}$ ως προς I, αλλά θέτουμε τώρα

$$P_{cr} = 2.5(200) = 500kN$$

$$I = 15.588 * 10^{-6} m^4 \Rightarrow \frac{a^4}{12} = 15.588 * 10^{-6} \Rightarrow a = 116.95mm$$

$$\text{Η τιμή της ορθής τάσης είναι: } \sigma = \frac{P}{A} = \frac{200kN}{(0.11695m)^2} = 14.62MPa$$

Επειδή η τιμή αυτή είναι μεγαλύτερη από την επιτρεπόμενη τάση, η διάσταση που βρήκαμε δεν είναι αποδεκτή, οπότε πρέπει να επιλέξουμε την εγκάρσια διατομή με βάση την αντίστασή της σε θλίψη.

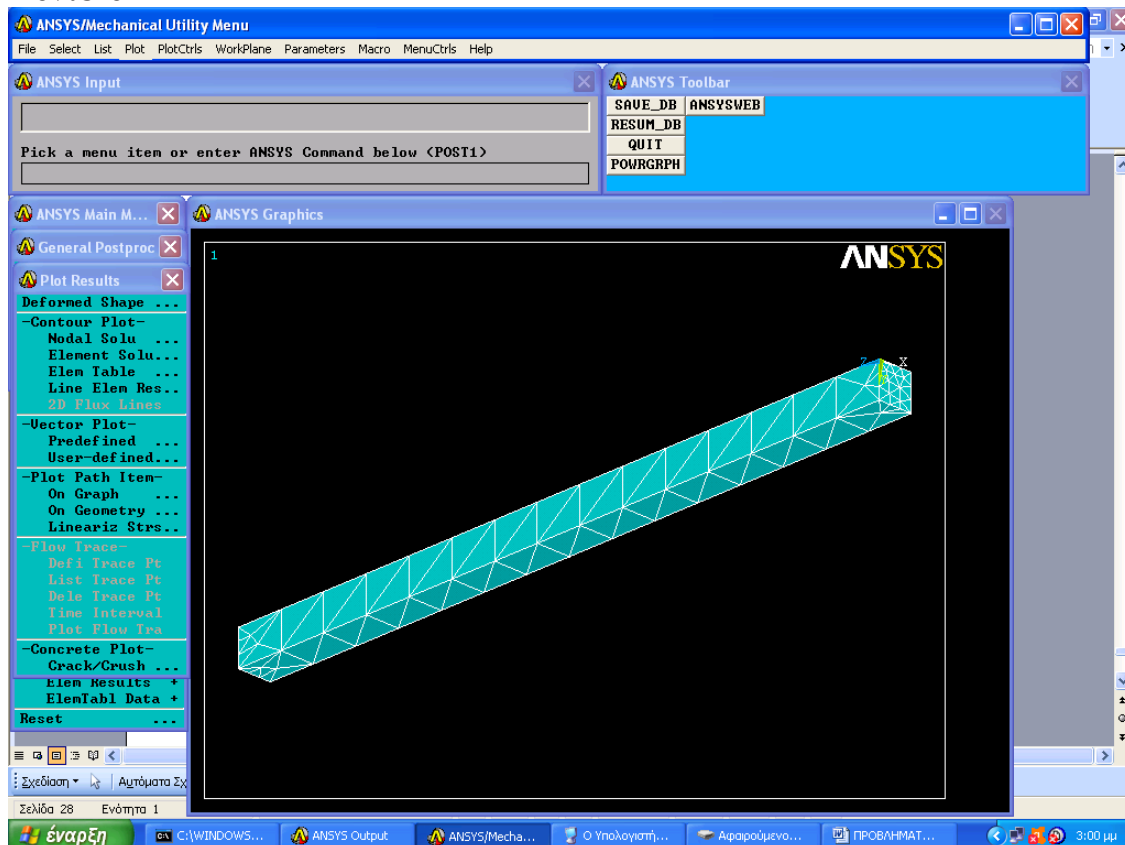
$$A = \frac{P}{\sigma_{all}} = \frac{200kN}{12MPa} = 16.67 * 10^{-3} m^2$$

$$a^2 = 16.67 * 10^{-3} m^2 \Rightarrow a = 129.1mm$$

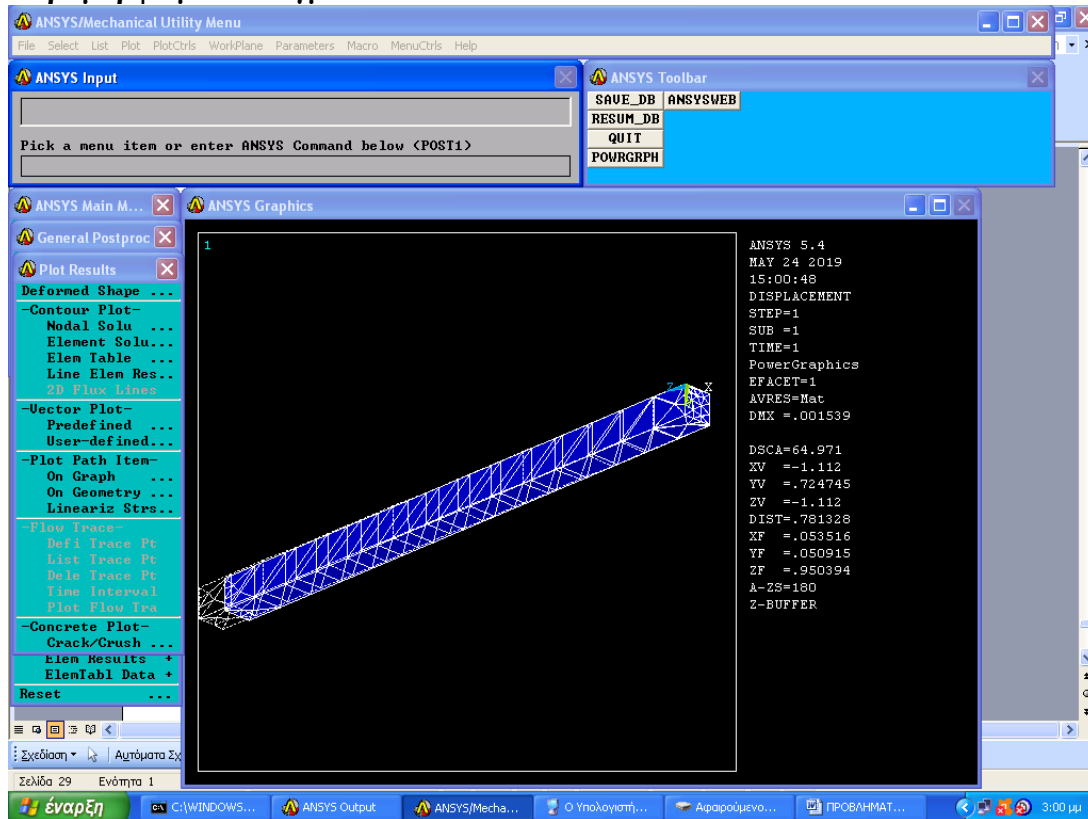
Συνεπώς μια εγκάρσια διατομή 130*130mm είναι αποδεκτή.

B. ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΑ ΣΤ ΟΙΧΕΙΑ (ANSYS)

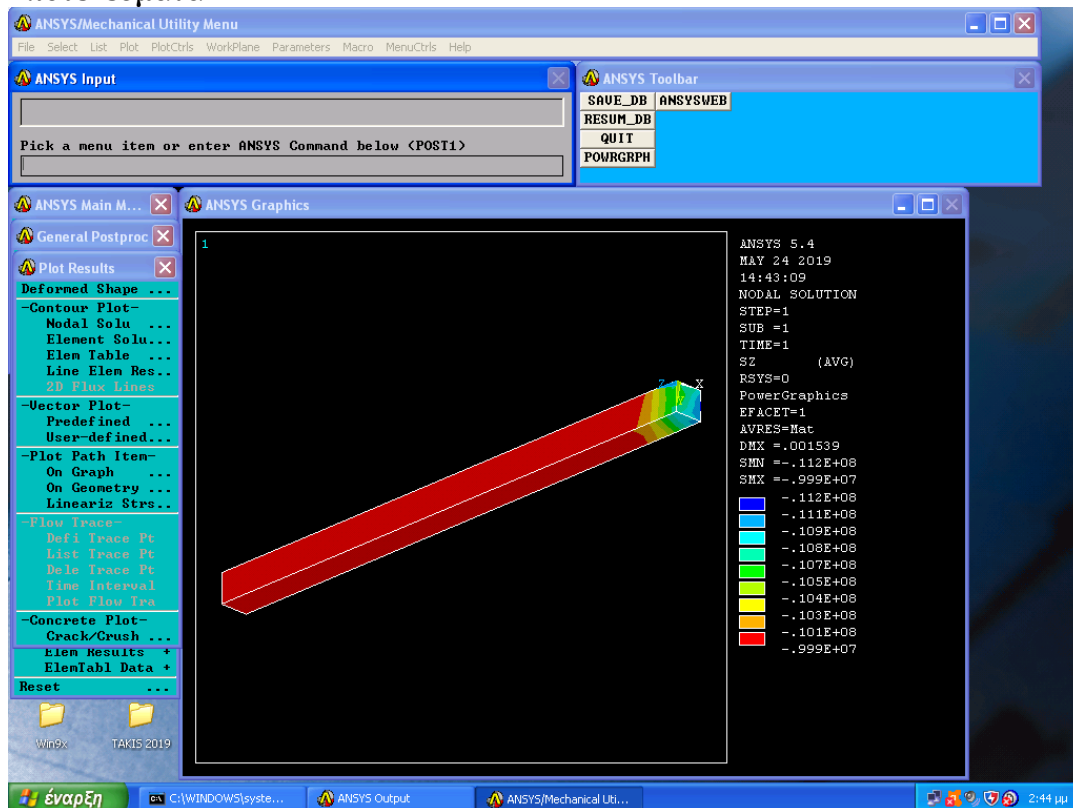
Μοντέλο



Παραμορφωμένο πλέγμα



Αποτελέσματα



Η αξονική τάση φαίνεται στο ανωτέρω σχήμα. Η μέγιστη τάση ισούται με 10 MPa όσο υπολογίστηκε από την αναλυτική λύση.

ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ:

1^ο Φόρτιση δοκού με αντιστήριξη

Αναλύσαμε το πρόβλημα με την μέθοδο Π.Σ. και βρήκαμε ότι τα αποτελέσματα προσεγγιστικά είναι παρόμοια με αυτά της αναλυτικής μεθόδου.

2^ο Κάμψη δοκού

Η ανάλυση με Π.Σ έδωσε ακριβώς την ίδια τιμή με την αναλυτική λύση με την μόνη διαφορά ότι έχει εφαρμοστεί η Ροπή με αντίθετη φορά.

3^ο Κάμψη σε μη συμμετρική κατασκευή

Σε αυτό το πρόβλημα τα αποτελέσματα των Π.Σ. συμπίπτουν απόλυτα με την αναλυτική λύση

4^ο Έκκεντρη αξονική φόρτιση (θλιπτική και καμπτική ροπή)

Έχουμε κάνει μόνο την μοντελοποίηση

5^ο Έκκεντρη αξονική φόρτιση (δύο ροπές κάμψης)

Η μέθοδος των Π.Σ. μας δίνει σχεδόν τα ίδια αποτελέσματα με την αναλυτική λύση.

6^ο Στρέψη σε ορθογώνια δοκό

Τα αποτελέσματα και σε αυτό το πρόβλημα είναι παρόμοια μεταξύ τους.

Σε γενικές γραμμές τα αποτελέσματα είναι τα ίδια εντός των ορίων του σφάλματος.

Η ακρίβεια των λύσεων με την μέθοδο των ΠΣ εξαρτάται από τον αριθμό των πεπερασμένων στοιχείων που διαχωρίζεται ο χώρος.

Για μεγάλο αριθμό στοιχείων τα αποτελέσματα είναι ίδια.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ:

ΞΕΝΟΓΛΩΣΣΗ:

1. Budynas, R.G. & Nisbett, J. K. (2014), Shigley's Mechanical Engineering Design (8th Edition). UK: SI
2. Dowling, N. E. (1999), Mechanical Behavior of Materials: Engineering Methods for Deformation, Fracture and Fatigue. UK: Pearson
3. Gere, James M., "Mechanics of Materials," 6th Edition
4. Lindeburg, Michael R., "Mechanical Engineering Reference Manual for the PE Exam," 13th Edition
5. Pilkey, Walter D. and Pilkey, Deborah F., "Peterson's Stress Concentration Factors," 3rd Edition
6. "Roark's Formulas for Stress and Strain," 8th Edition

ΕΛΛΗΝΟΓΛΩΣΣΗ:

7. Αβραμίδης Ιωάννης Αθανατοπούλου Ασημίνα Μορφίδης Κων/νος, (2016), Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων, Προσομείωση και ανάλυση κατασκευών, εκδόσεις σοφία.
8. Αντοχή Υλικών, Τμήμα Τεχνολογίας Αεροσκαφών, Σ.Τ.Ε., ΤΕΙ Στερεάς Ελλάδας
9. Βαλιάσης, Ν.Θ. (2015), Αντοχή των Υλικών, Αθήνα: Ζήτη
10. Βουθούνης, Π.Α. (2013), Μηχανική Παραμόρφωση στερεού- Αντοχή Υλικών, Αθήνα: εκδόσεις ΠΑ Βουθούνης
11. Κερμανίδης, Θ. (2019), Αντοχή των Υλικών 2, Αθήνα: εκδόσεις Κλειδάριθμος.
12. Κορωναίος, Γ. και Πουλάκος, Γ.Ι (2006), Τεχνικά Υλικά, Αθήνα : Ε.Μ.Π.
13. Μαρκέτος, Ε. (2004), Αντοχή Υλικών, Αθήνα: Σύγχρονη Εκδοτική
14. Π. Α. Κακαβας (2016), Η Μέθοδος των Πεπερασμένων Στοιχείων, Εκδόσεις Τζιόλα
15. Παναγιώτης Α. Βουθούνης Τεχνική μηχανική αντοχή των υλικών, Αθήνα, 1993 2. Γ.Ι. Τσαμασφύρος Μηχανική παραμορφώσιμων σωμάτων Τόμος Ι και ΙΙ, 1990 Εκδόσεις Συμμετρία
16. Παράλικα, Μ. (1995), Πειραματική Αντοχή των Υλικών ,ΤΕΙ Αθηνών
17. Πρασιανάκης, Ι.Ν. και Κουτροκλής, Σ.Κ., Συμμετρία, τεχνική μηχανική
18. Παπαμίχος, Ε. και Χαραλαμπίκης, Ν. (2015), Αντοχή Υλικών και δομικών στοιχείων, Αθήνα: Τζιόλα
19. Τριανταφύλλου, Α. (2015), Μηχανική των Υλικών, Αθήνα: εκδόσεις Gotsis
20. Τριανταφύλλου, Α. (2013), Δομικά Υλικά, Αθήνα: εκδόσεις Gotsis

ΜΕΤΑΦΡΑΣΜΕΝΗ:

21. Beer, F., Johnston Jr. R. E , DeWolf, J. & Mazurek, D. (2016), Μηχανική των Υλικών, Αθήνα: εκδόσεις Τζιόλα
22. Gere, J.N. & Goodno, B.J. (2017), Αντοχή Υλικών, Αθήνα: εκδόσεις Τζιόλα

ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ:

23. <http://el.wikipedia.org/wiki/καμψη>
24. <https://sites.google.com/site/mechanikeantoxi/home/antocheylikon/kamptike-rope>
25. <http://admet.com/products/universal-testing-machines/expert-1000/>
26. <http://admet.com/testing-standards/astm-c1609-testing/>
[17.http://admet.com/blogposts/3-and-4-point-bend-testing-ofsemiconductor-devices-4/](http://admet.com/blogposts/3-and-4-point-bend-testing-ofsemiconductor-devices-4/)
[18.http://admet.com/testing-standards/astm-d790-testing/](http://admet.com/testing-standards/astm-d790-testing/) [19.http://admet.com/test-types/bend-testing/](http://admet.com/test-types/bend-testing/) [20.admet.com](http://admet.com)
27. <http://admet.com/products/universal-testing-machines/expert-2600/>
28. <http://admet.com/products/universal-testing-machines/expert-5000/>
29. <http://admet.com/products/universal-testing-machines/expert-1000/>
30. http://library.tee.gr/digital/m2338/m2338_halioris.pdf Δρ. Κωνσταντίνος Ι.Γιαννακόπουλος 81 Σημειώσεις Πειραματικής Αντοχής Υλικών
31. http://www.army.gr/files/Image/DMX_sxoles_steamx/theories_kampsis_diatirisis_dokoy.pdf
[26.http://www.halyourgiki.com/App Upload/Files/14EKWS_219](http://www.halyourgiki.com/App Upload/Files/14EKWS_219)
32. <http://eclass.teipir.gr/openeclass/modules/document/file.php/MECH104/%CE%A3%CE%B7%CE%BC%CE%B5%CE%B9%CF%8E%CF%83%CE%B5%CE%B9%CF%82%20%CE%A0%CE%B5%CE%B9%CF%81%CE%B1%CE%BC%CE%B1%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AE%CF%82%20%CE%91%CE%BD%CF%84%CE%BF%CF%87%CE%AE%CF%82%20%CE%A5%CE%BB%CE%B9%CE%BA%CF%8E%CE%BD.pdf>
33. http://eclass.opencourses.teicm.gr/eclass/modules/document/file.php/TMA120/04_Kritiria_astoxias.pdf